التجارب الزراعية

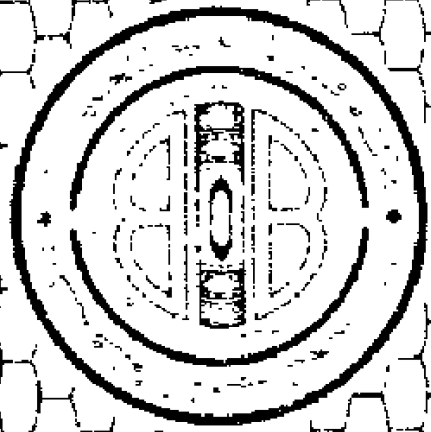
التصميم والتحليل

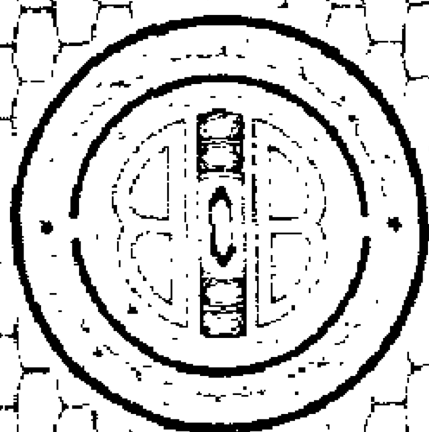
أ. د. فاضل مصلح المحمدي





اليازوري
www.yazori.com





التجارب الزراعية

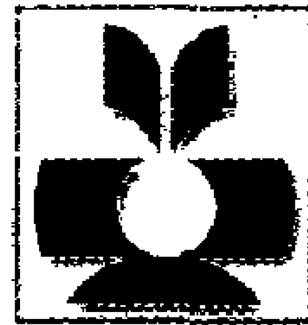
التصميم والتحليل

التجارب الزراعيـة
التصميم والتحليل

أ. د. فاضل مصلح المحمدي

رقم الإيـداع لـدى دائـرة المكتبـة الـوطنيـة: 2008/3/748

الطبعة العربية 2009



اليازوري

دار اليـازوري العلميـة للنشـر والتوزيـع

الأردن - عمّـان - وسط البلد - شارع الملك حسين

هاتف: 4626626 6 962+ تلفاكس: 4614185 6 962+

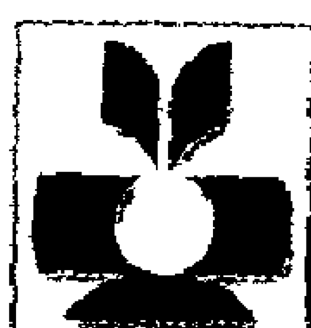
ص.ب 520646 عمّان 11152 الأردن

email : info@yazori.com - www.yazori.com

التجارب الزراعية

التصميم والتحليل

أ. د. فاضل مصلح المحمدي



اليازوري



مقدمة

انطلاقاً من مبدأ تعريب الكتب الاجنبية بتوجيه من وزارة التعليم العالي والبحث العلمي،

فقد قمنا بترجمة هذا الكتاب (التجارب الزراعية — التصميم والتحليل)، لمؤلفيه توماس لتل وجاكسون هلز، لما لهذا الكتاب من أهمية علمية كبيرة في مجال التدريس والبحث العلمي. كي يكون في متناول طلبة الدراسات الأولية والدراسات العليا والباحثين الزراعيين، نظرا للمواضيع العلمية القيمة التي يحتويها الكتاب. إن هذا الكتاب يضم ثمانية عشر فصلا ابتداء بالمفاهيم الإحصائية الأساسية ثم الاختبارات الإحصائية الأولية وبعد ذلك أهم التصاميم الإحصائية المتبعة وطرق تحليلها والاختبارات المرافقة لها وانتهاء بالانحدار والارتباط.

بالإضافة إلى القيمة العلمية والعرض المبسط للمواضيع المشروحة في الكتاب، فقد تضمن كل موضوع أمثلة عديدة تجعل فهم المواضيع سهلة بدرجة كبيرة. لقد توخينا الدقة قدر الإمكان بنقل مادة الكتاب كما شرحها المؤلفان، مراعيين إلى حد ما عرضها بطريقة سهلة يفهمها الطالب والأستاذ والباحث في الوقت نفسه.

وأخيراً نرجو من الله سبحانه وتعالى أن نكون قد وفقنا في هذا الجهد المتواضع والله ولي التوفيق.

المحتويات

الفصل الأول

1

المنطق، البحث والتجربة

Logic, Research & Experiment

- التعليل الاستدلالي والاستقرائي.
- مسألة الباحث.
- عنصر الصدفة.
- الحاجة إلى التقييم الاحصائي.
- البحث، الطريقة العلمية والتجربة.
- خطوات إجراءات التجربة.
- الخلاصة.

الفصل الأول

المنطق، البحث والتجربة

Logic, Research and Experiment

(يهدف علم الإحصاء ويكمن في توفير الهدف الأساسي الموضوعي لتحليل المشاكل التي تحيد فيها البيانات عن قوانين السببيةٍ الدقيقة. إن النظام العام المنطقي للتعليل الاستقرائي الذي قد استنبط، والذي يعتبر مناسبا للبيانات من هذا النوع، هي الآن تستعمل على نطاق واسع في البحث العلمي. لذلك فإن بعض الإدراك لقوانينه يعتبر مهما لكل من العاملين في مجال البحث العلمي، ولأولئكٍ الذين تكمن رغباتهم في استخدام الفوائد التقنية الناتجة عن البحث. إن هذا يكون صحيحا خاصة للعلوم الحياتية والزراعية).

دي. جي. فني

مقدمة لعلم الإحصاء في الزراعة

إن الاقتباس أعلاه عبارة عن جملة موجزة لأهمية علم الإحصاء في الزراعة. كي يمكن أن تدرك تماما ما هو المقصود (بالنظام المنطقي للتعليل الاستقرائي) فيجب أن نراجع بعض المفاهيم الأساسية للمنطق عندما نفهم تصنيف المشاكل على أساس نظام التعليل المستخدم في حلولها. سنجد بأن هناك فقط نوعين من المشاكل.

التعليل الاستدلالي والاستقرائي: Deductive and Inductive Reasoning

أولاً: يوجد نوع من المشاكل التي أعطيناها بعض الأسس العامة، أو مجموعة من الأسس، ثم نسأل لنحدد ماذا سيحدث تحت مجموعة من الظروف. إن نوع التعليل المستخدم، الاستنتاج من العام إلى الخاص، يسمى بالتعليل الاستدلالي Deductive Reasoning، سوف نستخدم بعض الأمثلة لجعل الفكرة واضحة.

أعطيت القانون العام لمساحة الدائرة (A = r) ما هي مساحة الدائرة التي نصف قطرها 6 إنش؟

أعطيت مفتاح وصف الأدغال في كاليفورنيا، لأي نوع يعود عشب معين؟

أعطيت قانون شارلس وبويل، كيف تتوقع تغير حجم غاز معين عندما يتعرض لتغيرات معينة من الضغط ودرجة الحرارة؟

أعطيت بعض الأسس العامة لمكافحة الأمراض، ما هي استجابة الحاصل المتوقعة من الرش بجرعة معينة من مبيد فطري لمساحة ايكر من محصول معين؟

أعطيت قطعة نقود منتظمة (غير متحيزة)، والذي فيها احتمال ظهور الوجه عندما تقذف مرة واحدة هو نصف، ماذا سيحدث عندما تقذف قطعة من النقود عشر مرات؟

تقريباً فإن جميع المشاكل التي تواجه ضمن تعليمنا التقليدي هي من هذا النوع، حيث الحل المطلوب هو التعليل الاستدلالي، إنه دائما يقال بأن الزراعيين يجب أن يكونوا (ذو خلفية جيدة بالأساسيات الجوهرية). إن هذا يتضمن بأنهم يجب أن يمتلكوا خزينا كبيرا من الأساسيات العامة ومهارة في التعليل الاستدلالي كي يطبقوا ذلك على بعض الحالات الخاصة.

إن النوع الثاني من المشاكل هي عكس الأولى، أعطينا بعض الحالات الخاصة ونسأل كي نصل إلى بعض الأسس العامة التي تطبق على جميع أفراد الصف الممثل بهذه الحالات. إن التعليل المستخدم، الاستنتاج من الخاص إلى العام، يسمى بالتعليل الاستقرائي Inductive Reasoning. إن الأمثلة التالية من المشاكل تحتاج إلى التعليل الاستقرائي وهي مشابهة لتلك التي أعطيت لتوضيح النوع الاستدلالي من المسائل.

أعطيت مساحات وأنصاف أقطار عدة دوائر. ما هي المعادلة العامة التي يمكن أن تعطي تعبيرا للعلاقة ما بين المساحات وأنصاف الأقطار لجميع الدوائر؟

أعطيت عدة نماذج من أنواع غير موصوفة من الأدغال، كيف تصف الأنواع بكاملها وتعبر عن العلاقة فيما بينها وبين الأنواع الأخرى في المفتاح؟

أعطيت بيانات عديدة عن حجم الغاز تحت ظروف مختلفة من الغاز ودرجة الحرارة، ما هي القوانين العامة التي سوف تقابل هذه البيانات؟

أعطيت نتائج لعدد من اختبارات مكافحة الأمراض، ما هي التوصيات العامة التي يمكن عملها فيما يتعلق باستعمال طرق المقاومة؟

أعطيت نتائج قذف قطعة النقود لعشرة مرات، ما هي الاستنتاجات التي يمكن الخروج بها فيما يتعلق بالتحيز أو عدم التحيز بالنسبة لقطعة النقود؟

لاحظ أن جميع هذه المشاكل من هذا النوع تتصف بصفة عامة واحدة —وهي أنها تبدأ بمجموعة من البيانات، في بعض الحالات، كما هو الحال في وصف الأنواع الجديدة، فإن البيانات من السهولة عملها من الظاهرة كما تحدث في الطبيعة. عادة، على أي حال، فإن البيانات أو الملاحظات تؤخذ تحت ظروف مسيطر عليها، إن العوامل المدروسة تعمل لتتخالف ببعض الأشكال أو الأنماط النظامية بواسطة تطبيق المعاملات، إن العوامل الأخرى التي من الممكن أن تؤثر على البيانات سوف يقل تأثيرها بدرجة كبيرة حسب إمكانية التطبيق. بعد ذلك يكون لدينا التجربة.

مسألة الباحث: The Researcher's Problem

لقد قلنا بأنه تقريباً جميع المشاكل التي تواجهنا في دراستنا التقليدية هي من النوع التي تحتاج إلى التعليل الاستدلالي. ويمكننا القول أيضا بأنه تقريبا جميع المشاكل التي تواجه الزراعيين هي من النوع التي تحتاج إلى التعليل الاستقرائي.

ما هي المشكلة النموذجية التي تواجه الباحث الزراعي؟

أنه يمكن ذكرها بالفقرة العامة التالية: هل أن استعمال تطبيقات جديدة سوف تؤثر على حصيلة جزء خاص من مشروع زراعي، وإن كان كذلك، فإلى أي مدى؟ حيث أنه لا يمكن الإجابة على هذا السؤال بصورة أكيدة 100٪، فإنه يجب أن نأخذ بنظر الاعتبار المجازفة والتكاليف المترتبة نتيجة أخذ قرار غير صحيح. إن هذا الأمر سوف يكون أكثر وضوحا كلما تقدمنا أكثر إلى الأمام.

للإجابة على هذا السؤال، فإنه نحتاج بصورة عامة إلى التجربة Experiment. في التجربة البسيطة، فإنه يوجد معاملتين فقط، الممارسة الجديدة والقديمة. إن التجربة الأكثر تعقيدا تتضمن عدة مستويات أو طرق لتطبيق الممارسة الجديدة، ومع ذلك فإن تلك المعقدة جدا تشمل التجارب التي يبحث فيها تأثير عدة ممارسات في وقت واحد.

أياً كان تصميم التجربة، فإن هدفها هو إعطاء بيانات (عينة الاحتمالات) والتي يمكن استعمالها لعمل بعض المبادئ المقبولة حول الممارسة قيد الدراسة. للوصول إلى تلك المبادئ أو القوانين يكون كمشكلة نموذجية في التعليل الإستقرائي، يجب على القارئ ألا يؤخذ انطباعا بأن التعليل الاستقرائي يشمل اتجاها مستقلا في التفكير معزولا عن التعليل الاستدلالي، إن التوصيات الاستقرائية يجب أن تختبر دائما بواسطة الطرق الاستدلالية الدقيقة.

عنصر الصدفة: The Element of Chance

العبارة الأخرى التي ظهرت في الاقتباس الموجود في مقدمة الفصل تحتاج إلى بعض التوضيح، ما المقصود بـ (المشاكل التي تحيد فيها البيانات عن القوانين السببية المنطقية).

بالنظر إلى الأمثلة من المشاكل التي أعطيت سابقاً، فإننا نلاحظ بعض الاختلافات المهمة بينها. في المسألة الخاصة بإيجاد مساحة الدائرة فإنه لا يوجد شيء غير مؤكد بخصوص الإجابة، فلأي نصف قطر معطى، فإنه يوجد جواب واحد فقط. المسألة الخاصة برمي قطعة النقود فإنها مختلفة عن هذه تماما. إن الافتراض العام هو أن قطعة النقود خالية من التحيز، ولكن حتى في الرمية الواحدة فإننا غير متأكدين من النتيجة.

إن النتيجة التي يمكن الحصول عليها هي واحد من اثنين، وكلاهما ذات احتمالية متساوية في الحدوث. السؤال هو: ماذا سيحدث عند رمي قطعة النقود عشرة مرات، فإن هناك أجوبة بدرجة أكبر غير متأكدة، ولهذا يكون هناك 11 نتيجة محتملة لعدد الأوجه التي يمكن أن

تظهر، وأن احتمالية ظهور هذه النتائج مختلفة عن بعضها، بوضوح، فإن تقلب العينات غير الواضح يظهر في مثل هذه الحالة، ولهذا فإن العلاقة لا تكون بالبساطة واحد إلى واحد فيما بين السبب والتأثير.

مثل هذه الحالة تكون غالباً مألوفة في حقل الزراعة، ليس مهماً هو كم يعرف العلماء عن التغذية والفسلجة، فإنهم لا يستطيعوا التنبؤ بصورة دقيقة كم سيزداد وزن عجل أو حاصل مساحة من البطاطا تحت عدد من الظروف المعينة، إن اختلافات الصدفة الناتجة عن أسباب عديدة تجعل النتيجة دائما مختلفة، وأنه لا يهم كثيرا كم هي كمية الجهود المبذولة للتحكم بجميع العوامل المعروفة.

إن مصطلح الصدفة Chance يكون من الصعب تعريفه، ولكن حتى بعدم وجود تعريف واضح، فإن معناه مفهوما بدرجة كافية لتقدير أهميته في تأثير النتائج الحياتية. عندما يدخل عنصر الصدفة في المشكلة فإن صعوبات حقيقية ستظهر للوجود، وأن هذه تكون بدرجة أكبر خطورة في حقل التعليل الاستقرائي من التعليل الاستدلالي. تأمل مسألة الاستدلال عند رمي قطعة النقود الخالية من التحيز عشرة مرات، بالطرق الاستدلالية يمكن أن نعد جميع الـ 11 نتيجة المحتملة، ونحسب احتمالية كل منها بسهولة، كمثال: افترض سؤالنا، ما هي احتمالية الحصول على نتيجة (5) وجوه و (5) ظهور؟ إن الإجابة يمكن الحصول عليها بحساب القيمة من:

$$\frac{10!}{5!(5!)(2)}$$

والتي ستكون 0.246 أو 24.6٪، كلما ازداد عدد رميات قطعة النقود، أو كلما عدلت الافتراضات الأولية لتشمل درجات معينة من التحيز بالنسبة لقطعة النقود، فإن الحسابات ستحتاج لجهد أكثر، ولكنها لا تزال دقيقة، وأن النتائج بسيطة ومحددة، لحسن الحظ، فإن نظرية الاحتمال قد طورت بواسطة الرياضيون، بحيث أن طرق مختصرة وجداول هي في متناول اليد لتقلل إلى درجة كبيرة الحاجة إلى العمليات الحسابية في مثل هذه الحالات.

والآن تأمل مسألة الاستقراء، إذا رميت قطعة النقود عشرة مرات وظهرت عشرة أوجه وعشرة ظهور، ماذا يمكن القول حول التحيز أو عدم التحيز بالنسبة لقطعة النقود؟ كل الذي يمكن قوله بشكل أكيد هو أن قطعة النقود لم تكن بوجهين ولا بظهرين، إن لم يكن بها تحيز، فإننا نتوقع هذه النتيجة حوالي 25٪ من مرات إعادة الاختبار، يمكن القول بدرجة كبيرة جدا من الاحتمال الذي يكون صحيحا بأن قطعة النقود لم تكن متحيزة كثيرا لناحية الوجه أو الظهر، يجب أن تتذكر بأننا لا نستطيع على الإطلاق عمل مثل هذا الاستنتاج، بالتأكيد الكامل، أنه حتى مع قطعة النقود ذات التحيز الكبير (إن ظهور الأوجه هو 90٪ من المرات)، فإن النتيجة الملاحظة لخمسة أوجه، وخمسة ظهور محتملة ولكن ليس بدرجة كبيرة من الاحتمالية أو التوقع.

إن الحالة الوحيدة التي يمكن التصريح بها عن قطعة النقود هي أننا نشعر بأننا واثقون نوعا ما بأن درجة تحيزها هي ما بين التحيز البسيط لصالح الظهر أو التحيز البسيط لصالح الوجه، لاحظ بأن هناك ما لا نهاية من الاحتمالات في هذا المدى، وأن التحيز بدرجة الصفر (عدم التحيز) هو أحد هذه الاحتمالات، من المهم جدا أن ندرك بأنه لا توجد معلومات أخرى غير نتائج رمي قطعة النقود لعشرة مرات، تمكننا من عدم الاقتناع بالاستنتاج من أن قطعة النقود لم تكن متحيزة. وفي حالة رمي قطعة النقود لعدد أكثر من المرات، فيمكن أن نضيق المدى الخاص بالتحيز المتوقع كي تبرز نتيجتنا الملاحظة، ولكن من غير الممكن أن نكون متأكدين بأن قطعة النقود كانت غير متحيزة.

لقد تقصدنا تجنب تعريف المصطلحين التحيز الشديد Strong bias والتحيز الضعيف Slight bias متوخين البساطة في ذلك، على أي حال، أنه من الممكن بالطرق الإحصائية أن نقدر مدى التحيز الممكن قبوله أو رفضه بالاعتماد على درجة الثقة المطلوبة في استنتاجاتنا، يمكننا الآن أن نرى جوابا لسؤالنا ماذا يمكن أن نقول حول تحيز قطعة النقود؟ الذي كان إلى حد ما غامضا. إن القارئ المعتاد فقط على الإجابات الدقيقة للرياضيات الاستدلالية يكون غير راضيا عن الإجابات الغامضة، لحد الآن، فإنه لعدم القناعة وكما تبدو، فإن التقليل الاستقرائي يعتبر أفضل إجابة يمكن تقديمها. وكما قال الفريد نورث وايت هيد Alfred North Whitehead، الفيلسوف الكبير في الرياضيات: (أن نظرية الاستقراء هي اختفاء الفلسفة - ولحد الآن فإن جميع فعالياتنا تنطبق عليها).. أنه يجب على الباحث ألا ييأس في محاولته للإجابة عن الأسئلة من خلال الملاحظات والتجارب، على أية حال، يجب أن يدرك بأن تلك الإجابات هي غير مطلقة، وأن المبادئ العامة يجب أن تعمل بشيء من التحفظ وفقط بعد عمل بعض الملاحظات الدقيقة وتطبيق أفضل أنظمة التعاليل تحت نفس الطلب.

الحاجة إلى التقييم الإحصائي: The Need of Statistical Evaluation

معظم الزراعيين بسهولة يرون الحاجة إلى التحليل الإحصائي لتزويد أهداف أساسية للتقييم، ولكن بعض الأمثلة تعتبر مفيدة، لو أن شخصا قام بحصاد مساحتين متساويتين من حقل الحنطة، فإن حاصل الحبوب من المساحتين سواء كانا على خطوط بطول قصبة (القصبة تساوي 5.5 ياردة أو حوالي 5.029 مترا طولا)، أو كانا بنصفين من المساحة الكلية للحقل، فإنهما نادرا ما يكونا متساويين. إن وزن الثمار من الأشجار المتجاورة في البستان نادرا ما يكونا متساويين، نسبة الزيادة في الوزن لأي حيوانين من نفس النوع والضرب دائما يكونا مختلفين إلى حد ما، إن الاختلافات من هذا النوع ما بين وحدات المحصول أو الحيوانات تنتج من الاختلافات في الوراثة والبيئة عدا السيطرة على التجربة، بالرغم من أنها ليست أخطاء حسب معنى الخطأ، فإنها تمثل الاختلاف ما بين وحدات التجربة ونطلق عليها الخطأ التجريبي Experimental error، حالما ندرك وجود هذا الاختلاف، فإننا سندرك الصعوبة في تقييم الممارسة الجديدة عند تطبيقها على وحدة تجريبية مفردة، وبعد ذلك مقارنة هذه

الوحدة بأخرى مشابهة ولكنها غير معاملة، إن تأثير الممارسة الجديدة يكون متداخلاً مع الاختلاف غير المحسوب، وهكذا، فإن التجربة بمكرر واحد ستزود قياسا ضعيفا لتأثير المعاملة، وأكثر من ذلك، فيما أنه لا يوجد وحدتين تجريبيتين يمكن معاملتهما بالتساوي، فإنها سوف لا تعطي قياسا للخطأ التجريبي.

إن علم الإحصاء يتغلب على هذه الصعوبات بواسطة الحاجة إلى جميع البيانات التجريبية التي تسمح لتقدير غير متحيز لتأثيرات المعاملات وتقييم الاختلافات، نتيجة المعاملات بواسطة اختبار المعنوية استنادا لتقدير الخطأ التجريبي، يقدر تأثير المعاملات بتطبيق المعاملات على وحدتين تجريبيتين على الأقل (عادة أكثر) وأخذ معدل النتائج لكل معاملة، إن اختبارات المعنوية تحدد احتمالية ظهور الاختلافات بين المعاملات لوحدهما نتيجة الصدفة.

إن هناك ثلاثة قواعد أساسية مهمة في تصميم التجارب والتي تعتبر ضرورية لأهداف علم الإحصاء.

1- التكرار: Replication

يقصد بالتكرار هو أن المعاملة تكرر مرتين أو أكثر. إن أهمية ذلك هو لإعطاء تقدير للخطأ التجريبي وتزويد قياس دقيق لتأثير المعاملات، إن عدد التكرارات المطلوبة في تجربة ما يعتمد على مقدار الاختلافات المطلوب تقديرها والاختلاف في البيانات التي يتعامل معها، إن أخذ هذين العاملين بنظر الاعتبار من البداية في أي تجربة سوف يجنب كثيرا من الفشل.

2- العشوائية: Randomization

العشوائية هي توزيع المعاملات على الوحدات التجريبية بحيث أن جيمع الوحدات لها نفس احتمالية أخذ أي معاملة، إن أهمية ذلك هو لضمان الحصول على تقدير غير متحيز لمعدلات المعاملات والخطأ التجريبي.

3- التعرف على الوحدات التجريبية والتحكم فيها Local Control:

إن هذا المبدأ الأساسي في التصميم التجريبي يسمح لقيود معينة في العشوائية من أجل تقليل قيمة الخطأ التجريبي، كمثال على ذلك، في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، فإن المعاملات تقسم إلى مجاميع ضمن قطاعات Blocks والتي يتوقع أن تعمل بشكل مختلف، وبذلك يمكن فصل تأثير القطاع عن الاختلاف الكلي في التجربة.

البحث، الطريقة العلمية، والتجربة

Research, Scientific Method & The Experiment

يعرف البحث بشكل واسع على أنه تحقيق نظامي في الموضوع لاكتشاف حقائق أو قواعد جديدة، إن طريقة البحث عموما تعرف على أنها الطريقة العلمية، والتي بالرغم من أنها صعبة التعريف بصورة دقيقة، لكن غالبا ما تتضمن الخطوات التالية:

1- تحديد الفرضية — وضع حل أو شرح أولي.

2- وضع خطة التجربة — لاختبار الفرضية ضمن هدف معين.

3- جمع وملاحظة البيانات بعناية من التجربة.

4- تفسير نتائج التجربة، إن دراسة النتائج حسب الحقائق الأخرى المعروفة والتي تتضمن المشكلة تقود إلى إثبات، رفض أو تبديل الفرضيات.

إن التجربة هي أداة البحث المهمة، إن بعض الصفات المهمة للتجربة الجيدة هي كما يلي:

1- البساطة Simplicity: إن اختيار المعاملات وتنظيم التجربة يجب أن يكون بشكل بسيط حسب الإمكان ومتماشيا مع أهداف التجربة.

2- درجة الدقة Degree of Precision: يجب أن تكون الاحتمالية عالية بحيث أن التجربة تكون قادرة على تقدير الاختلافات بدرجة من الدقة التي يرغبها الباحث، إن هذا يتضمن تصميما مناسبا وتكرارا كافيا.

3- غياب الخطأ المنتظم Absence of Systematic error: يجب أن تخطط التجربة بحيث أن الوحدات التجريبية تأخذ إحدى المعاملات بطريقة غير منتظمة وتختلف عن تلك التي تؤخذ معاملة أخرى بحيث يمكن الحصول على تقدير غير متحيز لتأثير كل معاملة.

4- مدى صلاحية الاستنتاجات Range of Validity of Conclusion: إن الاستنتاجات يجب أن تكون بمدى واسع من صلاحية التطبيق قدر الإمكان، إن تجربة ما تكرر حسب الزمان والمكان يجب أن تزيد من مدى صلاحية الاستنتاجات المسحوبة عنها. إن عدد المعاملات العاملية هي طريقة أخرى لزيادة مدى صلاحية تطبيق نتائج التجربة، في التجربة العاملية فإن تأثير أحد العوامل يقدر تحت مستويات مختلفة من العامل الثاني.

5- تقدير درجة التشكك Calculation of Degree of Uncertainty: في أي تجربة فإن هناك دائما درجة من التشكك عن صلاحية تطبيق النتائج، يجب أن تصمم التجربة بحيث يكون في الإمكان حساب احتمال الحصول على النتائج المتحصل عليها نتيجة للصدفة وحدها.

خطوات إجراء التجربة Steps in Experimentaiton

أن اختيار طريقة البحث تعتمد، إلى حد بعيد على مادة الموضوع التي يطبق فيها البحث، وعلى أهداف البحث، يجب أن يكون البحث وصفي ومتضمنا مسح للعينات، أو أنه يجب أن يتضمن تجربة تحت نوع من السيطرة، أو على عدد من التجارب. عند استخدام تجربة ما، فإن هناك عدد كبير من الأمور الهامة التي يجب أن تؤخذ بنظر الاعتبار، إذا أريد لها النجاح، أدناه بعض الخطوات المهمة التي يجب أن تؤخذ بنظر الاعتبار:

1- التعرف على المشكلة Definition of the Problem:

إن الخطوة الأولى في حل المشكلة هو تحديد المشكلة باختصار وبوضوح، إذا لم يكن بالإمكان تعريف المشكلة، فإنه توجد فرصة بسيطة لإيجاد حل لها، حالما يتم فهم المشكلة، فإنه بالإمكان صياغة أسئلة التي عند الإجابة عنها ستؤدي إلى الحلول.

2- تحديد الأهداف Statement of Objectives:

إن هذه الخطوة يمكن أن تكون بشكل أسئلة للإجابة عنها، الفرضية من أجل اختبارها، أو التأثيرات كي يمكن تقديرها، يجب أن تدون الأهداف بشكلٍ دقيق وواضح، إن هذا سيمكن الباحث من تخطيط طريقة عمل التجربة بشكل أكثر تأثيرا، عندما يكون هناك أكثر من هدف واحد، فإنه يمكن ترتيبها حسب أهميتها، كما ستظهر في تصميم التجربة، عند تدوين الأهداف يجب ألا تكون أكثر طموحا أو غامضة جدا.

3- اختيار المعاملات Selection of Treatments:

إن نجاح التجربة يكمن في الاختيار الجيد للمعاملات والتي سيؤدي تقييمها للإجابة عن الأسئلة المطروحة.

4- اختيار المواد التجريبية Selection of Experimental Material

عند اختيار مادة التجربة، يجب الأخذ بعين الاعتبار أهداف التجربة والمجتمع الذي سيتم وضع الاستنتاجات عنه، إن المادة التجريبية المستعملة يجب أن تكون ممثلة للمجتمع الذي عنه سيتم اختبار المعاملات.

5- اختيار التصميم التجريبي: Selection of Experimental Design:

هنا ثانية فإن أخذ الأهداف بعين الاعتبار يعتبر أمراً مهماً، ولكن كمبدأ عام يجب اختيار أبسط التصاميم التي يمكنها أن تتماشى مع الدقة المطلوبة.

6- اختيار وحدة المشاهدة وعدد التكرارات:

Selection of the Unit for Observation and the Number of Replications:

كمثال، في التجارب الحقلية الخاصة بالنباتات، فإن هذا يعني تحديد حجم وشكل اللوح الحقلي المطلوب، في التجارب الخاصة بالحيوانات، فإن هذا يعني تحديد عدد الحيوانات التي سيتم اعتبارها كوحدة تجريبية، إن الخبرة المتأتية من التجارب الأخرى المشابهة يجب استخدامها في عمل مثل هذه القرارات، يجب اختيار كل من اللوح التجريبي وعدد التكرارات كي يمكن بلوغ الدقة المطلوبة لتقدير المعاملة.

7- السيطرة على تأثير الوحدات المتجاورة بعضها على البعض الآخر:

Control of the effects of the adjacent units on each other:

عادة يمكن التوصل إلى ذلك من خلال استعمال الخطوط الجانبية (الخطوط الحارسة Border rows والتوزيع العشوائي للمعاملات.

8- الاهتمام في البيانات التي ستجمع: Consideration of data to be collected:

إن البيانات التي ستجمع يجب أن تقدر بشكل مناسبٍ، تأثيرات المعاملات المنسجمة مع أهداف التجربة. بالإضافة لذلك، فيجب أن يعطى اهتماما لجمع البيانات التي ستفسر، لماذا مثلت المعاملات هكذا.

9- إيجاز التحليل الإحصائي وتلخيص النتائج:

Qutlining Statistical Analysis and Summarization of Results:

يتم كتابة مصادر الاختلاف Sources of Variation ودرجات الحرية Degree of Freedom لكل منها في تحليل التباين. يوضع مع ذلك أيضا اختبارات F المختلفة حسب ما كان مخططا لها. خذ بعين الاعتبار كيف سيتم استعمال النتائج، ومن ثم تحضر الجداول التلخيصية أو الرسوم البيانية التي يمكن أن تبين التأثيرات المتوقعة. تقارن النتائج المتوقعة مع أهداف التجربة لنرى هل أن التجربة سوف تعطي الأجوبة التي يبحث عنها.

عند هذه النقطة، يجب مراجعة الخطة من قبل أحد الإحصائيين أو من قبل واحد أو أكثر من الزملاء. إن المراجعة من قبلٍ آخرين قد تؤدي إلى جلب بعض النقاط التي تكون أنت غافلاً عنها. إن تغييرا أو تنظيما معينا ربما سيغني التجربة بدرجة كبيرة، ويجعل تعلمها ممكنا بدرجة أكبر من قبل العمل الذي سيستهل.

10- تطبيق التجربة: Coducting the Experiment

عند تطبيق التجربة، استعمل طريقة عمل خالية من الأخطاء أو التحيزات الشخصية. اجعل استعمال التصميم التجريبي في جمع البيانات بحيث أن الاختلافات ما بين الأفراد أو أن الاختلافات المرافقة مع حالة جمع البيانات ممكن إزالتها من الخطأ التجريبي. يجب تجنب العمل حتى الإرهاق في جمع البيانات. يجب إعادة تدقيق البيانات التي تبدو وكأنها غير منطقية. يجب وضع نظام لجمع البيانات لتسهيل عملية التحليل وتجنب الأخطاء عند إعادة كتابة البيانات. إذا كان من الضروري لنقل البيانات، فيجب أن تدقق الأرقام المنقولة مع الأصل حالا.

11- تحليل البيانات وتفسير النتائج: Analyzing data and Interpreting Results:

يجب أن يتم تحليل البيانات كما هو مخطط، ويتم تفسير النتائج على ضوء ظروف التجربة، اختبار الفرضيات، وعلاقة النتائج مع الحقائق المثبتة مسبقا. يجب أن يتذكر بأن الإحصاء لا يثبت أي شيء وبذلك فإنه يوجد دائما احتمالا بأن استنتاجاتك تكون خاطئة، لذلك يجب الأخذ بعين الاعتبار أهمية إصدار قرارات خاطئة. يجب ألا يقفز مباشرة إلى الاستنتاج، حتى ولو كانت معنوية من الناحية الإحصائية إذا كان ذلك الاستنتاج يبدو وكأنه غير منطقيا بالنسبة إلى الحقائق المثبتة. في هذه الحالة، يجب عمل استقصاء أكثر عن مادة التجربة.

12- إعداد تقريراً متكاملاً، سهل الفهم والقراءة وصحيحاً عن البحث:

Preparation of a complete, readable and correct report of research:

لا يوجد شيئاً مشابهاً كالنتيجة السالبة، إذا لم ترفض فرضية العدم Null hypothesis فإنه يعتبر دليل إيجابي بأنه لا توجد اختلافات حقيقية ما بين المعاملات قيد الاختبار. مرة أخرى، يجب التحقق مع الزملاء وعمل مراجعة للاستنتاجات.

بالرغم من أن جميع النقاط أعلاه هي ليست إحصائية، فإن التحليل الإحصائي هو أهم جزء في التجربة، يساعد علم الإحصاء الباحث لتصميم التجربة وتقييم البيانات المتحصل عليها بوضوح. حيث أن القليل من القائمين بالتجارب لديهم وقتا كافيا أو لهم الميل بأن يصبحوا ذو كفاءة كإحصائيين حياتيين، لكن جميعنا يستطيع أن يتعلم ويطبق الثلاثة R الخاصة بالتجربة.

1- **التكرار Replicate**: إن هذا يعتبر الطريقة الوحيدة التي تمكن من اختبار صلاحية تطبيق النتائج من أي تجربة.

2- **العشوائية Randomize**: يعتمد التحليل الإحصائي على توزيع المعاملات على أنواع التجربة بهدف مجرد وبحالة عشوائية.

3- **المساعدة المطلوبة Request help**: تطلب المساعدة عندما يكون هناك شكاً حول كيفية تصميم أو تنفيذ أو تحليل التجربة. يجب ألا تتوقع بأن تكون خبيرا إحصائيا، ولكن يجب أن تلم إلماما كافيا بأسس البحث العلمي المهمة لكي تكون في مأمن ضد أي مأزق، ولكي تسأل عن المساعدة متى احتجت إلى ذلك.

الخلاصة Summary

إن التعليل الناتج من القوانين العامة إلى الاستنتاج الخاص يعتبر عملاً استدلالياً، يمكن الوصول إلى التعليل الاستقرائي بالقوانين العامة من الاستنتاج الخاص. إن التجارب يتم تطبيقها لتعطي حقائق خاصة والتي منها يمكن تثبيت أسس أو استنتاجات عامة، وبذلك تتضمن التعليل الاستقرائي.

الاختلاف Variability:

هي صفة للمادة الحياتية وتولد مشكلة تقرير فيما إذا كانت الاختلافات ما بين الوحدات التجريبية ناتجة من المتغيرية غير المحسوبة أو أنها تأثيرات حقيقية للمعاملات. إن علم الإحصاء يساعد في التغلب على هذه الصعوبات بالحاجة إلى جمع البيانات كي يزود تقريرا صحيحا وغير متحيز لتأثير المعاملات وتقييما لاختلاف المعاملات بواسطة اختبارات المعنوية المبنية على أساس تقدير المتغيرية غير المحسوبة.

إن القواعد المهمة للتصميم التجريبي هي التكرار، العشوائية، والتعرف على الوحدات التجريبية والتحكم فيها، إن الطريقة العلمية تتضمن عمليات كثيرة من الحقائق المعروفة إلى الفرضيات إلى التجريب والتي تبين حقائق أكثر حول إلغاء، تقوية أو تبديل الفرضيات.

إن التصميم التجريبي الأكثر مناسبةً وفهماً هو الذي يكون بسيطاً قدر الإمكان، له احتمالية عالية للوصول إلى الهدف. ومتجنبا للأخطاء المنظمة والمتحيزة. إن الاستنتاج المعمول به له مدى واسع من الصلاحية لتطبيق النتائج، والبيانات المجموعة منه يجب أن تحلل بالطرق الإحصائية الفعالة.

إن طريقة إجراء التجربة تتضمن تعريفاً للمشكلة، تثبيت الأهداف، انتخاب المعاملات، انتخاب مادة التجربة، انتخاب التصميم التجريبي، انتخاب الوحدات التجريبية وعدد التكرارات، السيطرة على تأثير الوحدات المتجاورة ببعضها على البعض الآخر، جمع البيانات وتحليل وتفسير ثم التثبيت ضمن تقرير لنتائج التجربة.

الفصل الثاني

2

بعض المفاهيم الأساسية

Some Basic Concepts

- التوزيع الطبيعي.
- الرمز الإحصائي، المتوسطات والانحرافات المعيارية.
- قيم المتغير في الجدول ذو الاتجاهين.
- توزيع متوسطات العينات.
- المعاينة في التوزيع الطبيعي.
- توزيع t وحدود الثقة.
- حدود الثقة.
- الفرضيات الإحصائية واختبارات المعنوية.
- توزيع F.
- الخلاصة.

الفصل الثاني

بعض المفاهيم الأساسية
Some Basic Concepts

تعود الوحدة التجريبية إلى وحدة مادة التجربة التي تطبق فيها المعاملة. من الممكن أن تكون ورقة نبات، نبات كامل، مساحة من الأرض تحتوي على عدة نباتات، سندان أو صندوق في البيت الزجاجي، حيوان مفرد، عِدد من الحيوانات، أو قطيع كامل، إن اصطلاح اللوح Plot هو مرادف للوحدة التجريبية ودائما يستعمل للإشارة إلى الوحدات التجريبية في حالة النبات، إن كلمة لوح Plot تسعتمل في بعض الأحيان بصورة غير صحيحة للإشارة إلى التجربة بكاملها والتي هي في الواقع تحتوي على عدة ألواح، إن الصفة المقاسة لأي وحدة تجريبية تسمى بالمتغير Variable، يمكن أن يكون المتغير متقطع (غير مستمر) Discrete Discontinuous ويحتوي فقط على قيم محددة، عدد النباتات المصابة في كل لوح على سبيل المثال، أو أن يكون مستمرا Continuous ويمكن أن يشمل أي قيمة فيما بين حدود معينة، كمثال، حاصل الحبوب من لوح من الشعير، إن القياسات المفردة من المتغير تسمى بقيم المتغير Variates.

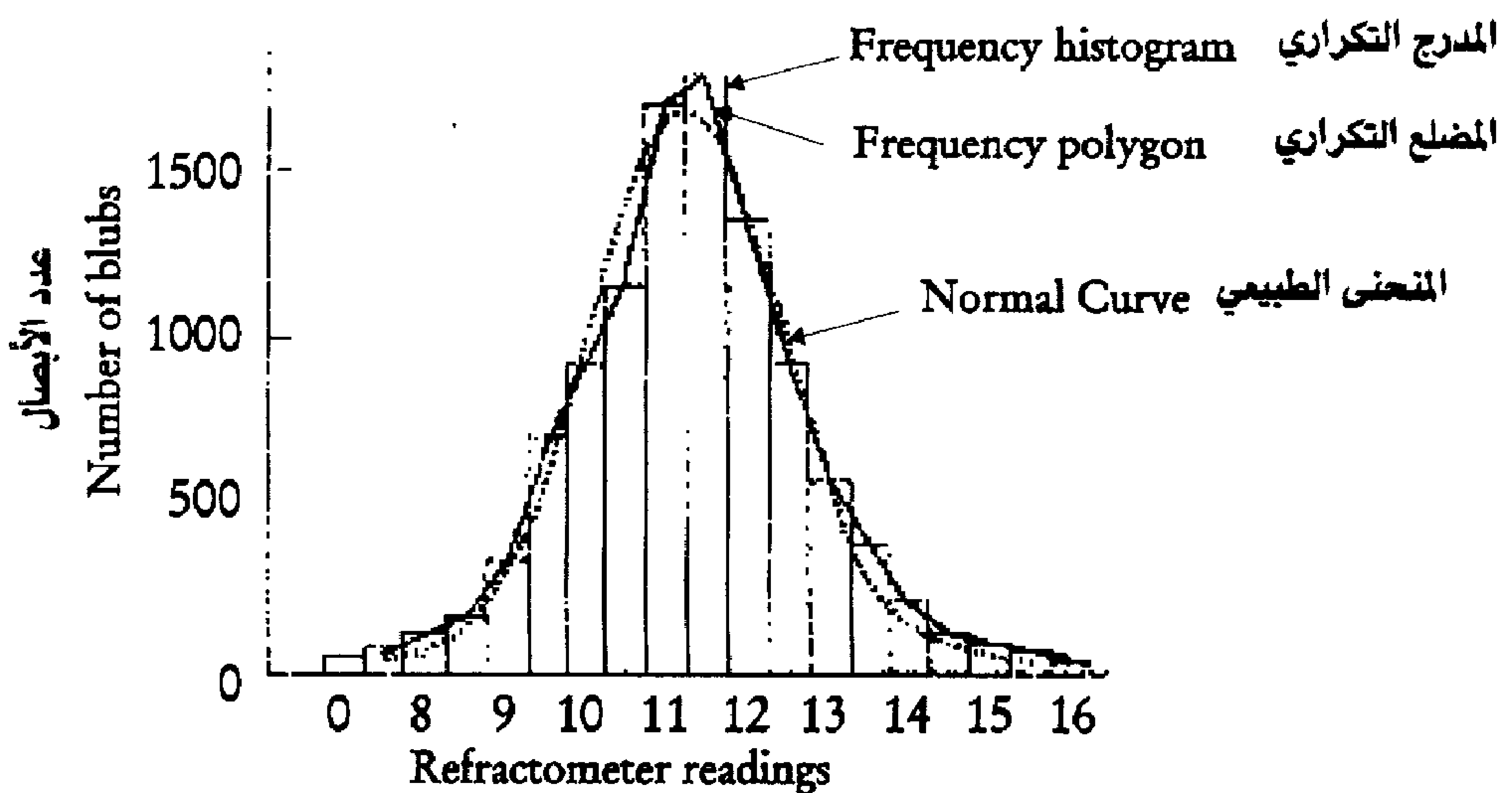
إن المعاملة Treatment عبارة عن جرعة المادة أو الطريقة المراد اختبارها في التجربة، إن صنف المحصول هو نوع من أنواع المعاملة. عندما تطبق المعاملة على أكثر من وحدة تجريبية فإنه يكون لدينا تكرار Replication للمعاملة. عند معاملة وحدتين تجريبيتين بشكل متماثل فإنهما يشكلان مكررين (أو قطاعين). الوحدات التجريبية التي استلمت معاملات مختلفة قد كررت ورتبت في تصميم مناسب فإنها ستنشئ التجربة (أو الاختبار). حسب مفهوم الإحصاء، فإن المجتمع يعتبر مجموعة من القياسات أو عدد من المتغيرات المفردة أخذت من جميع الوحدات المخصصة أن تكون في المجتمع. قد يكون المجتمع Population صغير نسبيا، كما هو في حاصل الحبوب (بالايكر) لكل حقول الشعير في منطقة معينة في سنة معينة. أو قد يكون كبيرا، كمثال، طول جميع الرجال بعمر أكثر من 20 سنة في الولايات المتحدة أو الحاصل الناتج من جميع الألواح المكنة ذات شكل معين والتي يمكن ترتيبها ضمن مساحة تجريبية. وحتى المجتمع الصغير عادة يتضمن قياسات لعدد كبير من المتغيرات أو الوحدات التجريبية. قد يكون لدينا مجتمعا لمتغير من وحدات تجريبية مفردة، مجتمع لمعدلات العينات للمتغير، أو مجتمع للفروقات ما بين أزواج معدلات العينات.

العينة Sample هي عبارة عن عِدد من القياسات التي تشكل جزء من المجتمع. نحن نحصل على معلومات ونعمل استنتاجا عن المجتمع من العينة. لكي نحصل على العينة الممثلة فنحن نستعمل أسس العشوائية. العينة العشوائية Random Sample هي العينة التي يمكن أن تتضمن أي قياس مفرد كما هو الحال لأي قياسات أخرى.

إن المجتمعات التي توصف بالصفات تسمى بالمعلمات Parameters وتكون قيم ثابتة كمثال، المتوسط الحسابي لجميع قيم المتغير في المجتمع الإحصائي تمثل المعلمات. إن له قيمة واحدة فقط، بالرغم من أنه نادرا ما نعرف ماذا تكون. إن العينات توصف بنفس الصفات، ولكن عندما تطبق على العينات فإنها تسمى بالإحصائية Statistic. إن معدل العينة هو إحصائية. نحن نحسب الإحصائيات من العينات كي نقدر معلمات المجتمع. إن الإحصائية تختلف من عينة لأخرى.

القيم المختلفة من المتغير يكون لها تكرارات ظهور مختلفة في المجتمع. كي يتم وصف المجتمع بشكل ملائم، فإن البيانات من العينة الكبيرة غالبا ما تنظم بعمل جدول تكراري Frequency table مدرج تكراري Frequency histogram ومضلع تكراري Frequency polygon. في الجدول التكراري (جدول 1.2) فإن قيم المتغير ترتب في جدول ضمن عدد من المديات التي تقع فيها هذه القيم. يمكن أن تدون المجاميع بعد ذلك على شكل التكرار الظاهر في كل مدى ومن ثم يرسم المضلع التكراري (شكل 1.2). إن إيصال النقاط الوسطى للمديات مع بعضها تشكل المضلع التكراري.

إذا أردنا تعيين التكرار لحاصل الحبوب لعدد من ألواح الشعير، النسبة المئوية للدهن في الحليب لعدد من الأبقاء، الزيادة في الوزن لمجاميع من النعاج، عدد الأضرار في قشرة كل درنة في 1000 درنة من البطاطا، أو قراءة الرفراكتوميتر Refractometer لعدد من رؤوس البصل، فإن المنحنيات الناتجة ستبين ميزات مهمة بشكل عام، إن المنحنيات ستكون تقريبا شبه الجرس، وبنقطة عليا قريبة من الوسط، وتمثل معظم المديات. إنها تنحدر بعيدا نوعا ما بانتظام في كل جانب إلى فئات استثنائية في النهايتين.



شكل (1.2) التوزيع التكراري لقراءة الرفراكتوميتر

لـ 1000 رأس بصل مع المنحنى النظري للتوزيع الطبيعي

معظـم البيانـات الحياتيـة (وفي الحقيقـة، البيانـات في عـدد مـن حقـول التطبيـق الأخـرى)، عندما توضح بشكل منحنى تكراري فإنها تطابق إلى حد بعيد المنحنى المعروف رياضيا باسم منحنى التكرار الطبيعي Normal frequency curve، في الشكل (1.2) فإن منحنى التكرار الطبيعي قد أدمج فوق المدرج التكراري والمضلع التكراري للقراءات الرفراكتوميتر الخاصة برؤوس البصل. لاحظ كم جيدا يكون المنحنى متفقا مع توزيع العينة.

جدول 1.2: الجدول التكراري قراءات الرفراكتوميتر لـ 1000 رأس من البصل

فترة الفئة Class Interval	نقطة الوسط Mid Point	Tabulation	التكرار Frequency
6.8 -7.2	7.0	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
7.3 -7.7	7.5	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	19
7.8 - 8.2	8.0		60
10.8 — 11.2	11.0		1600
11.3 — 11.7	11.5		1700
14.3 — 14.7	14.5		65
14.8 — 15.2	15.0		50
15.3 — 15.7	15.50	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	25
15.8 — 16.2	16.0	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	20
16.3 — 16.7	16.5	~~IIII~~ ~~IIII~~ 11	12

التوزيع الطبيعي The Normal Distribution

إن القانون المستخدم لوصف منحنى التكرار الطبيعي هو:

$$F = \frac{N}{(\delta\sqrt{2\pi})}\ e^{-(Y-\mu)^2/2\delta^2}$$

حيث أن F= تمثل عدد التكرارات لظهور أي قيمة من المتغير.

Y= تمثل أي قيمة متغير.

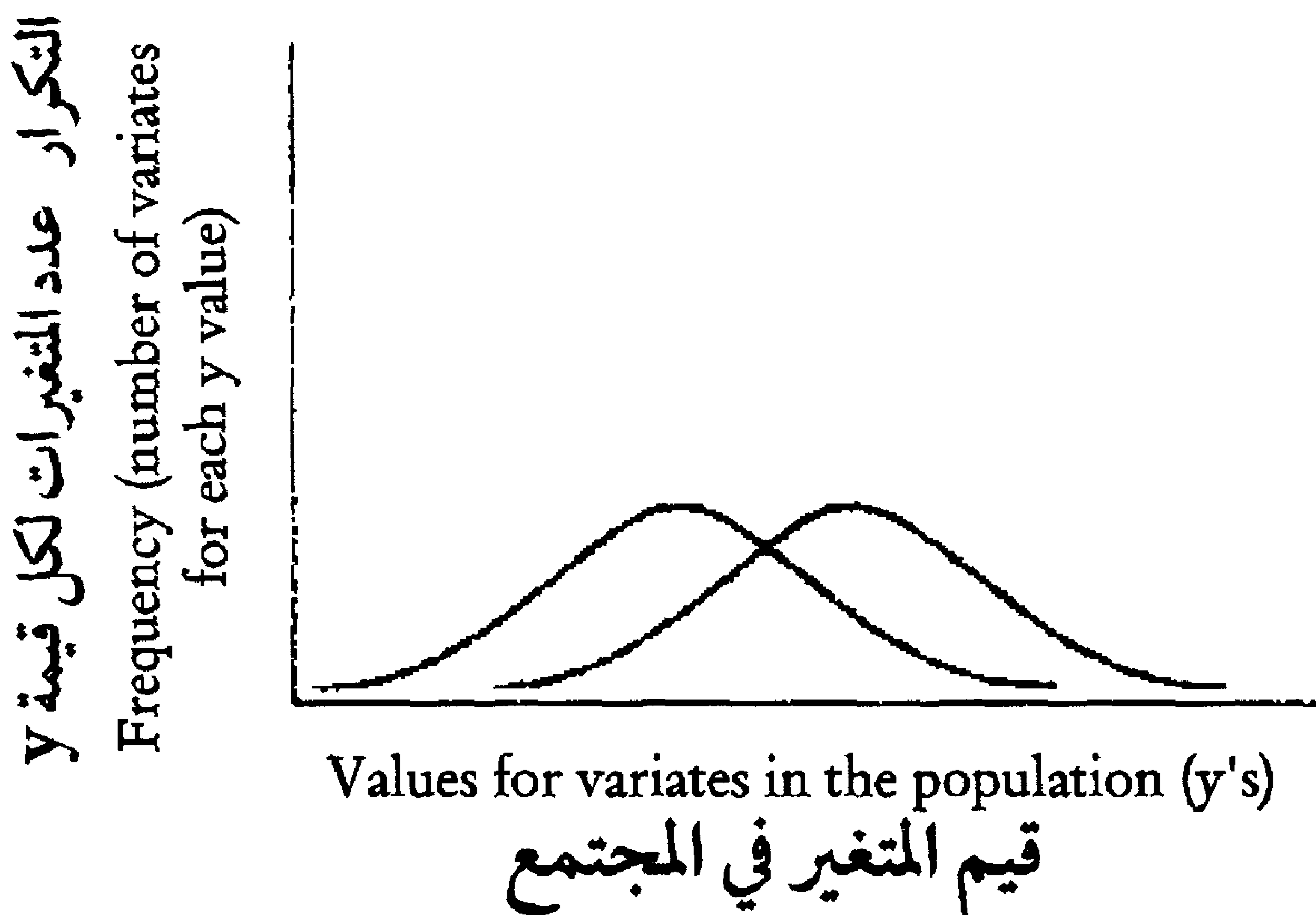
N= عدد قيم المتغير في المجتمع.

μ = متوسط المجتمع.

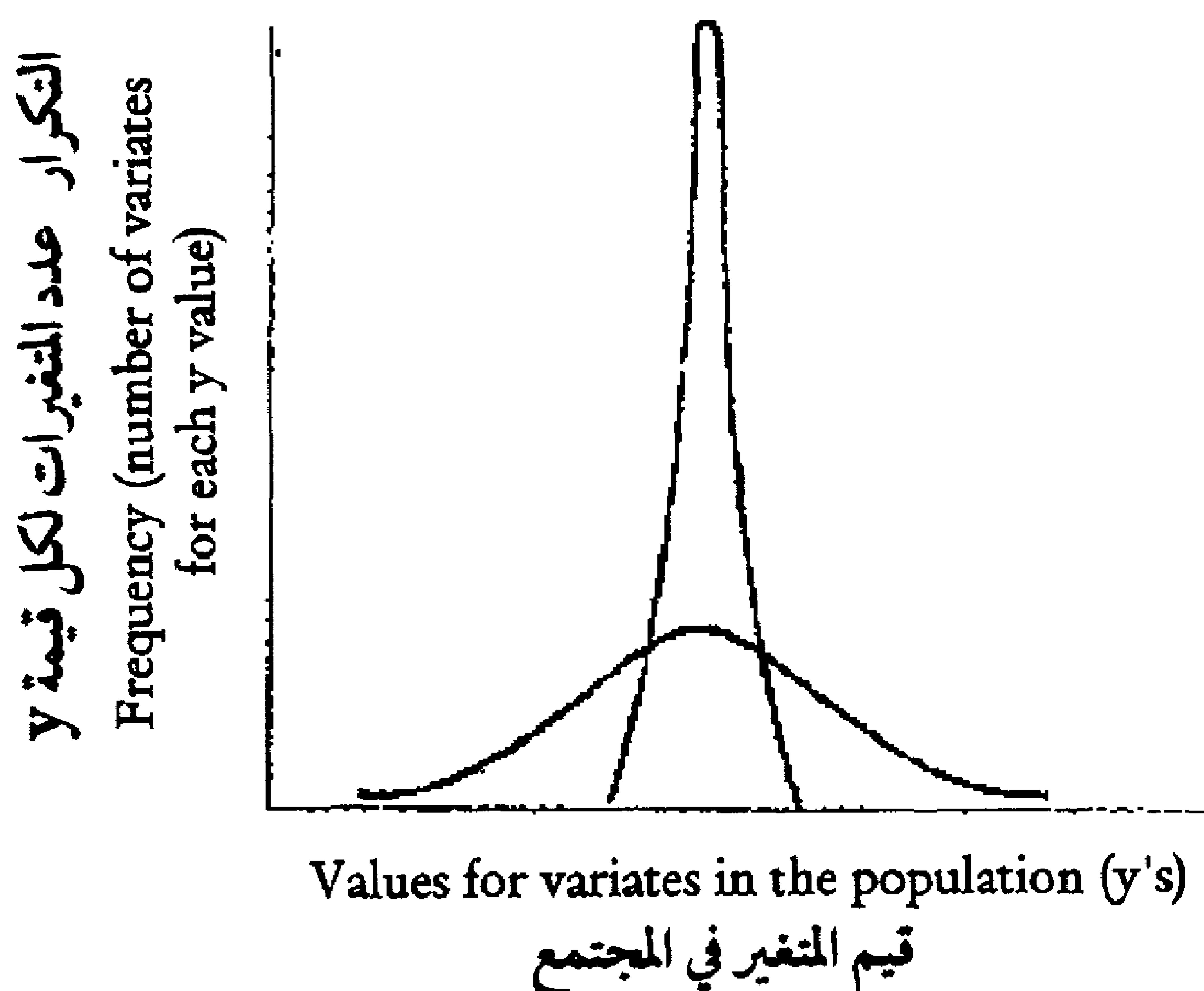
δ = الانحراف المعياري للمجتمع.

لاحظ بأن المنحنى الطبيعي الذي يصف تكرار ظهور قيم المتغير بأحجام مختلفة ممكن أن يرسم بحساب فقط معلمتين μ و .

إن التوزيع الطبيعي يختلف بعضه عن البعض استناداً إلى متوسطه و / أو الانحراف المعياري. إن المتوسط يبين موقع المنحنى على المحور الأفقي. الانحراف المعياري يبين مقدار التشتت Dispersion ما بين قيم المتغير. شكل 2.2 أ يبين توزيعين طبيعيين بانحراف معياري متشابه ولكن بمتوسطات مختلفة. التوزيعين الطبيعيين في شكل 2.2 ب لهما نفس المتوسط ولكن بانحرافات معيارية مختلفة.



شكل (2.2) أ: التوزيع الطبيعي – الانحرافات القياسية متساوية، المتوسطات مختلفة



شكل (2.2) ب: التوزيع الطبيعي – المتوسطات متساوية، الانحرافات القياسية مختلفة

الرمز الإحصائي، المتوسطات والانحرافات المعيارية

Statistical Notation, Means and Standard Deviations

كي نتعاملٍ رياضياً مع قيم المتغير، المتوسطات والمجموع، فإنه من الضروري أن يكون لدينا نظاما معينا للرموز كي نوضح طريقة العمل والعلاقات. في هذا الكتاب، فإنه قد تم تجنب الرموز المعقدة قدر الإمكان طالما أنها تكون مربكة لمعظم الطلاب بالرغم من ذلك، فإذا أكملت دراسة الإحصاء في مراجع أخرى، فإن مقدمة مختصرة لأكثر أو أقل من نظام الرموز القياسي يعتبر مفيد. نحن قلنا (لأكثر أو أقل من نظام الرموز القياسي) بسبب وجود اختلافات واضحة من مصدر لآخر والتي تكون مثبطة لكل الطلاب.

أولاً: سنشرح المتوسط والانحراف المعياري وبذلك سيتم تعلم بعض الرموز البسيطية.

إن القياس الأكثر شيوعاً وغالباً أفضل قياس للنزعة المركزية هو المتوسط الحسابي Arithmetic mean. إن الرموز المستعملة لتمثيل المتوسط الحسابي (ومن هنا فصاعدا يختصر إلى المتوسط) هو الرمز الأغريقي μ لمتوسط المجتمع و $\overline{Y}$ أو $\overline{X}$ لمتوسط العينة. ميو

(μ) هو عبارة عن مَعْلمة Parameter، قيمة ثابتة، نادراً ما نعرفها، وأن $\overline{Y}$ هو قيمة إحصائية Statistic، القيمة التي تختلف من عينة إلى عينة محسوبة من نفس المجتمع.

يعرف متوسط المجتمع بأنه:

$$\mu = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots\ldots + Y_n}{N}$$

حيث أن Y_1 و Y_2 وهلم جر، هي عبارة عن قيم متغيرات للمجتمع، وأن N عبارة عن عدد هذه القيم في المجتمع. وبذلك فإن Y_n ، هي قيمة المتغير رقم N في المجتمع.

مصادر عديدة تستعمل الرمز X بدل من Y للتعبير عن المتغير. على أي حال، ذلك يقود إلى بعض الإرباك عندما تدرس الانحدار Regression لأول مرة. في حالة الانحدار فإنك تعتبر قيم المتغير المدروسة على أنها قيم Y بسبب أنها توضع على محور Y (الإحداثي الرأسي) في الرسم البياني، قيم X توضع على محور X (الإحداثي السيني)، هي المعاملات الخاصة بتجربتك، كمثال، مستويات التسميد. لذلك فتجنبنا لبعض الإرباكات فقد سميت القيم المتغير على أنها قيم Y منذ البداية.

المتوسط (μ) يمكن أن يعرف برموز مختزلة سميت برموز الجمع:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y}{N}$$

في هذه المعادلة المختزلة، فإن الرمز الكبير الأغريقي $\sum$ (سكما) يبين لك بأن تجمع كل قيم Y_i، دليل الجمع = 1 ...... N تعبير على أن قيم Y_1 تستمر من قيمة Y_1 وحتى قيمة Y_n.

حيث أنه نادراً ما نعرف قيمة μ ، فإننا نقدره من متوسط العينة $\overline{Y}$ والذي يعرف على أنه:

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{r} Y_i}{r}$$

حيث أن r يمثل قيمة المتغير في العينة، عندما يكون واضحاً ما هي قيم Y التي ستجمع، فإن المعادلة غالبا ما تختصر إلى $\sum Y_i$ أو حتى إلى $\sum Y$.

بالنسبة للمثال في جدول 2.2 فإن:

غرام / نبات $\overline{Y} = \sum Y_i / r = (3+4+5+2+1)/5 = 15/5 = 3$

غالباً، ما نرغب بإظهار الفرق ما بين المتغير (Y) والمتوسط ($\overline{Y}$). مثل هذا يمثل بالحرف المائل الصغير Y أو X. وهكذا فإن $x = X - \overline{X}$ و $y = Y - \overline{Y}$.

جدول 2.2 الوزن الجاف لخمسة نباتات، $\overline{Y}=3$

غم بكل نبات Y	$Y-\overline{Y}$	$(Y-\overline{Y})^2$
3	0	0
4	1	1
5	2	4
2	-1	1
1	-2	4
$\sum 15$	0	10

هناك صفتين مهمتين للمتوسط: أن مجموع انحراف القيم عن المتوسط يساوي صفر (العمود 2 جدول 2.2) وأن مجموع مربع انحراف القيم عن المتوسط (العمود 3 جدول 2.2) هو أقل ما يمكن، وهذا يعني أن مجموع مربع انحراف القيم عن أي قيم أخرى سوف يكون أكبر.

من مقاييس النزعة المركزية Measures of Central Tendency الأخرى، والتي سوف لا نستعملها في هذا الكتاب، هو: الوسيط Median - القيمة التي تقع في مركز قيم المتغير، عندما ترتبت حسب كبْر المقدار (تصاعديا أو تنازليا)، إذا كان عدد القيم زوجيا، فإن الوسيط هو معدل القيمتين الواقعتين في المركز، والمنوال Mode - وهي القيمة الأكثر تكرارا في الظهور، في التوزيع الطبيعي، فإن قيم المتوسط، الوسيط، والمنوال تكون متساوية.

إن القياس الأكثر شيوعاً للتشتت والأفضل لأغراض عديدة هو الانحراف المعياري Standard deviation، ومربعه التباين Variance، الانحراف المعياري للمجتمع δ والتباين δ^2، عندما يتم تقديرهما من العينة، فإنه يرمز لهما S و S^2 على التوالي.

يقدر تباين المجتمع كما في المعادلة:

$$\delta^2=\frac{\sum(Y_i-\mu)^2}{N}$$

حيث أن N تمثل عدد قيم المتغير في المجتمع. إن أفضل تقدير لـ δ^2 من العينة الصغيرة. (عندما يكون r أقل من 60) هو كما في المعادلة:

$$\delta^2=\frac{\sum(Y_i-\overline{Y})^2}{r-1}$$

حيث أن r يمثل عدد قيم المتغير في العينة. لماذا يستعمل $(r-1)$ بدلاً من r في المقام؟

إذا عرفنا قيمة μ، فإن أفضل تقدير لـ δ^2 من العينة هو:

$$S^2 = \frac{\sum(Y_i - \mu)^2}{r}$$

وأن r سيكون عدد قيم المتغير في العينة. على أي حالٍ. نحن نادراً، إن لم يكن مستحيلاً، ما نعرف قيمة μ، لذلك فإننا في البسط نستعمل بدلا عنه القيمة التقديرية له $\overline{Y}$. الآن، حيث أن $\overline{Y}$ في المتوسط تساوي μ، فإنها تختلف من عينة لعينة، ونادراً ما تساوي بالضبط قيمة الـ μ. لقد عرفنا سابقا بأن $(Y - \overline{Y})$ هي أقل من أي مجموع لمربع الانحرافات من أي قيم أخرى غير Y. وبذلك، إذا كانت $\overline{Y}$ لا تساوي بالضبط μ، فإن $\sum(Y - \overline{Y})^2$ هي أقلٍ من $\sum(Y_i - \mu)^2$، إن هذا يعني بأن $\sum(Y_i - \overline{Y})^2 / r$ سوف يعطي قيمة تقديرية صغيرة جداً لـ δ^2. إن هذا سينتج عنه بأن أفضل تصحيح يمكن عمله هو باستعمال (r − 1) في المقام بدلا من r. بعبارة أخرى، في المتوسط:

$$\frac{\sum(Y - \overline{Y})^2}{r-1} \cong \frac{\sum(Y_i - \mu)^2}{r} \cong \delta^2$$

إن البسط، $\sum(Y_i - \overline{Y})^2$ هو مجموع المربعات وفي هذه الحالة مجموع مربعات الانحرافات لكل قيمة عن متوسطها. المقام (r − 1)، يشير إلى درجات الحرية Degree of Freedom للعينة، عادة تكون عدد المشاهدات ناقصا واحد.

سوف نستخدم العينة الصغيرة في جدول 2.2 لتوضيح حساب قيمة S^2 و S.

$$S^2 = \frac{\sum(Y_i - \overline{Y})^2}{r-1} = \frac{(3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 + (2-3)^2 + (1-3)^2}{5-1}$$

$$= \frac{(0)^2 + (1)^2 + (2)^2 + (-1)^2 + (-2)^2}{4} = \frac{5+1+4+1+4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

$S = \sqrt{2.5} = 1.58$ غم / نبات

في العينات الصغيرة وبدون كسور عشرية حيث يظهر المتوسط كرقم كامل، S^2 و S تحسباً بطريقة سهلة من المعادلة العامة المحددة. ولكن في حالة العينات الكبيرة فإن هناك طريقة مختزلة تكون أكثر سهولة في الاستعمال خاصة عند استعمال الحاسبة المنضدية.

ويمكن تثبيتها بأنها:

$$\sum(Y_i - \overline{Y})^2 = \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{r}$$

وبذلك فإن المعادلة الملائمة لـ S^2 تكون:

$$S^2 = \frac{\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{r}}{r-1}$$

إن الحد الموجود في الجهة اليمنى في البسط يسمى معامل التصحيح Correction Factor، وسيرمز له في الكتاب بالرمز C. $C=(\sum Y_i)^2/r$ ، المقام (r -1) يسمى بدرجات الحرية (وسيرمز لها df)، والتي فيها التباين مبني على أساس. في هذه الحالة، أقل بواحد من عدد قيم المتغير في العينة.

عندما نطبق هذه المعادلة على البيانات في جدول 2.2 فإنها تعطي:

$$S^2 = \frac{3^2+4^2+5^2+2^2+1^2-\frac{(3+4+5+2+1)^2}{5}}{5-1} = \frac{55-\frac{15^2}{5}}{4}$$

$$= \frac{55-45}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

وكما ذكر سابقاً:

عدد من الحاسبات المنضدية وحاسبات الجيب برمجت لحساب الانحراف المعياري وذلك بضغط مفتاح إدخال عينة من قيم المتغير. الحاسبة بهذه القدرة تسهل بدرجة كبيرة حسابات تحليل التباين Analysis of Variance (اختصرت من الحروف الأولى إلى ANOVA)، أحد المحاذير هو أن تعرف فيما إذا كان حاسبتك ستحسب S باستعمال r أو r − 1 كمقسوم عليه. المقسوم عليه r يستعمل فقط عندما تكون العينة كبيرة، ذلك عندما تحتوي على 60 قيمة للمتغير على الأقل.

من القياسات الأخرى للتشتت هي المدى Range والانحراف المتوسط Mean deviation. على أي حال، سوف لا تشرح هنا بسبب الفائدة الكبيرة جدا لـ S^2 و S.

إن الاختلاف ما بين الوحدات التجريبية في التجارب يتضمن وحدات مختلفة من القياسات و / أو أحجام ألواح ممكن أن تقارن بواسطة معامل الاختلاف Coefficient of Variation، والذي يعبر عن الانحراف المعياري بكل وحدة تجريبية كنسبة مئوية للمتوسط العام للتجربة. وبالتالي فإن $CV=(S/\overline{Y})\,100$ ، كمثال على ذلك، افترض تجربتين أحدهما تتضمن حاصل جذور البنجر السكري حيث أن S = 1.18 طن / ايكر، وأن متوسط جميع الألواح هو 30.5 طن / ايكر، والأخرى تتضمن الفاصوليا الليما حيث أن المتغير هو عدد البادرات في اللوح وأن S = 5.8 و $\overline{Y}$ = 82.7 ، فإن معامل الاختلاف هو 3.9% = (1.18/30.5) 100 و (5.8/82.7) 100 = 7.0%. إن المقارنة بين الاثنين تشير بأن هناك 1.8 مرة (7.0/3.9) أكثر اختلافاً ما بين الألواح ضمن المعاملة في تجربة فاصوليا الليما.

قيم المتغير في الجدول ذو الاتجاهين: Variates in a Two – way table

بسبب تصميم التجربة أو لتسهيل عملية الحساب، فغالباً ما يتم ترتيب قيم المتغير في جدول ذو اتجاهين ويرمز لها كما في جدول 3.2. إن رمز أي قيمة متغير في مثل هذا الجدول ذو الاتجاهين يكون Y_{ij} أو في بعض المصادر X_{ij}. إن الحرف الدليلي i يشير إلى الصفوف في الجدول التي تبدأ من 1 وحتى n، وأن j تشير إلى الأعمدة في الجدول التي تبدأ من 1 وحتى r. قيمة متغير معينة تتمثل بتقاطع الصف والعمود، كمثال Y_{23} هي القيمة في الصف 2 والعمود 3.

لاحظ أن استعمال النقطة الدليلية تشير إلى أن العملية الرياضية مستمرة لكل قيم المتغير في الصف أو العمود. $Y_{1.}$ تعني مجموع كل قيم المتغير في الصف الأول، للإشارة إلى العملية التي تتضمن مجاميع الصفوف، فإننا نستعمل الرمز $Y_{i.}$ كمثال $\sum Y_{i.}^2$ تعني وجوب تربيع مجموع كل صف ومن ثم جمع المربعات. إن متوسط الصف الأول هو $\bar{Y}_{1.}$ والذي يساوي $Y_{i.} / r$ والذي يساوي أيضاً $\sum_{j}^{r} = 1 \sum_{1j} / r$. إن الصيغة الأخيرة تعني بوضوح (جمع كل الـ j للصف الأول ثم يقسم على r، عدد الـ j.

إن استعمال مثل هذه الطريقة في الرموز (عندما يعتاد عليها في الآخر) سوف توفر مساحة عند عرض العمليات الرياضية والعلاقات. سوف يتم استخدامها قليلاً ودائماً على الأغلب مع أمثلة بأرقام من أجل التوضيح. ولكي يتم التدريب عليها قليلاً، فإننا سوف نستخدم الأرقام الحقيقية في جدول 4.2 متماشياً مع الرموز المستعملة في جدول 3.2.

جدول 3.2: عرض رموز قيم المتغير في جدول ذو اتجاهين

الصفوف (i والمعاملات)	الأعمدة (j، التكرارات) 1 2 3 ... r	المجاميع $Y_{i.}$	المعدلات $\bar{Y}_{i.}$
1	Y_{11} Y_{12} .... Y_{1r}	$Y_{1.}$	$\bar{Y}_{1.}$
2	Y_{21} Y_{22} .... Y_{2r}	$Y_{2.}$	$\bar{Y}_{2.}$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	Yn_1 Yn_2 .... Ynr	$Y_{n.}$	$\bar{Y}_{n.}$
المجاميع $Y_{.j}$	$Y_{.1}$ $Y_{.2}$ ... $Y_{.r}$	$Y_{..}$	
المعدلات $\bar{Y}_{.j}$	$\bar{Y}_{.1}$ $\bar{Y}_{.2}$ ... $\bar{Y}_{.r}$		$\bar{Y}_{..}$

جدول: 4.2 حاصل جذور البنجر السكري

(طن بالايكر) من تجربة بخمسة معاملات وبأربعة تكرارات

المعاملات Treatment (Row) الصف	(الأعمدة) التكرارات Replication (colums) 1	2	3	4=r	المجاميع Totals $Y_{i.}$	المعدلات Means $\overline{Y}_{i.}$
1	15	18	17	18	68	17.0
2	16	15	13	16	60	15.0
3	23	25	22	24	94	23.5
4	20	16	14	16	66	16.5
5= n	20	17	15	16	68	17.0
Totals, المجاميع $Y_{.j}$	94	91	81	90	= Y...356	
$\overline{Y}.j$ المعدلات Means,	18.8	18.2	16.2	18.0		$17.8 = \overline{Y}..$

من أجل الإشارة إلى حساب مجموع مربعات جميع قيم المتغير في الجدول ذو الاتجاهين فإننا نكتب:

$$SS = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{r} (Y_{ij} - \overline{Y}...)^2$$

إن دلائل الجمع غالباً ما تحذف، وفي بعض الأحيان واحدة من إشارات الجمع أيضاً تحذف وذلك لاختصار الصيغة إلى $SS = \sum (Y_{ij} - Y...)^2$.

إن الصيغة الأولي هي الكاملة تماماً وذلك لأنها تمثل حدود الجمع لكل من الصفوف والأعمدة، ولكن عندما تفهم هذه جيدا فإن الصيغة الثانية تعتبر كافية.

لحساب الـ SS بهذه الصيغة للبيانات في جدول 4.2:

$$SS = (15\text{-}17.8)^2 + (18\text{-}17.8)^2 + \ldots + (15\text{-}17.8)^2 + (16\text{-}17.8)^2 = 223.2$$

إن سلسلة النقط، .... تعني بأن نستمر في العملية الرياضية في كل مكان بالجدول منتهياً بالقيمتين الأخيرتين 15، 16.

لحساب مجموع المربعات ما بين متوسطات الأعمدة فإننا نكتب $SSC = n\sum(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}...)^2$: إن ذلك يدل على أننا نأخذ كل متوسط عمود $(\overline{Y}.j)$ ، نطرح منه المتوسط العام $(\overline{Y}...)$ ، ثم نربع كل فرق $\{(\ )^2\}$ ، تجمع المربعات $(\sum)$ ، ثم يضرب بعدد قيم

المتغير (n) في كل عمود. إن أهمية الضرب في (n) سوف توضح قريباً. لحد هنا، فإننا فقط نرغب محاولة اتباع الطريقة المختزلة المربكة. حسب جدول 4.2:

$$SCC = 5\ \{(18.8-17.8)^2 + (18.2-17.8)^2 + (16.2-17.8)^2 + (18.0-17.8)^2\}$$
$$= 5\ (3.76) = 18.8$$

SSC ممكن أن يحسب أيضاً من مجاميع الأعمدة، إن هذا يعني:

$$SCC = (\sum Y.j^2\ /\ n) - (Y^2..\ /\ nr)$$

وبالنسبة لجدول 4.2 فهذا يعني:

$$SSC = \frac{94^2 + 91^2 + 81^2 + 90^2}{5} - \frac{356^2}{5(4)}$$
$$= 6355.6 - 6336.8 = 18.8$$

الآن سنعود إلى التوزيع الطبيعي وما يتصل به والتي تعتبر مهمة للطريقة الإحصائية.

المعاينة من التوزيع الطبيعي Sampling from a Normal Distribution

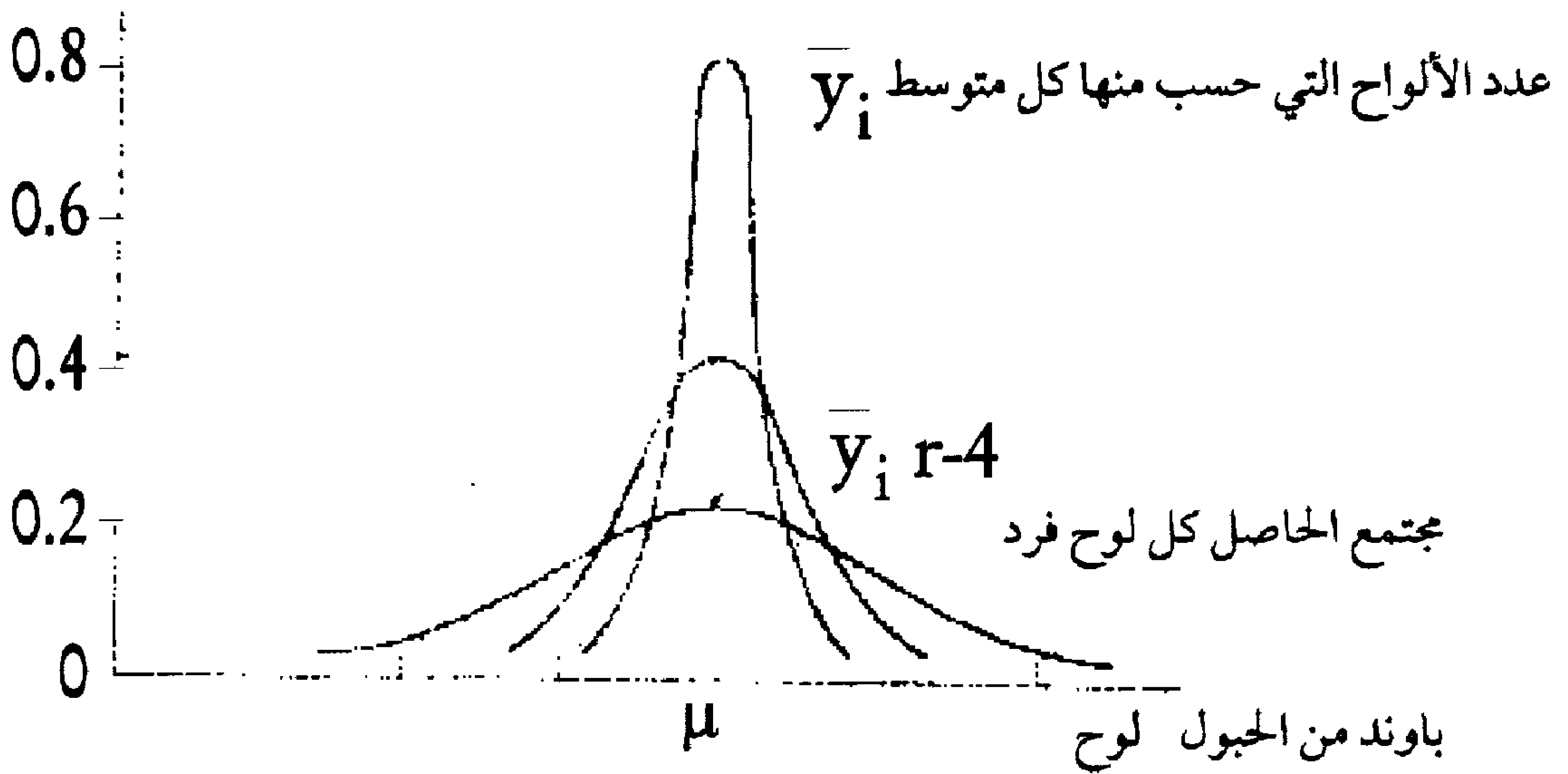
على العموم نحن نعرض مجموعة من الألواح أو الحيوانات لمعاملة معينة. يقدر تأثير المعاملة بحساب متوسط العينة. إننا الآن بإعادة التجربة (في النتيجة، نسحب عينات أخرى) سوف ينتج عدد من المتوسطات المختلفة. أحد المشاكل بعد ذلك، إلى أي مدى جيد يمكن لمتوسط مفرد أن يمثل التأثير الحقيقي للمعاملة؟ أحد الطرق لحل هذه المشكلة هو بحساب حدود الثقة Confidence Limits مدى من القيم التي يقع ضمنها المتوسط الحقيقي لتأثير المعاملة مالم يتم سحب عدد من العينات غير الاعتيادية. قبل أن نحسب حدود الثقة لمتوسط المعاملة فإننا سنطل على العلاقة ما بين المعلمات المعينة لمجتمع قيم المتغيرات ومجتمع المتوسطات المتكونة من إعادة سحب العينات من المجتمع الأصلي.

توزيع متوسطات العينات: The Distribution of Sample Means

إذا تم سحب جميع العينات المكنة لحجم معين من مجتمع قيم المتغير فيه ذو توزيع طبيعي، فإن متوسطات العينات ستشكل مجتمعاً أكبر من المجتمع الأصلي، وأن متوسط المجتمع الجديد هو نفسه للمجتمع الأصلي، ولكن الانحراف المعياري سيكون أصغر. في هذا النوع من العينات، كل قيمة متغيرة في المجتمع الأصلي تكون متماثلة، وبعد أن يتم سحب العينة وتقدير المتوسط فإن العينة تعاد وتسحب واحدة أخرى. تكرر العملية لحين ظهور جميع التوافقات المكنة لقيم المتغير سوية في العدد.

إن الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات يسمى بالخطأ القياسي للمتوسط أو فقط الخطأ القياسي ويرمز له $\delta\bar{Y}$. عندما يتم تقدير $\delta\bar{Y}$ من العينة فإنه يرمز لها بالرمز $S_{\bar{Y}}$.

يوجد علاقة رياضية مهمة ومفيدة جداً ما بين التباين (Variance) للمجتمع الأصلي، والتباين لمجتمع المتوسطات المسحوب منه: $\delta^2_{\bar{Y}} = \delta^2 / r$ حيث أن r تمثل حجم العينة التي على أساسها بني مجتمع المتوسطات. إن شكل 3.2 يبين هذه العلاقة.



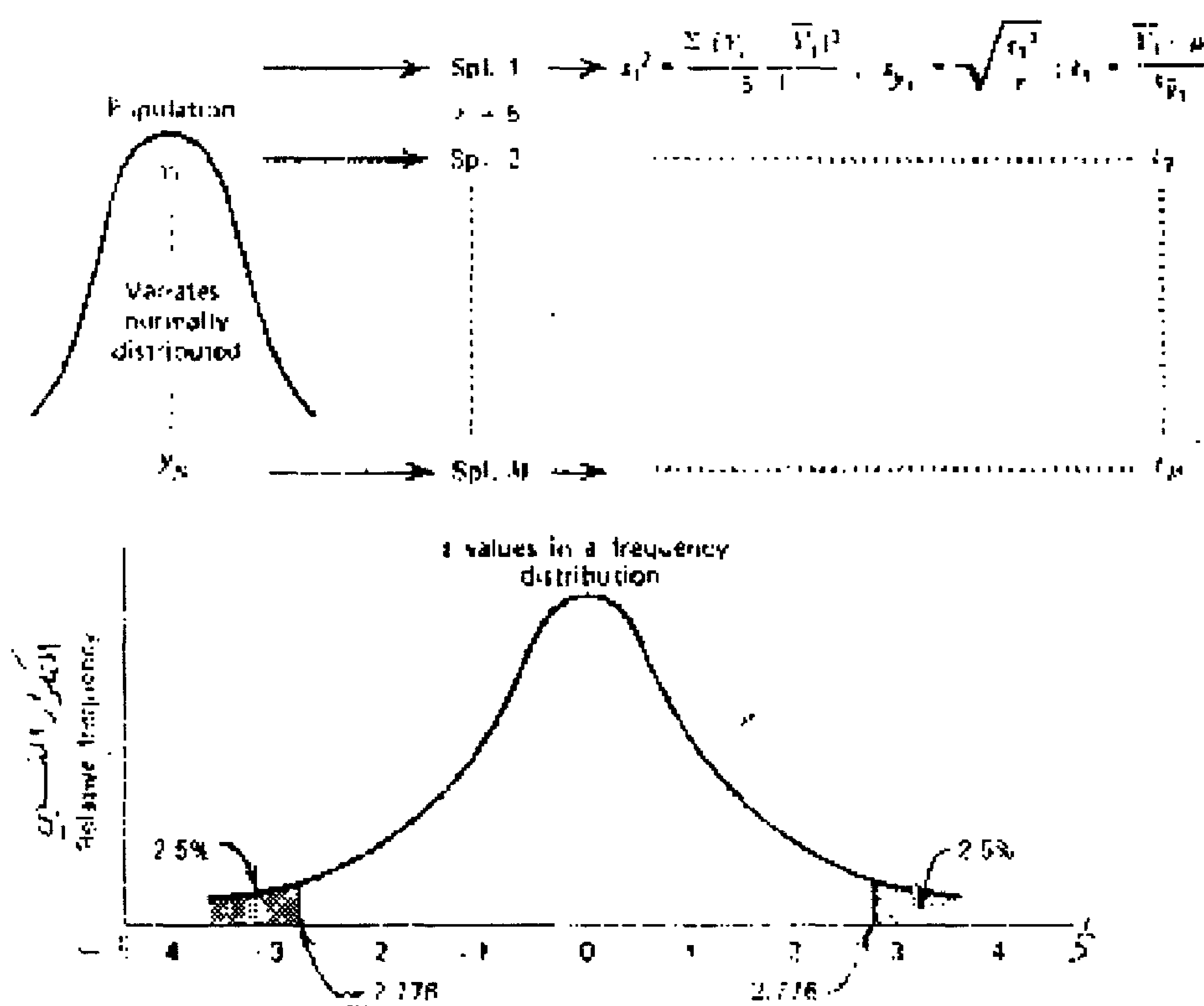
شكل 3.2 التوزيع التكراري لمجتمعات المتوسطات، مختلفة في حجم العينة، متكونة من إعادة سحب العينات من نفس مجتمع حاصل الحبوب للوح ذو التوزيع الطبيعي: التوزيعات (كلها طبيعية) تصبح أضيق وأطول كلما ازداد حجم العينة استناداً إلى العلاقة $\delta^2_{\bar{Y}} = \delta^2 / r$.

بزيادة حجم العينة (r) فإن توزيع المتوسطات يصبح أضيق وأطول، ذلك، أن الانحراف المعياري يصبح أصغر، ولكن المتوسط يبقى نفسه. بسبب هذه العلاقة، $\delta^2_{\bar{Y}} = \delta^2 / r$, فإننا نستطيع أن نقدر من عينة صغيرة بواسطة $S^2_{\bar{Y}} = S^2 / r$. إننا نستعمل هذه العلاقة عندما نحسب حد الثقة عن متوسط العينة. العلاقة تستعمل أيضاً باستمرار في تحليل التباين (ANOVA) عندما نرغب بتقدير التباين في كل لوح، S^2, مؤلفة سلسلة من المتوسطات، عندما نفترض بأن كل متوسط مشكلا عينة مسحوبة من نفس المتوسط. في هذه الحالة نحسب $S^2_{\bar{Y}}$ من متوسطات العينة كالآتي: $S^2_{\bar{y}} = \sum(\bar{Y}i. - \bar{Y}..) \;/\; (n-1)$

ثم بعد نقدر S^2 بحل المعادلة $S_{\bar{y}}^2 = S^2 / r$ إلى $S^2 = rs_{\bar{y}}^2$. إننا سنشرح هذا بشيء من التفصيل بعد ذلك.

توزيع t وحدود الثقة : The t Distribution and Confidence Limits

افترض إعادة سحب عينات أخرى بحجم معين، ولنقل r5 = كما في الشكل 4.2. لكل عينة احسب $\bar{Y}$ و S و $S_{\bar{y}}$ ، وقيمة إحصائية أخرى t، حيث أن $t = (\bar{Y} - \mu) / S_{\bar{y}}$. الآن تصور تنظيم مجتمعاً كبيرا لقيم t في توزيع تكراري. المنحنى التكراري سيكون شبيهاً للمنحنى في الشكل 4.2.



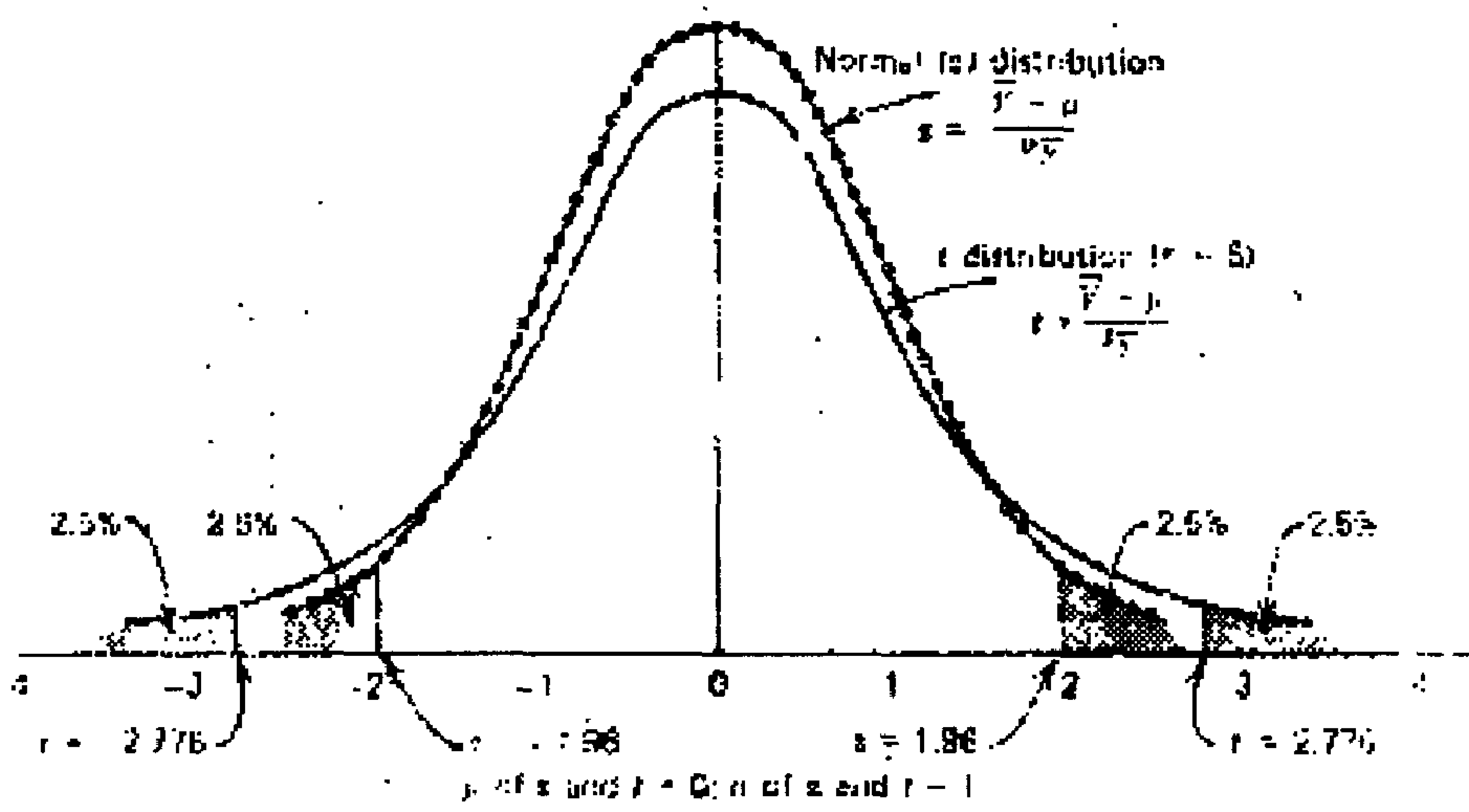
شكل 4.2: نشوء توزيع t من عينة بحجم 5

قيمة t حسبت لكل واحدة من العينات الممكنة لقيم المتغير الخمسة. إن تعيين تكرارات قيم t تعطي توزيعا له قيم أقل قرب المركز وقيم أكثر عند نهايات المنحنى مما هو الحال في التوزيع الطبيعي.

يوجد توزيع t خاص لكل عينة. للعينة بحجم 5، فإن 2.5٪ من قيم t ستكون مساوية إلى أو أكثر من 2.776 و 2.5٪ سوف تكون مساوية إلى أو أقل من 2.776- . جدول A.2 في الملحق هو جدول t بنهايتين حيث أن الاحتمالات قد بينت لقيم $\pm t$ المتحصل عليها لدرجات الحرية لأحجام مختلفة من العينات. كمثال على ذلك، لدرجات الحرية ($df = 10$) نجد أن قيمة $\pm t$ يتوقع أن تكون لنسبة احتمال 0.01 (1٪) 3.169. شكل 5.2 يبين توزيع t لعينة بحجم 5 مقارنة بالتوزيع الطبيعي. لاحظ أن توزيع t يختلف عن التوزيع الطبيعي. كلما كبر حجم العينة، كلما اقترب t من التوزيع الطبيعي. عندما تتضمن قيم t عينات تحتوي على 60 قيمة من قيم المتغير أو أكثر فإنها تكون تقريبا ذو توزيع طبيعي، بحيث أنها تقدر إلى حد بعيد القيمة الإحصائية للتوزيع الطبيعي، Z, والذي يحسب على أساس $Z = \overline{Y} - \mu / \delta_{\bar{y}}$، وأن Z , t يختلفان فقط في المقام. مع العينات الصغيرة $S_{\bar{y}}$ ، تختلف تماما من عينة لأخرى، ومن ثم فإن t تختلف بدرجة أكبر عن Z, الذي يكون مقامه $\delta_{\bar{y}}$ كمية ثابتة. مع العينات الكبيرة، على أي حال، $S_{\bar{y}}$ أقل اختلافا، ومن ثم فإن قيم t تعتبر أكثر تقديرا لقيم Z. للخط الأخير لمعظم جداول t, عندما تكون درجات الحرية في اللامانهاية، فإن $z = t$ (جدول A.2). جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي المناظرة لقيم Z لم تشمل في هذا الكتاب، طالما أنه من النادر تتعامل مع عينات كبيرة إلى الحد الذي يبرر استعمالها.

حدود الثقة : Confidence Limits

من أي عينة عشوائية يمكن حساب حدود الثقة (CL) والتي يقع ضمنها قيمة μ بثقات معينة. إن ذلك يمكن عمله بحل المعادلة $\pm t = (\overline{Y} - \mu) / S_{\bar{y}}$ وجعل النتيجة تتضمن قيمتين لحدود الثقة $CL = \overline{Y} \pm t\, S_{\bar{y}}$.



شكل 5.2: توزيع Z مقارنة بتوزيع t مبني على أساس عينة بحجم 5.

كلما كبر حجم العينة فإن توزيع t يقترب من توزيع Z الطبيعي.

(قيم t , Z التي تبتعد بعدها 5٪ من المساحة تحت كل منحنى قد أشير إليها).

إذا أردنا أن نكون على ثقة 95٪ بأن حدود الثِقة (CL) سوف تحتوي متوسط المجتمع (μ)، فإننا نقوم بضرب $S_{\bar{y}}$ بقيمة t الجدولية استنادا إلى (n-1) من درجات الحرية و 5٪ مستوى الاحتمالية (جدول A.2). للعينة التي فيها r = 5 , فإن $S_{\bar{y}}$ يضرب بالرقم 2.776.

وللتوضيح افترض العينة في جدول 2.2 حيث أن r = 5, Y = 3 , S^2 = 2.5 فإن:

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{2.5}{5}} = 0.707$$

$$CL = 3 \pm 2.776\,(0.707) = 4.96 \; to 1.04$$ غم / نبات

وهكذا فإن مع 95٪ ثقة ممكن القول بأن μ يقع ضمن هذا المدى. أنه غير صحيح بأن نقول بأن هنالك احتمال 95٪ بأن μ سوف لا يقع ضمن المدى المحسوب. قد نسحب عينة متوسطها $\overline{Y}$ و/ أو $\overline{S}$ ينحرفا بما فيه الكفاية عن الـ μ و / أو δ^2 وبذلك فإن حدود الثقة (CL.95) سوف لا تحتوي على μ . على أي حال إن احتمال سحب مثل هذه العينة هو فقط 5٪.

الفرضيات الإحصائية واختبارات المعنوية :

Statistical Hypothesis & Tests of Significante

إن الطريقة الإحصائية لمقارنة متوسطي معاملتين أو أكثر تتضمن استخدام افتراض يسمى فرضية العدم Null Hypothesis , والتي تفترض بأنه لا يوجد تأثير للمعاملات. ثم بعد ذلك نكمل اختبار أن احتمال تلك المتوسطات مختلفة كاختلاف العينات قد يحصل هذا نتيجة الصدفة إذا كانت العينات حقا عينات عشوائية من مجتمعات ذات توزيع طبيعي بمتوسطات وتباينات متساوية. إذا كان تحليلنا يقود إلى الاستنتاج بأننا نتوقع فروقات المتوسطات هذه تتكرر دائما نتيجة الصدفة، فإننا سوف لا نرفض الفرضية ونستنتج بعدم وجود تأثير حقيقي للمعاملة. إذا أظهر التحليل بأن الفروقات الملاحظة نادرا ما تحدث في العينات العشوائية المحسوبة من مجتمعات لها متوسطات وتباينات متساوية. فإننا نرفض فرضية العدم ونستنتج بأنه على الأقل معاملة واحدة لها تأثير حقيقي. على الأقل واحد من المتوسطات يعتبر مختلفا معنويا عن المتوسطات الأخرى.

إذا كانت الاحتمالية 5٪ أو أقل بأن الفروقات الملاحظة بين المتوسطات قد تظهر نتيجة الصدفة، فإننا نقول بأن المتوسطات مختلفة معنويا. إذا كانت الاحتمالية 1٪ أو أقل بأن الفروقات الملاحظة ما بين المتوسطات قد تظهر نتيجة الصدفة، فإننا نقول بأن الفروقات تكون عالية المعنوية Highly Significant. إن حقيقة عدم رفض فرضية العدم واستنتاجنا بعدم وجود اختلافات معنوية محددة ما بين المتوسطات تبرهن بأن بعض المعاملات ليس لها تأثير. أنه يوجد دائما احتمالية محددة بأنه يوجد تأثير حقيقي ولكن تلك التجربة غير حساسة بالدرجة الكافية لتظهر الاختلافات تحت مستوى الاحتمالية المناسب...

عند هذه النقطة يجب أن تتذكر بأنه لا شيء ساحر عن مستوى المعنوية 5٪. إن الاستنتاجات التي نعملها فيما يخص أي تجربة هي من اختصاصك وليس من اختصاص الإحصائي، وأنها تعتمد على أكثر من الأدلة الإحصائية، إن منطقية الاستنتاجات تأخذ بنظر الاعتبار على ضوء ما هو معروف مسبقا عن الموضوع. يجب ألا تكون متهيئا جدا لقبول النتيجة المعنوية إذا لم تكن معقولة على ضوء الحقائق المعروفة. أنه يوجد دائما فرصة بأن النتيجة المعنوية حدثت نتيجة الصدفة وأنك قد وقعت في خطأ نتيجة رفض فرضية العدم.

تصور عاقبة الوقوع في الخطأ. إذا كانت النتيجة مهمة جداً، فإن مثل هذا الوقوع بالخطأ في التوصية بالتغيير والتي تتطلب نفقات عالية من أجل زيادة بسيطة في الاستفادة، فإنك سوف تتردد برفض فرضية العدم نتيجة اختيار واحد حتى ولو كانت النتيجة معنوية عند مستوى احتمال 5٪. في مثل هذه الحالة فإنه يتطلب اختبارات إضافية أخرى.

من ناحية أخرى، إذا كانت نتيجة الوقوع بالخطأ ليست مهمة كثيراً، فإنه قد نرفض فرضية العدم حتى ولو أظهر التحليل الإحصائي بأنه يمكن أن نتوقع هذه النتيجة، فقيمة

الصدفة باحتمال كبير مثل 1 من لك 15 أو حتى 1 من كل 10 مرات. تأمل، كمثال، اختبار معاملة بذور جديدة غير مكلفة عندما يكون التحليل الإحصائي المشترك لعدة تجارب حقلية قريبا من أن تكون معنويا على مستوى احتمال 5٪. زيادة على ذلك، افترض أن نتائج عدة تجارب في البيت الزجاجي قد أشارت بأن المعاملة الجديدة قد أعطت معنويا حماية جيدة ضد الكائن المرضي الرئيسي الذي يهاجم بادرات المحصول المقصود. في مثل هذه الحالة ربما يكون هناك مبرر في رفض فرضية العدم حتى عند المستوى الذي نوصي بها بالطريقة إلى المزارعين، بينما أنت تستمر في اختبارا آخر لاستنتاجاتك في تجارب حقلية أخرى.

توزيع F: The F Distribution

إن اختبار F هو عبارة عن النسبة بين تباينين، ويستعمل لاختبار فيما إذا كانت القيمتين التقديريتين للتباين ممكن أن تكونا تقديريتين لنفس التباين. هذه النسبة أطلق عليها F من قبل جورج سنديكور (George W. Sendecor) بشرف من رونالد فشر (Ronald A. Fisher)، الرائد في استخدام الإحصاء الرياضي في الزراعة. في تحليل التباين، فإن اختبار F يستعمل لاختبار نوعية المتوسطات، ذلك، للإجابة عن سؤال، هل صحيحا أن تعتبر متوسطات المعاملات ناتجة من مجتمع العينات بمتوسطات متساوية؟ يمكن أن يوضح هذا بواسطة شرح كم جزء من جدول F يمكن تقديره.

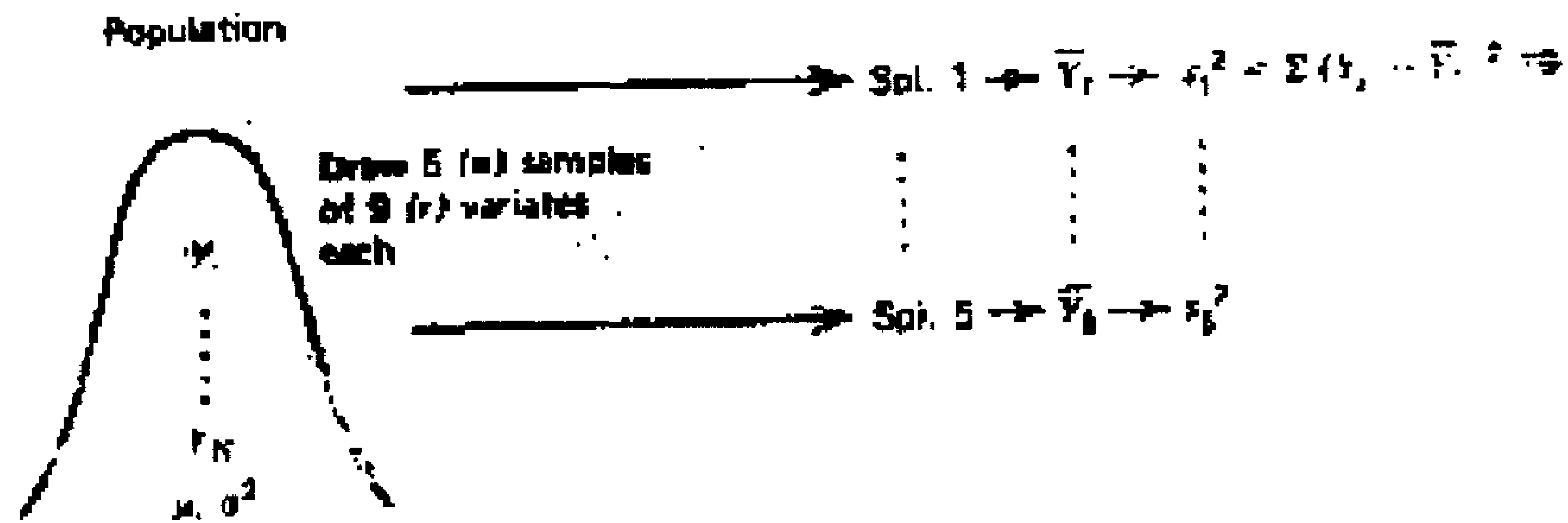
افترض الآتي: من مجتمع ذو توزيع طبيعي (شكل 6.2)، اسحب خمسة عينات (n = 5) ، كل منها يحتوي على عدد معين من قيم المتغير، ولتكن تسعة على سبيل المثال (r = 9) , احسب متوسطات العينات الخمسة. قدر δ^2 بحساب S^2 لكل عينة لتعطي $S_1^2 \ldots S_5^2$. اجمع تقديرات δ^2 كي تحصل على متوسط تقديري (مجمع) $S^2 = (S_1^2 + \ldots + S_5^2)$. قدر تباين المتسوطات $(\delta_{\bar{Y}}^2)$ من متوسطات العينات الخمسة:

$$S_{\bar{Y}}^2 = \Sigma(\bar{Y}i. - \bar{Y}..) \ / \ (5-1)$$

من δ_y^2 ، ثانية قدر δ^2 ، باستعمال العلاقة $S^2 = r\ s_y^2$, حيث أن r هي عدد قيم المتغير في كل عينة. احسب نسبة التباين F حيث أن:

$$F = \frac{S^2, \text{محسوبة من متوسطات العينات}}{S^2\text{ , محسوبة بواسطة تجميع تباينات العينات}}$$

إن درجات الحرية للبسط هي n - 1 = 4 (حيث أن n هي عدد العينات). وللمقام هي n (r-1) = 5 (8) = 40 (حيث أن r هي عدد قيم المتغير في كل عينة).



لحساب F لسحبة مفردة من متوسطات من 9 قيم متغير:

1- قدر δ^2 كـ $S_{\bar{Y}}^2 = (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \;/\; 5-1$ حيث أن $\bar{Y}_{..} = \sum \bar{Y}_{i.} \;/\; 5$.

2- قدر δ^2 من الفروقات بين متوسطات العينة كـ: $S_b^2 = rs_{\bar{y}}^2 = 9\, S_{\bar{y}}^2$.

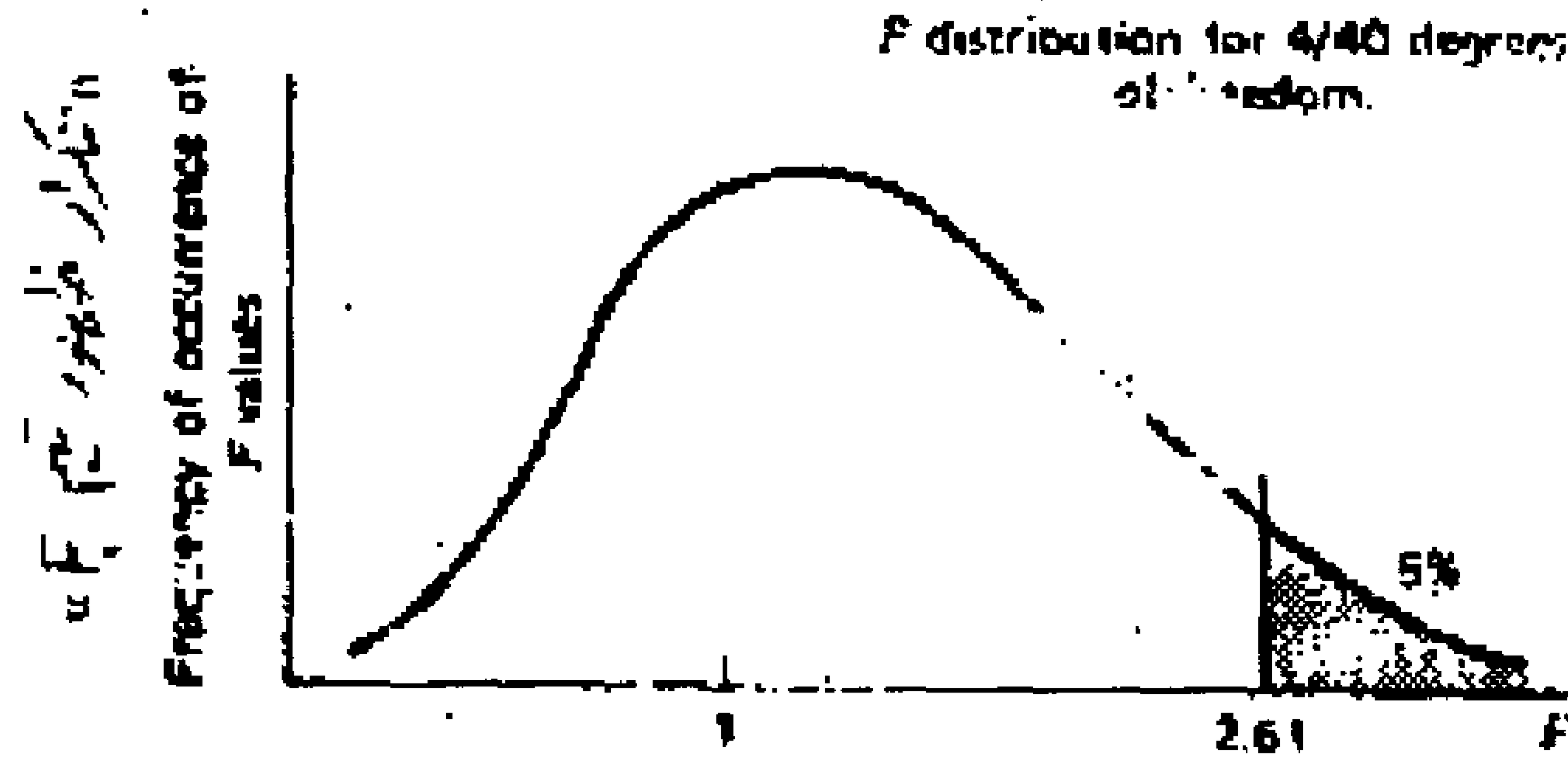
3- قدر δ^2 من الفروقات ضمن العينات كـ: $S_w^2 = (S_1^2 + \ldots + S_5^2) \;/\; 5$.

من ثم احسب F حسب المعادلة: $F = \dfrac{S_b^2}{S_w^2}$

بدرجات حرية: $df = \dfrac{5-1}{5\,(9-1)} = \dfrac{4}{40}$

أعد طريقة سحب العينات عدة مرات فإنه سيتولد مجتمعاً لقيم F حيث عندما يرسم فإنه سيشابه المنحنى الموجود في الأسفل.

(توزيع F لـ $\dfrac{4}{40}$ من درجات الحرية)



شكل 6.2: السحب المعاد لخمسة عينات (n) 5 لتسعة (r) 9 قيم متغير كل منها من مجتمع توزيع طبيعي لقيم المتغير (Y_1...... Y_n) لتكون توزيع F، الخمسة بالمائة من قيم F سوف تكون 2.61 أو أكثر (انظر الملحق) (84)

الآن تصور أن طريقة سحب العينات قد كررت لحين أن كل مجاميع العينات المحتملة قد سحبت وسجلت. إن تكرارات قيم F المتحصل عليها لأحجام مختلفة قد دونت، وأن منحنى التكرار قد رسم. إن قيمة F (2.61) هي القيمة التي ورائها تقع 5٪ من قيم F المحسوبة. هذه هي القيمة لمستوى 5٪ والموجودة في أي جدول F لـ 4 و 40 درجات الحرية (جدول A.3). طبقا لذلك، فإن قيم F يمكن أن تقدر لأحجام أخرى من العينات لعدد من العينات ولمستويات أخرى من الاحتمالية (2.5٪، 1٪، ... الخ).

بما أن كلا التباينيين في النسبة F هي قيم تقديرية لنفس التباين (δ^2)، فإن النسبة ستكون قريبة من 1 مالم يتم سحب مجموعة من العينات بصورة غير اعتيادية. إن توزيع F لعينة بالحجم الذي اعتبرناه (n = 5 , r = 9) سوف يكون شبيها بالرسم البياني في الشكل 6.2. إن المساحة تحت المنحنى تمثل تكرار الحصول على أية قيمة محددة من قيم F. لأي سحب معين لمجموعة من العينات r5 = 9 , n = فإن فرضية بأن تكون قيمة F المحسوبة مساوية إلى أو أكثر من 2.61 هي 5٪. أو أن الفرصة تكون 95٪ بأن أي سحب معين مشابه لهذه المجموعة من العينات سوف ينتج قيمة لـ F أقل من 2.61. لاحظ أن اختبار F يعتبر اختبارا باتجاه واحد. ذلك يعني، بأننا لا نهتم في احتمالية F التي تكون مساوية لبعض القيم الأقل من 1.

إن التجارب الخاصة بسحب العينات المفترضة أعلاه قد ذكرت كي تبين كيف يمكن الحصول على توزيعي F , t بواسطة سحب عينات من مجتمع قيم متغير ذو توزيع طبيعي. إن جداول F , t لن تحدد بهذه الطرق لسحب العينات المجهدة ولكن حسبت من علاقات رياضية معقدة ودقيقة. إن استعمال نسب F في تحليل التباين ANOVA سوف تشرح في الفصول القادمة.

الخلاصة Summary

الوحدة التجريبية Experimental Unit (أو اللوح Plot , لأي مساحة من الأرض في الحقل). هي وحدة مادة التجربة التي تطبق فيها المعاملة.

المتغير Variable: الصفة المقاسة لأي وحدة تجريبية.

قيمة المتغير Variate: قياس معين للمتغير.

المجتمع Population: مجموعة من القياسات (أو العدات) للمتغير مأخوذة من جميع الأفراد المخصصة لأن تكون في المجتمع.

العينة Sample: مجموعة من القياسات (قيم المتغير) التي تشكل جزء من المجتمع.

معلمة Parameter: صفة للمجتمع (مثلاً، المتوسط). تعتبر المعلمة قيمة ثابتة نادراً ما نعرفها، تقدر المعلمة من العينات. المعلمة غالبا ما يرمز لها برموز أغريقية (μ , δ ,... الخ).

قيمة إحصائية Statistic: صفة للعينة — غالباً ما تستعمل لتقدير المعلمة. عموماً يرمز لها بحرف روماني ($\overline{Y}$, S , ... الخ).

التوزيع الطبيعي Normal Distribution: يعرف رياضياً، بأنه منحنى بشكل الجرس ناتج من رسوم تكرار ظهور قيم المتغير بالمقابلة مع قيم مديات قيم المتغير. التوزيع الطبيعي يوصف بشكل محدد بمتوسطه وانحرافه المعياري.

متوسط مجتمع قيم المتغير المفردة، μ .

حيث أن N تمثل عدد الأفراد في المجتمع $\mu = \frac{\sum yi}{N}$.

إن القيمة التقديرية لـ μ من العينة هي $\overline{Y}$.

$$\overline{Y} = \frac{\sum yi}{r}$$

حيث أن r تمثل عدد الأفراد في العينة.

أن تباين مجتمع قيم المتغير المفردة، δ^2 .

$$\delta^2 = \frac{\sum(Yi-\mu)^2}{N}$$

الانحراف المعياري لمجتمع قيم المتغير المفردة δ .

$$\delta = \sqrt{\delta^2}$$

إن القيمة التقديرية لـ δ^2 من العينة هي S^2:

الصيغة التعريفية Definition Formula ⟵ $S^2 = \frac{\Sigma(Yi-\overline{Y})^2}{r-1}$

الصيغة التشغيلية Working Formula ⟵ $S^2 = \frac{\Sigma Yi^2 - \frac{(\Sigma Yi)^2}{r}}{r-1}$

معامل التصحيح المستخدم في الصيغة التشغيلية C:

$$C = \frac{(\Sigma Yi)^2}{r}$$

القيمة التقديرية لـ δ من العينة هي S. $S = \sqrt{S^2}$

معامل الاختلاف. $CV = \frac{S}{\overline{\overline{Y}}}(100)$

مجتمع المتوسطات Apopulation of Means. هو مجتمع كل المتوسطات المحتملة ($\overline{Y}$ S) لعينة بحجم محدد (r) مسحوبة من مجتمع الأفراد.

إن متوسط مجتمع المتوسطات، $\mu\overline{y}$.

حيث أن M هو عدد متوسطات العينات. $\mu\overline{y} = \frac{\Sigma_{\overline{yi}}}{M}$

إن تباين مجتمع المتوسطات. $\delta^2_{\overline{y}}$

$$\delta^2_{\overline{y}} = \frac{\Sigma(\overline{Y}i-\mu)^2}{M}$$

الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات أو الخطأ القياسي Standard error , $\delta\overline{y}$.

$\delta_{\overline{y}} = \sqrt{\delta^2_{\overline{y}}}$. وأن العلاقة بين δ^2 و $\delta^2_{\overline{y}}$ هي:

$$\delta^2_{\overline{y}} = \frac{\delta^2}{r}$$

حيث أن r هو عدد قيم المتغير في كل متوسط عينة (حجم العينة). وأن القيمة التقديرية لـ $\delta^2_{\overline{y}}$ من n من العينات هي $S^2_{\overline{y}}$.

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{\sum(\bar{Y}i - \bar{Y}..)^2}{N-1}$$

وأن القيمة التقديرية لـ $\delta_{\bar{y}}^2$ من عينة مفردة بحجم r:

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{S^2}{r} = \frac{\sum(Yi - \bar{Y})^2}{r-1}\left(\frac{1}{r}\right)$$

تقدر قيمة δ^2 عندما تكون $S_{\bar{y}}^2$ معلومة.

حيث أن r تمثل عدد قيم المتغير في كل عينة.

$$\delta^2 \cong r\, S_{\bar{y}}^2$$

t , قيمة إحصائية محسوبة من عينة تظهر الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع في وحدات الخطأ القياسي $t = (\bar{Y} - \mu) / S_{\bar{y}}$

حدود الثقة لمتوسط المجتمع μ, عينة صغيرة.

$$CL = \bar{Y} \pm t\, S_{\bar{y}}$$

F , عبارة عن النسبة بين القيمتين التقديريتين لـ δ^2.

$$F = \frac{S^2\text{, محسوبة من متوسطات العينات}}{S^2\text{ , محسوبة بواسطة تجميع تباينات العينات}}$$

الفصل الثالث

3

تحليل التباين واختبارات t

The Analysis of Variance and t Tests

- تحليل التباين من عينتين.
- طريقة دليل الطبخ.
- مفتاح الانحراف المعياري.
- مجتمع فروقات المتوسطات.
- اختبارات t للمعنوية.
- حدود الثقة لفرق المتوسط.
- تقريب وتدوير الأرقام.
- التجارب العاملية.
- تحليل التباين وتصميم التجارب.
- الخلاصة.

الفصل الثالث

تحليل التباين واختبارات t
The Analysis of Variance and t Tests

لدينا الآن بعض المفاهيم الإحصائية، ونحتاج لفهم تحليل التباين. لكن قبل القيام بشرح التجارب المتعددة، فإنه سيكون من المفيد بأن نرى كيف يمكننا استخدام هذه المفاهيم لتحليل حالة سهلة تتضمن معاملتين كل منها خصصت إلى 5 من 10 وحدات تجريبية.

أولاً نشرح ماذا يعمل في طريقة تحليل التباين، ومن ثم نبين طريقة العمل الوتيرية (الروتينية) في تنفيذ العمليات الحسابية.

تحليل التباين مع عينتين ANOVA With Two Samples

سوف تستعمل البيانات في جدول 1.3 لتوضيح طريقة تحليل التباين.

لتقدير المتغيرية المسماة الخطأ التجريبي Experimental Error فإننا نقدر التباين لكل عينة (S_2^2, S_1^2), مفترضين بأن كليهما يقدرا التباين العام ومن ثم نقدر هذا التباين العام (δ^2) عن طريق تقدير متوسط تباين العينتين.

جدول 1.3: الحاصل (100 با / ايكر)

لصنفين من القمح 1 و 2 من ألواح خصصت إليهما الصنفين عشوائياً

الأصناف Varieties	التكرارات Replications					Yi.	$\overline{Y}i.$	
1	19	14	15	17	20	85	17	$\overline{Y}i.$
2	23	19	19	21	18	100	20	$\overline{Y}2$
						185	18.5 = $\overline{Y}..$	

$$S_1^2 = \frac{\sum(Y1j - Y1.)^2}{r-1}$$
$$= \frac{(19-17)^2 + ... + (20-17)^2}{5-1} = \frac{26}{4} = 6.5$$
$$S_2^2 = \frac{\sum(Y_{2j} - \overline{Y}_{2.})^2}{r-1}$$
$$= \frac{(23-20)^2 + ... + (18-20)^2}{5-1} = \frac{16}{4} = 4.0$$

بأخذ متوسط S_1^2 , S_2^2 فإنه سيبقى قيمة تقديرية لـ δ^2 وستكون الاختلاف ضمن العينات ويرمز لها S_w^2 .

$$S_w^2 = \frac{S^2 1 + S^2 2}{2} = \frac{6.5 + 4.0}{2} = 5.25$$

بافتراض أن فرضية العدم هي أن العينتين عشوائيتين مسحوبتان من نفس المجتمع، ومن ثم، فإن $\overline{Y}_{1.}$, $\overline{Y}_{2.}$ كليهما قيمتين تقديريتين لنفس متوسط المجتمع (μ) . نحن نقدر تباين المتوسطات $(\delta_{\bar{y}}^2)$ من متوسطي العينتين 1 و 2.

$$= \frac{\sum(Y1. - Y..)^2}{n-1} = \frac{(17-18.5)^2 + (20-18.5)^2}{2-1} = \frac{(-1.5)^2 + (1.5)^2}{1} = 4.5$$

نقدر ثانية δ^2 باستخدام العلاقة $S_{\bar{y}}^2 = S^2 / r$ ثم نحلها لإيجاد S^2. تذكر بأن r يمثل عدد قيم المتغير في كل عينة والذي منها يحسب كل متوسط عينة. سوف نرمز لهذه القيمة التقديرية لـ δ^2 بالرمز S_b.

$$S^2 = rs_{\bar{y}}^2 = 5\ (4.5) = 22.5$$

يوجد لدينا الآن قيمتين تقديريتين لـ S_w^2, δ^2 مبنية على أساس الاختلافات ضمن كل عينة و S_b^2 على أساس الاختلافات بين العينات. بافتراض أن فرضية العدم صحيحة، فإننا سنتوقع S_w^2 و S_b^2 تقريباً متساويتين طالما أن كليهما يقدرا نفس التباين (δ^2). نستطيع أن نقدر احتمالية الحصول على تقديرات مختلفة عن بعضها لـ δ^2 بحساب النسبة F، وبالرجوع إلى قيم F الجدولية. في هذه النسبة، فإننا نضع دائماً التباين المقدر من متوسطات العينات (المعاملة) S_b^2 في البسط والتباين المقدر من قيم المتغير في المقام. وبذلك، $F = S_b^2 /\ S_w^2$.

إذا كانت المعاملتان (العينتان) قد جاءت من مجتمعات لها متوسطات مختلفة، فإن S_b^2 سوف تحتوي على مكون يعكس هذا الفرق وأنه سيكون أكبر من S_w^2. في تجربتنا، فإن: $F = 22.5 / 5.29 = 4.29$

إن البسط S_b^2 يتضمن درجة حرية واحدة طالما أنه يوجد متوسطي عينتين. المقام S_w^2 مبني على أساس متوسط درجات الحرية ضمن كل عينة. كل عينة فيها 5 قيم متغير ومن ثم 4 درجات حرية، لذلك فإن درجات الحرية لـ S_w^2 هي 4 + 4 = 8.

من جدول F (جدول A.3) ننظر إلى قيم F فإننا نتوقع باحتمالية محددة فيما إذا كانت فرضية العدم صحيحة وأن متوسطات العينات تختلف فقط عن بعضها نتيجة الصدفة. لدرجة حرية 1 (البسط) و 8 (المقام) فإننا نتوقع أن تكون قيمة F تساوي 4.29 أو أكثر بمستوى احتمال حوالي 7٪. لنضع ذلك بطريقة أخرى، إذا كان المتوسط الحقيقي يساوي صفر $(\mu_1 - \mu_2 = \mu_{\bar{d}} = 0)$, فإن فرصة الحصول على قيمة تقديرية لـ $\mu_{\bar{d}}$ تساوي 3 وزن حجمي لكل ايكر يكون حوالي 7٪ عادة. نحن لا نرغب بالمقامرة بأن هذه النتيجة (والتي لها احتمال 7٪ في الظهور) لن تظهر، وبذلك فإنه من غير المعقول بأن نرفض فرضية العدم ونستنتج بأن متوسط الصنف الأول يختلف اختلافا حقيقيا عن متوسط الصنف الثاني. من ناحية أخرى، فإن متوسط الصنف الذي يختلف عن 3 وزن حجمي بالايكر، إذا كان حقا، فإنه يمثل زيادة اقتصادية مهمة. بناء على ذلك، فقد تقرر تقييم الصنفين في تجارب أخرى إضافية.

طريقة دليل الطبخ A Cookbook Procedure

الطريقة الآتية هي طريقة تدريجية Stepwise Procedure لتكملة تحليل التباين (ANOVA) للبيانات في جدول 1.3 باستعمال الحاسبة الجيبية أو المنضدية.

1- اكتب المخطط التمهيدي لجدول تحليل التباين (ANOVA table) «جدول 2.3» وذلك بتدوين مصادر الاختلاف ودرجات الحرية. يوجد (10) وحدات تجريبية في التجربة لذلك فإن 10- 1= 9 درجة. حرية في المجموع. إن مجموع درجات الحرية بعد ذلك تجزئ استنادا إلى تصميم التجربة. يوجد معاملتين وبذلك فيكون لها درجة حرية واحدة (2- 1=1). درجات الحرية للخطأ يمكن الحصول عليها دائما بالطرح (9- 1= 8)، لكن أيضا، في هذه الحالة، بواسطة إسهام مشترك Pooling لدرجات الحرية ضمن كل عينة.

يوجد 5 قيم متغير في كل عينة، ومن ثم 5- 1= 4 درجات حرية، 4 + 4= 8 درجات حرية الخطأ.

جدول 2.3 تحليل التباين ANOVA للبيانات في جدول 1.3

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية Degrees of Freedom df	مجموع المربعات Sum of Squares SS	متوسط المربعات Mean Squares MS	قيمة F الملاحظة (المحسوبة) Observed F	قيمة F المطلوبة (الجدولية) Required F 1%	5%
Total المجموع	9	64.5				
Varieties الأصناف	1	22.5	22.5	4.29	3.46	5.32
Error الخطأ	8	42.0	5.25			

2- احسب مجموع المربعات للأصناف (SSV) ومتوسط المربعات للأصناف (MSV).

$$SSV = \frac{\sum Y}{r} - \frac{Y^2..}{nr}$$

$$= \frac{85^2 + 100^2}{5} - \frac{185^2}{2\,(5)}$$

$$= 3445.5 - 3422.5 = 22.5$$

$$MSV = \frac{SSV}{(df)\,V} = \frac{22.5}{1} = 22.5$$

لاحظ بأننا نستعمل المجموع، وليس المتوسطات في حساب SSV. مع الحاسبة الألكترونية الكبيرة فإن من السهل استعمال المتوسطات في حساب مجموعة المربعات، ولكن مع الحاسبات المنضدية فإنه أكثر سهولة وأكثر دقة باستعمال المجموع، طالما نتجنب أخذ الفروقات وتقريب الكسور العشرية في حساب المتوسطات، فيما يلي توضيح جبري بسيط لسبب استعمال المجموع بدلا من المتوسطات في حساب مجموع المربعات.

استناداً إلى الفرضية بأن الصنفين غير مختلفين وأن كليهما قد أخذ من نفس المجتمع الإحصائي، وقد تعلمنا بأن القيمة التقديرية الثابتة لـ δ^2 يحصل عليها بواسطة $S_b^2 = rs_y^2$ حيث أن S_y^2 هي تباين متوسطات الأصناف وأن r هو عدد التكرارات في كل متوسط صنف، متوسط المربعات للمعاملات في جدول 2.3 (الأصناف في هذه الحالة) يكون S_b^2 , أي أن MSV. لاحظ بأن $S_y^2 = \sum (\overline{Y}i. - \overline{Y}..)^2 / (n-1)$.

وبذلك:

$$MSV = r\left[\frac{\sum(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)^2}{n-1}\right]$$

بما أن $MSV = SSV/(n-1)\,,\; SSV = r\left\{\sum(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)^2\right\}$

في الفصل الثاني قد لاحظنا بأن:

$$\sum(Yi. - \overline{Y}..)^2 = \sum Y^2 i. - \frac{(\sum Yi.)^2}{n}$$

لذلك فإننا نتمكن أن نكتب الآن:

$$SSV = r\left[\sum \overline{Y}i. - \frac{(\sum Yi.)^2}{n}\right]$$

الآن نضع المجموع بدلاً من المتوسطات، مع ملاحظة بأن $\overline{Y}i. = Yi./r$ وأن $\sum \overline{Y}i. = Y../r$ وبذلك:

$$SSV = r\left[\frac{\sum Y^2 i.}{r^2} - \frac{Y^2..}{r^2}\;(\frac{1}{n})\right]$$

لتنفيذ حل المعادلة المشار إليها { } r , فإنها تعطي:

$$SSV = (\sum Y^2 i./r) - (Y^2../rn)$$

وهي المعادلة التي أعطيت سابقاً، إن هذه المعادلة تتضمن بعض القوانين الأساسية التي يجب أن نتعلمها من أجل حساب مجموع المربعات من المجموع.

أ- الحد الأول $(\sum Y^2 i./r)$ يبين لك بجمع مربعات المجاميع (مجموع الأصناف في هذه الحالة) ثم يقسم على r , عدد قيم المتغير التي كونت كل مجموع في البسط. إن الطلاب غالبا ما يخطئوا في تحديد المقسوم عليه، ويقسموا على رقم المجموع الذي تم تربيعه بدلا من عدد الأصناف في كل مجموع.

ب- الحد الثاني $Y^2../rn$ الذي يساوي $(\sum Y_{ij})^2/nr$ يعرف على أنه حد التصحيح أو معامل التصحيح Correction Factor. إنه عبارة عن مربع مجموع جميع الأصناف في مجاميع الحد الأول مقسوما على عدد الأصناف في المجموع (Y..) الذي تم تربيعه.

ج- إذا لم تحتوي جميع المعاملات على نفس العدد من التكرارات، فإن كل مجموع يجب أن يربع ويقسم على عدد الأصناف الذي يحتويها قبل أن تجمع. وبذلك:

$$SST = \sum \frac{Y^2 i.}{r_i} - \frac{Y^2 ..}{\sum r_i} = (\frac{Y^2 1.}{r_1} + ... + \frac{Y^2 n.}{r_n}) - (\frac{Y^2 ..}{r_1 + ... + r_n})$$

كمثال، إذا كان Y_{25}18 = في جدول 1.3 قد فقد، فإن مجموع الصنف 2 سيكون 82 18 = 100 - وأن ..Y يكون167 85 + 82 = . ومن ثم:

$$SSV = (\frac{85^2}{5} + \frac{82^2}{4}) - \frac{167^2}{5+4} = 3126 - 3099 = 27$$

الآن سنستمر مع الخطوة 3 في طريقة دليل الطبخ.

3- احسب مجموع المربعات الكلية (SS) Total Sum of Sequares. هذه الخطوة تعمل مباشرة قبل حساب مجموع مربعات الخطأ. مع SS في الحاسبة، فإن مجموع مربعات الخطأ يحصل عليه بعد ذلك بواسطة الطرح.

$$SS = \sum Y^2_{ij} - \frac{Y^2 ..}{nr}$$

$$= (19^2 + 14^2 + ... + 18^2) - \frac{185^2}{2\,(5)}$$

$$= 3487.0 - 3422.5 = 64.5$$

4- احسب مجموع المربعات ومتوسط المربعات للخطأ (SSE , MSE).

$$SSE = SS - SST = 64.5 - 22.5 = 42.0$$

$$MSE = \frac{SSE}{df\ E} = \frac{42.0}{8} = 5.25$$

5- احسب النسبة F للأصناف:

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{22.5}{5.25} = 4.29$$

6- في جدول A.3 انظر إلى قيم F المطلوبة حسب مستويات المعنوية المرغوبة للمقارنة. درجات الحرية الخاصة بالبسط في النسبة F تقرأ أفقيا في أعلى جدول A.3 ودرجات الحرية الخاصة بالمقام تقرأ إلى الأسفل في الجهة اليسرى.

مفتاح الانحراف المعياري: The Standared Deviation Key

إن الحاسبات الجيبية والمنضدية المبرمجة مسبقاً لحساب الانحراف المعياري أو التباين، تبسط عملية الحسابات في تحليل التباين (ANOVA) وتخلص من استعمال معامل التصحيح عندما يكون تكرار المعاملات متساوي.

أولاً: يجب التأكد بأن الحاسبة تقدر S أو S^2 بواسطة قسمة مجموع المربعات على رقم أقل بواحد من رقم المجموع أو المتوسط الذي أدخلته، ذلك أن $S=\sqrt{(Yi-\overline{Y})^2/(r-1)}$. استعمل مجموعة قيم المتغير لغرض التأك 19، 14، 15، 17، 20. ادخل كل رقم في الحاسبة حسب المفتاح المناسب — غالباً يعلم بـ $\sum X$. بعد إدخال قيمة المتغير الأخيرة (20) اضغط مفتاح الانحراف المعياري، غالباً يعلم بـ δ، إذا كانت الحاسبة تقسم على n − 1 , فإن الجواب 2.5495. إذا كان المقسوم عليه n , فإن الجواب يكون 2.2803.

باستعمال المفاتيح MST و SST فإنه يتم الحساب من المجموع لجدول 1.3 كالآتي:

أدخل 85، أدخل 100.

اضغط δ (الجواب = + 10.6066) ربع δ فيكون الجواب 112.5.

اقسم على عدد الأصناف في كل مجموع قد أدخلته، وهذا يكون 5، فالجواب MST22 = 5..

اضرب MST بدرجات الحرية للمعاملات، وهذا يكون 1، فالجواب SST22 = 5..

يحسب مجموع المربعات الكلي بإدخال كل قيمة من قيم المتغير (19، 14، .... ، 21، 18) اضغط مفتاح δ فإن الجواب يكون +2.677، ربع δ فيكون الجواب + 7.166 ويضرب الأخير بدرجات الحرية الكلية (9) فيكون الجواب 64.5.

من خلال ممارسة بسيطة يمكنك أن تتعلم هذه القواعد البسيطة، وأنه من السهولة وبالسرعة يمكن عمل تحليل التباين (ANOVA) في الحاسبة المنضدية أو حاسبة الجيب. تذكر، أدخل المعاملة أو مجموع آخر (أو قيم المتغير لحساب مجموع المربعات الكلي)، اضغط مفتاح المعياري، ربع δ للحصول على δ^2، قسم على عدد قيم المتغير في كل مجموع أدخلته (قسم على 1 عند حساب مجموع المربعات الكلي)، فإن الجواب يكون متوسط المربعات لمصدر الاختلاف الذي قمت بحسابه.

مجتمع فروقات المتوسطات A Population of Mean Differences

بالإضافة إلى اختبار F فإنه يمكننا استعمال اختبار t لتقدير الفرق بين متوسطين من أنه فرقا معنويا. نحتاج أولا لنرى كيف نشأ مجتمع فروقات المتوسطات من مجتمع قيم المتغير ذو التوزيع الطبيعي. على وجه التحديد، نحتاج لنعرف كيف أن معلمات المجتمع الجديد تنتسب إلى معلمات المجتمعات الأصلية وإلى مجتمعات المتوسطات المتولدة أيضا للحصول على مجتمع فروقات المتوسطات.

إذا تم من مجتمعين إحصائيين ذي توزيعين طبيعيين $X_1, X_2, \ldots, X_n$ و $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ سحب كل العينات الممكنة بحجم معين وتم حساب متوسطاتهما، فإنه سوف يتكون لدينا مجتمعين آخرين $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_m$ و $\overline{Y}_1, \overline{Y}_2, \ldots, \overline{Y}_m$.

والآن إذا تم أخذ كل الأزواج الممكنة وطرحا من بعضهما ذلك أن:

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_1, \overline{X}_1 - \overline{Y}_2, \ldots, \overline{X}_1 - \overline{Y}_m, \overline{X}_2 - \overline{Y}_1, \ldots \overline{X}_2 - \overline{Y}_m, \ldots, \overline{X}_m - \overline{Y}_m$$

فإنه سيكون لدينا مجتمعاً خامساً، إنه فروقات المتوسطات (انظر شكل 1.3). إن عدد فروقات المتوسطات (Q) لهذا المجتمع سوف يكون أكبر بكثير من مجتمع $\overline{X}_i, \overline{Y}_i$. إذا كان كل من عدد المتوسطات في هذين المجتمعين يساوي M فإن $Q = M^2$. إن العلاقات التالية ما بين المتوسطات والانحراف المعياري لهذه المجتمعات يمكن إثباتهما رياضيا، ولكن سوف لا يبين ذلك هنا. إن متوسط فروقات المتوسطات يساوي الفرق بين المتوسطات، المتوسطات العينات من المجتمع X , Y وأن هذا الفرق يساوي أيضا الفرق بين متوسط المجتمع X والمجتمع Y:

$$\mu_{\bar{d}} = \mu_{\bar{x}} - \mu_{\bar{y}} = \mu_x - \mu_y$$

وإذ أن $\mu_x = \mu_y$ فإن $\mu_{\bar{d}} = 0$. إن تباين مجتمع فروقات المتوسطات يكون:

$$\delta_{\bar{d}}^2 = \frac{\sum(\mu_{\bar{d}i} - \mu_{\bar{d}})^2}{Q}$$

وأنه يساوي مجموع التباينات للمتوسطات الخاصة. ذلك أن $\delta_{\bar{d}}^2 = \delta_{\bar{x}}^2 + \delta_{\bar{y}}^2$. من العينتين، نقدر $\delta_{\bar{d}}^2$ بواسطة $S_{\bar{d}}^2$ من تباينات متوسطات العينات.

$$S_{\bar{d}}^2 = S_{\bar{x}}^2 + S_{\bar{y}}^2$$

بما أن $S_{\bar{x}}^2 = S_x^2 / r_x$ وأن $S_{\bar{y}}^2 = S_y^2 / r_y$ فإن:

$$S_{\bar{d}}^2 = (S_x^2 / r_x) + (S_y^2 / r_y)$$

إن الجذر التربيعي لتباين فروقات المتوسطات غالباً ما يسمى بالخطأ القياسي للفرق Standard error of a difference. غالبا في التحليل الإحصائي، فإن أحد التباينات يقدر من الآخر.

إن العلاقات المهمة ما بين التباينات التي سوف نستعملها باستمرار هي:

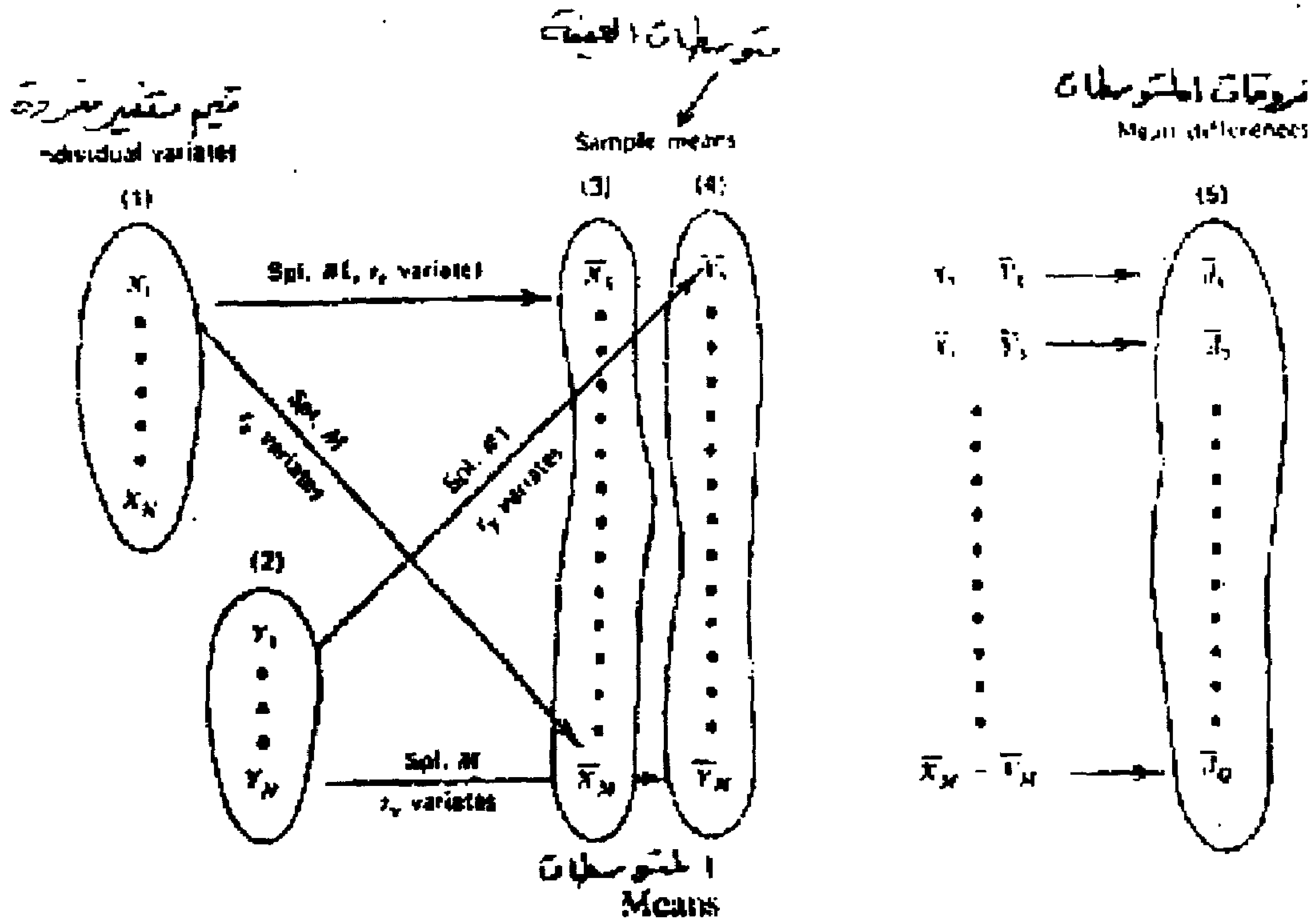
$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{S^2}{r}$$

$$S_{\bar{d}}^2 = S_{\bar{x}}^2 + S_{\bar{y}}^2$$

$$S_{\bar{d}}^2 = \frac{S_x^2}{r_x} + \frac{S_y^2}{r_y}$$

وعندما يكون $r_x = r_y$ و $S = S_{\bar{y}}^2 = S_{\bar{x}}^2$, فإن:

$$S_{\bar{d}} = \frac{2S^2}{r}$$



شكل 1.3 نشوء مجتمعات المتوسطات وفروقات المتوسطات من مجتمعين لقيم المتغير المفردة والعلاقات ما بين المعلمات (انظر الملحق)

(1) (2) (3) (4) (5)

μ_x μ_y $=$ $\mu_{\bar{x}}$ $\mu_{\bar{y}}$ $=$ $\mu_{\bar{d}}$

$\mu_x - \mu_y$ $\mu_{\bar{x}} - \mu_{\bar{y}}$ $\mu_{\bar{d}}$

$(\text{if } \mu_x = \mu_y \qquad \mu_{\bar{d}} = 0)$

Variances

التباينات

$a_x^2 \quad a_y^2 \qquad a_{\bar{x}}^2 \quad a_{\bar{y}}^2 \quad a_{\bar{d}}^2 = \frac{\sum(\bar{d}_i - \mu_{\bar{d}})^2}{Q}$

$a_{\bar{d}}^2 = a_{\bar{x}}^2 + a_{\bar{y}}^2 = \frac{a_z^2}{r_x} + \frac{a_y^2}{r_y}$ when $a_x^2 = a_y^2 = a^2$ and $r_x = r_y = r_d$ then $a_{\bar{d}}^2 = \frac{2a^2}{r}$

اختبارات t للمعنوية Teats for Significance

إن قانون t المنطبق على مجتمع فروقات المتوسطات هو: $t = (\bar{d} - \mu_{\bar{d}}) / S_{\bar{d}}$, فيما يخص التجربة في جدول 1.3 فإننا نرغب بمعرفة احتمالية أن العينتان 1 و 2 قد يأتيا من مجتمعات لهما متوسطات متساوية $(\mu_2 = \mu_1)$. إن هذا يشابه الشرح أعلاه عندما أشرنا إلى المجتمعات X و Y , فقط إننا الآن نطلق عليهما Y_1 و Y_2. إن فرق المتوسط لمتوسط العينات يكون $\bar{d} = 17 - 20 = 3\,(10)^2$ (10) با / ايكر إن الخطأ القياسي للفرق يكون:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{S_{\bar{y}_1}^2 + S_{\bar{y}_2}^2}, = \sqrt{\frac{S_1}{r_1} + \frac{S}{r}} = \sqrt{\frac{6.5}{5} + \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{10.5}{5}} = \sqrt{2.10} = 1.449$$

بالافتراض أن فرضية العدم تكون $\mu_1 = \mu_2$, $(\mu_{\bar{d}} = 0)$ فإن t يحسب:

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_{\bar{d}}}{S_{\bar{d}}} = \frac{3 - 0}{1.449} = 2.07$$

من جدول A.2 نستطيع أن نجد أقل قيمة لـ t لها احتمال 5٪ في الظهور. إذا افترضنا بأن $\delta_2^2 = \delta_1^2$. فإننا ننظر إلى t استنادا إلى درجات الحرية المدموجة ضمن العينات. في هذه الحالة 4+4=8. أن قيمة t المتوقعة لمستوى احتمال 5٪ تكون 2.06 وهكذا فإن فرق معاملتنا يحكم عليه ثانية بأنه غير معنوي. لاحظ بأن $F = t^2$. ذلك أن $2.07^2 = 4.285$، وعند تقريب الرقم فإنه يساوي القيمة المحسوبة سابقا لـ F والتي تساوي 4.29.

إن النقطة التي يؤكد عليها هي أن طريقة تحليل التباين وحساب قيمة F تقود إلى نفس الاستنتاجات كما في حالة اختيار t. غالبا ما يؤكد الباحثين على الفكرة بأن اختبار t هو اختبار فعال وفريد مقارنة باختبار F في تحليل التباين. إن الاختبارين متساويين، بينما طريقة تحليل التباين عادة ما تكون أسهل في التنفيذ. إن النقطة الإضافية التي يجب عملها بالنسبة لاستخدام اختبار t: إن اختبار t يكون مناسبا عندما $\delta_2 \neq \delta_1$ ، في هذه الحالة فإن اختبار F لتحليل التباين لا يكون فعالا. عندما يكون $\delta_2 \neq \delta_1$ وأن $r = r_2 = r$, فإن قيمة t المطلوبة للمعنوية هي لـ r1 - من درجات الحرية. في مثالنا r =5 وأن قيمة t المطلوبة عند مستوى احتمال 5٪ هي القيمة الجدولية لـ 4 درجات حرية أو 2.776. عندما $r_2 \neq r_1$ ، فإن قيمة t المطلوبة يجب أن تحسب كقيمة في مكان ما بين قيمة t الجدولية لـ $r_1 1$ - أو $r_2 1$ - من درجات الحرية.

عندما $\delta_2 \neq \delta_1$ و $r_2 \neq r_1$ فإن t المطلوبة تحسب في المتوسط بواسطة:

$$t = \frac{t_1 \; S_{y_1}^2 + t_2 S_{y_2}^2}{S_{y_1}^2 + S_{y_2}^2}$$

حيث أن t_1 و t_2 هي قيم t الجدولية لـ $r_1 1$ - و r_2 -1 , من درجات الحرية، على التوالي.

حدود الثقة لفرق المتوسط: Confidence Limit for a Mean Difference

بالنسبة لمثالنا، لدينا تقدير لفرق متوسط المجتمع. وهو 3(100) باوند بكل ايكر، وربما نرغب بحساب فترة الثقة والتي يقع فيها فرق متوسط المجتمع الحقيقي مالم تكن العينات قد تم سحبها بطريقة غير اعتيادية. بثقة 95٪ نستطيع أن نقول بأن $\mu_{\bar{d}}$ تقع ضمن $\bar{d} \pm t_{.05}\, S_{\bar{d}}$ حيث أن $t_{.05}$ هي قيمة t الجدولية من جدول A.2 بدرجات حرية للخطأ (جدول 2.3). بعد ذلك فإن 95٪ حدود الثقة تكون:

$$CL_{95} = 3 \pm 2.306\ (1.449) = 3 \pm 3.34 = -0.34\ to\ 6.34\ (10)^2$$

لاحظ بأن فترة الثقة هذه تتضمن الصفر، والتي هي طريقة أخرى لإظهار بأن متوسطات الصنفين 1 و 2 لم يختلفا عن بعضهما البعض.

الفرق المعنوي الأصغر Least Signifigant Difference (LSD)

الفرق المعنوي الأصغر (LSD) قد شرح بشيء من التفصيل في الفصل السادس، فصل المتوسطات، ولكن ذكر هنا، بسبب أنه يعتبر صورة لاختبار t الذي قد ذكرناه، إن المعادلة التي فيها تحسب قيمة LSD ما بين متوسطين تكون: $LSD = t\ S_{\bar{d}}$ والتي هي عبارة عن الحد الثاني من معادلة حدود الثقة CL المذكورة أعلاه. بالنسبة للتجارب المتضمنة معاملتين فقط، فإنه لا حاجة لحساب LSD , وذلك بسبب أنه يوجد فرق متوسط واحد وأن اختبار F أو t يمكن تبيان فيما إذا كان الفرق معنويا.

اختبار t للأحواض المرتبة زوجياً: A t Test for Paired Plots

إذا افترضنا بأن التكرارات في جدول 1.3 مرتبة زوجياً، فإننا نستطيع تقدير الفرق بين كل زوج وتحليل الفروقات. عند طرح معاملة 1 من معاملة 2 فإنه يكون لدينا فروقات ما بين أزواج الأحواض 4، 5، 4، 4 و 2 - . إن متوسط هذه الفروقات يكون 3، ذلك يعني أن $\bar{d} = 3$، أن التباين بهذه الفروقات يكون:

$$S_d^2 = \frac{(4-3)^2 + (5-3)^2 + \ldots + (-2-3)^2}{5-1} = \frac{32}{4} = 8$$

إن تباين فرق المتوسط يقدر بواسطة:

$$S_{\bar{d}}^2 = S_d^2 / r = 8 / 5 = 1.16$$

وأن الخطأ القياسي لفرق المتوسط يكون $S_{\bar{d}}^2 = 1.265$.

إن اختبار t لمعنوية فروقات المتوسطات يكون:

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_{\bar{d}}}{d} = \frac{3-0}{1.265} = 2.37$$

بعد أن تكمل الفصل الخامس وتقسيم تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، افترض بأن التكرارات في جدول 1.3 هي أيضاً قطاعات واعمل تحليل التباين وبين بأن MST = 22.5 ,MSE = 4 وأن قيمة F للأصناف = 5.62 وأن الخطأ القياسي لفرق المتوسط يكون:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2S^2}{r}} = \sqrt{\frac{2(4)}{5}} = 1.265$$

لاحظ بأن $F = t^2_e$ ، ذلك أن $5.62 = 2.37^2$. أن النقطة الأساسية تكون بأن اختبار t للألواح المرتبة زوجيا تقود إلى استنتاج إحصائي مماثل لاختبار F في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة بمعاملتين. إن الأخير عادة يكون أسهل في الحساب.

تقريب وتدوين الأرقام : Rounding & Reporting Numbers

إن اصطلاحي الدقة Precision والضبط Accuracy غالباً ما يستعملا كاصطلاحين مترادفين، ولكن من الوجهة الإحصائية، فإن لهما معنيين مختلفين. الضبط يشير إلى مقدار الفرق بين معاملتين التي يمكن لتجربة ما أن تبينه تحت مستوى احتمال معين، بينما الدقة تشير إلى مقدار الأحكام الذي يمكن لقياس معين أن يعمل به. في الفصل الأخير سوف نشير إلى طرق زيادة ضبط التجربة، ولكن هنا سوف نشرح الدقة من خلال البيانات المجموعة والمحسوبة.

حيثما يكون ممكناً، التسجيلات الأصلية يجب أن تجمع بطريقة يتجنب فيها إعادة التسجيل أو الاستنساخ. إذا استعمل جها عمل الكتروني، فإن جمع البيانات يمكن أن ينظم بحيث أن الأرقام الأصلية تستعمل في تثقيب بطاقات المعلومات، إن ذلك يجنب الأخطاء في إعادة تسجيل البيانات. إذا كان من الضروري إعادة كتابة الأرقام فإنه يحب أن يتحقق منها حالاً.

في الوقت الذي تجمع فيه البيانات، يجب أن تحقق من أجل الأرقام غير المنطقية، وجميع مثل هذه التسجيلات يجب أن تحقق ثانية لتجنب أي خطأ محتمل. يوجد اختلاف إلى حد مقبول في البيانات الحياتية دون أن يسمح لأن تتعدى أكثر من ذلك لحد الأخطاء المطلوب تجنبها.

عند أخذ الأوزان أو قياسات أخرى للوحدات التجريبية فإنه نادراً ما يكون مفيداً لتسجيل الأرقام للرقم الذي يقع أقل من ربع الانحراف المعياري بالوحدة. إذا S كانت 6.96 با لكل وحدة تجريبية، فإن $\frac{6.96}{4} = 1.74$. حيث أن الموقع الأول يكون في الآحاد، فإن البيانات يمكن أن تسجل لأقرب باوند. إذا S كانت 2.5 با / وحدة فإن $\frac{2.5}{4} = 0.625$ ، فإن الموقع الأول يكون في الأعشار، وأن البيانات يمكن أن تسجل لأقرب واحد بالعشرة من الباوند. لا يحتاج إلى دقة في الجهاز المستخدم في الوزن والقياس لأكثر مما يحتاج إليه في ضبط التجربة. كمثال، إذا أريدٍ إجراء سلسلة من الأوزان وتقرب لأقرب باونهد، فإن المقياس المستخدم يكون بالباونات بدلا من أن يكون بأجزاء الباوند.

إنه ليس خطأ باستخدام أرقام تحت العشرة أكثر من الاختلافات المثبتة في البيانات، وأنه من الأجهزة الحديثة التي تستخدم للبيانات فإن ذلك يمكن عمله بسهولة. ولكن عند تدوين النتائج النهائية، فإنه يجب إهمال الأرقام تحت العشرة الزائدة. طبق قاعدة تقريب الأرقام أعلاه على متوسطات المعاملات وقربها إلى المكان المشار إليه بربع الخطأ القياسي للمتوسط، إذا كان الانحراف المعياري بكل وحدة تجريبية 6.96 باوند وأن كل متوسط معامل يكون على

أساس خمسة تكرارات فإن $\frac{6.96}{\sqrt{5}} = 3.11$ و $\frac{3.11}{4} = 0.48$ ، فإن ذلك يدل على أن المتوسطات ممكن أن تقرب إلى مرتبة عشرية واحدة. عند عمل تحليل التباين، فإنه يفضل نقل الرقم كاملا للأعداد المتحصل عليها من مجموع المربعات غير المصححة، كمثال، إذا احتوت البيانات الأصلية على مرتبة عشرية واحدة، فإن مجموع المربعات سوف يحتوي على مرتبتين عشريتين. لا تقرب إلى أقرب من هذا حتى يتم تدوين النتائج النهائية.

عندما تقرب الأرقام فإن رقم الآحاد الذي يبقى يقرب إلى الأعلى إذا كان الرقم الذي يحذف أكثر من خمسة أو إذا كان خمسة متبوعا برقم أكثر من صفر. إذا كانت الكمية التي تأتي بعد 5 صفر، فإن الرقم المطلوب تقريبية يقرب للأعلى إذا كان فردي أو يترك كما هو إذا كان زوجي، كمثال لتقريب 21.550 لأقرب واحد بالعشرة تعطي القيمة 21.6 ولكن تقريب الرقم 21.450 سوف يعطي 21.4.

التجارب العاملية: Factorial Experiments

يتم في التجربة العاملية دراسة تأثير عاملين أو أكثر سوية، إذا كان سلوك العوامل يظن بأن يتغير حسب التغيرات في العامل الآخر، فإن هذا السلوك يمكن اختباره بسلسلة من المعاملات العاملية التي يمكن إجرائها في تصميم تجريبي مناسب.

عندما يتم اختيار عاملين أو أكثر (كل منهما بمستويين أو أكثر) في جميع التوافقات الممكنة، فإن المعاملات الناتجة يطلق عليها بأنها عاملية. التأثيرات المتخالفة لأحد العوامل على الآخر تسمى بالتداخلات (Interactions). إن اكتشاف التداخلات قد أدى إلى توسيع استنتاجات التجربة، إن المدى لصلاحية تطبيق نتائج التجربة قد ازداد وهي الصفة المرغوبة للتجربة المخطط لها جيدا، حتى عند عدم ظهور التداخلات في التجارب العاملية، فإن النتائج تكون مقبولة بشكل أوسع وذلك لأن التأثيرات الرئيسية للمعاملات قد ظهرت على مجال واسع من الظروف.

أمثلة لتوافقات العوامل في التجربة هي: اختبار أصناف بمستويات مختلفة من خصوبة التربة ودراسة تأثير الهرمون في زيادة الوزن للذكور مقابل الإناث في الحملان.

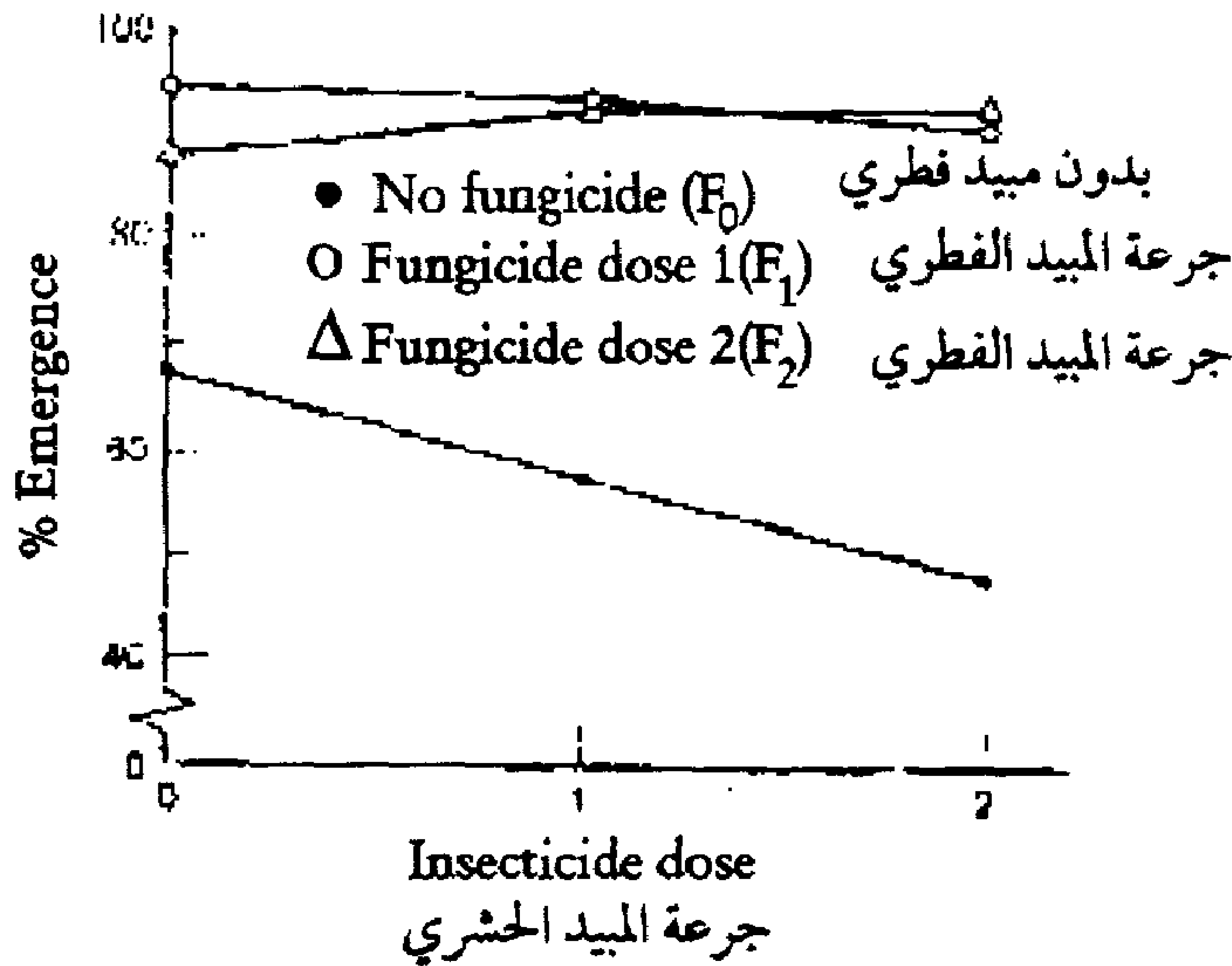
سلسلة من المعاملات العاملية قد ذكرت في جداول 3.3، إن المعاملات التسعة هي كل التوافقات الممكنة لثلاث مستويات من الجرع لمبيد حشرات وثلاثة مستويات من الجرع لمبيد فطريات استعملت كمعاملات لبذور فاصوليا الليما. إن هذه السلسلة من المعاملات تجعل من الممكن تقييم الإسهام المشترك للمبيدين الحشري والفطري في بزوغ بادرات فاصوليا الليما.
انظر جدول 4.3 من أجل متوسطات المعاملات وشكل 2.3 من أجل عرض الشكل البياني للنتائج التي توضح المقصود بالتداخل.

في الشكل 2.3 لاحظ الانخفاض في البزوغ بزيادة جرعة المبيد الحشري عندما يستعمل المبيد الحشري لوحده بدون المبيد الفطري .. ذلك الانخفاض لا يظهر عندما يضاف المبيد الفطري إلى معاملة البذرة.

إن التأثير المتخالف للمبيد الحشري، بالاعتماد على استعمال أو عدم استعمال المبيد الفطري يطلق عليه التداخل Interaction.

جدول 3.3: معاملات بذور فاصوليا الليما. التوافقات العاملية لثلاث مستويات من الجرع للمبيد الحشري مع ثلاثة مستويات من الجرع للمبيد الفطري

جرع المبيد الفطري Fungicide dose	جرع المبيد الحشري Insecticide dose		
	I0 (none)	I1	I2
F0	F0 I0	F0 I1	F0 I2
F1	F1 I0	F1 I1	F1 I2
F2	F2 I0	F2 I1	F2 I1



شكل 2.3: العرض البياني لمتوسطات المعاملات في الجدول 4.3

إذا لم يظهر التداخل، فإن الترتيب العاملي يضرب بعدد التكرارات لاختبار تأثيرات المتوسط العام لمكونات المعاملة. لاحظ بأنه لا يوجد تأثير متخالف ممكن ملاحظته للمبيد الحشري على الجرعات F1 و F2 للمبيد الفطري. في هذه الحالة فإن أحسن تقدير لتأثيرات جرع المبيد الفطري F1 و F2 هو متوسط هذه الجرع لعموم مستويات المبيد الحشري. إن

المتوسطات الناتجة F1 = 92٪ و F2 = 91٪ (جدول 4.3) مبنية على أساس 3 X. عدد التكرارات لكل معاملة مفردة. لم يلاحظ تفوق للجرعة العالية للمبيد الفطري.

قد تقرأ أحياناً عن التصاميم العاملية Factorial designs. هذا المصطلح غير صحيح على الوجه الأكمل، إنه توافق المعاملة المسمى العاملي، إنه ليس تصميم.

جدول 4.3: تأثير معاملة البذور بمستويات من المبيد الفطري والحشري على بزوغ بادرات فاصوليا الليما (القيم المذكورة عبارة عن البادرات لكل 100 بذرة)

المبيد الفطري (أونس لكل 100 باوند بذور) Fungicide (oz per 100 Ib seed)	المبيد الحشري (أونس لكل 100 باوند بذور) Insecticide (oz per 100 Ib seed)			متوسط تأثير المبيد الفطري Average effect of Fungicide
	0 (I0)	$\frac{1}{6}$(I1)	$\frac{1}{3}$(I2)	
	Insecticide X Fungicide Means متوسطات المبيد الحشري X المبيد الفطري			
(F0)0	68	58	48	59
$1\frac{1}{3}(F1)$	94	93	90	92
$2\frac{2}{3}(F2)$	89	92	92	91

تحليل التباين وتصميم التجارب

The Analysis of Variance and Experimental Design

إن الفرق الأساسي ما بين تصاميم التجارب هو الطريقة التي فيها تجمع أو تصنف الوحدات التجريبية. في جميع التصاميم، فإن الوحدات التجريبية تصنف بواسطة المعاملات، ولكن في بعضها فإنها تصنف بأكثر من ذلك إلى قطاعات Blocks , صفوف Rows , قطع رئيسية Main Plots , وما شابه ذلك. إن تحليل التباين يستخدم متوسطات هذه المجاميع، يطلق عليها مصادر الاختلاف Sources of Variation لتقدير متوسطات المربعات. إن متوسطٍ المربعات الذي يقدر التشتت ما بين قياسات الألواح الناتجة عن أسباب عشوائية يحسب أيضا ويطلق عليه بالخطأ التجريبي Experimental error. في غياب الفروقات الحقيقية الناتجة عن متوسطات المعاملات، القطاعات، أو عن المصادر الأخرى للاختلاف.. فإن متوسطات

المربعات هذه سوف تكون في المتوسط متساوية. أنه من النادر فقط بأن يكون أحد متوسطات المربعات مختلفا كثيرا عن الآخر نتيجة الصدفة لوحدها. عندما يشير اختبار F بأن متوسط مربع أحد مصادر الاختلاف يكون معنويا أكبر من متوسط المربع الناتج من التأثيرات العشوائية، فإننا نقول بأنه توجد اختلافات حقيقية ما بين المتوسطات لذلك المصدر المعين من مصادر الاختلاف. لكن تذكر — بأنه يوجد دائماً فرصة محددة بأنه سوف نكون خاطئين بمثل هذا الاستنتاج. إن ذلك يعود إلى الباحث لاختيار الفرق الذي يعتقد بأن فيه تأثيرات حقيقية. إن من المألوف شرح النتائج المتوقعة بأن تكون 5٪ أو أقل نتيجة الصدفة كنتائج معنوية وتلك التي يتوقع أن تكون 1٪ أو أقل عالية المعنوية. عندما يستعمل أحد الباحثين الاصطلاح (المعاملات مختلفة معنويا) فإن المعنى الحقيقي له هو أنه إذا كانت فرضية العدم صحيحة، فإن الفرق في الحصول على مثل فروقات متوسطات المعاملات هذه يكون فقط 5٪. إن الباحث يقامر بأن مثل هذا الاحتمال لم يكن ظاهرا في التجربة وأنه بعدئذ، النتيجة المعنوية كانت بسبب التأثير الحقيقي للمعاملة. في الفصول التالية قد تم شرح المميزات الرئيسية لاستعمال كل تصميم تجريبي، وقد أعطي مثال لكل منها، وقد بينت أيضا الطريقة الإحصائية المتبعة في تحليل البيانات. إن نفس مجموعة البيانات قد استعملت لأول تصميمين، التصميم العشوائي الكامل وتصميم القطاعات العشوائية الكاملة، أنها توضح الميزة المتوقعة لأحد التصميمين عن الآخر، وأنها تجعل طريقة الحساب سهلة وبذلك نستطيع التركيز على ماذا ولماذا عمل.

الخلاصة Summary

إن تحليل التباين (ANOVA) الذي فيه الشكل المبسط لمعاملتين، نسبت إلى عدد متساوي من الوحدات التجريبية يتضمن الطريقة التالية:

1- حساب الخطأ التجريبي كتباين متوسط العينتين كمثال، $MSE = (S_1^2 + S_2^2)/2$.

2- حساب متوسط مربع المعاملات (MST) استناداً إلى فرضية العدم بأن كلا متوسطي العينتين يعتبرا قيمتين تقديريتين لمتوسط المجتمع العام، ذلك بأن $rs_{\bar{y}}^2 = MST$ حيث أن r يمثل عدد قيم المتغير في كل متوسط معاملة.

3- حساب نسبة F = MST مقسومة على MSE ومقارنة قيمة F المحسوبة مع قيمة F الجدولية لتقدير احتمالية الحصول على قيمة F المحسوبة نتيجة الصدفة إذا كانت فرضية العدم صحيحة وإن كلا متوسطي المعاملتين يمثلا المتوسط العام.

إن المعنوية الإحصائية للفرق بين متوسطي معاملتين يمكن اختيارهما بواسطة نسبة F في تحليل التباين أو بواسطة اختبار t. كل الاختبارين متشابهان من الناحية الإحصائية، $t^2 = F$، إن تحليل التباين واختبار F عادة يكونا أسهل في الحساب.

إن متوسطات الفروقات ما بين جميع متوسطات العينات المرتبة زوجياً والممكنة من مجتمعين إحصائيين X و Y, يرمز لهما بالرمز $\mu_{\bar{d}}$, ويعود إلى متوسطات المجتمعات الأصلية للمتوسطات وقيم المتغيرات وكما يأتي:

$$\mu_{\bar{d}} = \mu_{\bar{x}} - \mu_{\bar{y}} = \mu_x - \mu_y$$

إن تباين فروقات المتوسطات $\delta^2_{\bar{d}}$ تقدر من عينتين بواسطة $S_{\bar{d}}$.

$$S^2_{\bar{d}} = S^2_{\bar{x}} + S^2_{\bar{y}} = \frac{S^2_x}{r_x} + \frac{S^2_y}{r_y}$$

وعندما يكون $S^2 = S^2_y = S^2_x$ و $r = r_y = r_x$, فإن:

$$S^2_{\bar{d}} = \frac{2S^2}{r}$$

تجنب الأرقام الزائدة في تدوين النتائج. قرب متوسطات المعاملات إلى موضع الرقم المشار إليه بواسطة ربع الخطأ القياسي للمتوسط.

التجربة العاملية هي التجربة التي يتم فيها مقارنة عاملين أو أكثر. كل منهما بمستويين أو أكثر. بكل التوافقات الممكنة.

ينشأ التصميم التجريبي من الطريقة التي يتم فيها تجميع أو تصنيف الوحدات التجريبية.

الفصل الرابع

4

التصميم العشوائي الكامل

The Completely Randomized Design

- العشوائية.
- تحليل التباين.
- مصادر الاختلاف ودرجات الحرية.
- معامل التصحيح.
- مجموع المربعات ومتوسطات المربعات.
- قيمة F.
- ماذا ولماذا التحليل.
- الخلاصة.

الفصل الرابع

التصميم العشوائي الكامل
The Completely Randomized Design

هذا التصميم، أكثر أنواع التصاميم المحتملة بساطة، ينشئ بتوزيع المعاملات عشوائياً على مجموعة من الوحدات التجريبية المحددة مسبقا. يعتبر التصميم الأكثر كفاءة في الحالات التي تكون فيها اختلافات قليلة ما بين الوحدات المترابطة موقعيا في المساحة التجريبية، العمر، قوة النمو، أو المصادر المماثلة الأخرى. يعتبر التصميم ذو مرونة بالنسبة لترتيب الوحدات التجريبية، زيادة الوحدات التجريبية لتقدير الخطأ التجريبي، تقليل قيمة F اللازمة للمعنوية الإحصائية إلى الحد الأدنى. إن من عيوب التصميم هو أنه غالبا ما تكون هناك مصادر اختلاف متماثلة ما بين الوحدات التجريبية، لذلك فإن التصاميم الأخرى، عندما تطبق بمهارة عالية، عادة ما تكون قادرة على تقليل الاختلافات الذي نسميه الخطأ التجريبي، والتي تجعله من الممكن أن نكتشف أصغر التأثيرات لفروقات المعاملات المعنوية. يمكن اختيار أي عدد من المعاملات ضمن هذا التصميم. أنه يكون مفضلا وليس ضروريا بتحديد نفس العدد من الوحدات التجريبية لكل معاملة. إن التجربة في جدول 1.3 هي مثال لهذا التصميم بمعاملتين فقط.

العشوائية : Randomization

يمكن كيفياً تحديد عدد ألواح الحقل 1 الحيوانات المطلوب استعمالها في التجربة. إن عدد الوحدات التجريبية سوف يكون عدد المعاملات X عدد التكرارات. إن وجود جدول بالأرقام العشوائية يكون ملائما كي نقرر عدد الوحدات التجريبية التي توزع عليها كل معاملة. إذا كان المطلوب تكرار المعاملة أربعة مرات، فإن أول أربعة أرقام عشوائية مسحوبة ستنسب إلى المعاملة 1، ثاني أربعة أرقام عشوائية تنسب إلى المعاملة 2 وهكذا. كمثال، افترض بأننا نرغب لاختبار ثلاثة هرمونات مختلفة كل منها بجرعة واحدة، لبيان تأثيراتهما على الزيادة في وزن الحملان، وبذلك، بما فيه المقارنة، فإنه يكون لدينا أربعة معاملات. افترض أن الوحدة التجريبية هي عبارة عن حمل واحد وأننا سوف نختار أربعة حملان لكل معاملة، فإننا سوف نستعمل 14 حملا. أعطي لكل حمل من الـ 16 حملا المختارة للاختبار رقعة في الأذن برقم من 1 إلى 16. باستعمال جدول 1. ابتدأ عشوائيا من نقطة باختيار رقمين وليكن العمود الخامس والسادس. استمر أسفل هذا العمود ذو الرقمين. وإلى الأعلى في العمود 6 و 7 ثم إلى أسفل في العمود 7 و 8، انسب أول أربعة أرقام (الحملان) ما بين 1 و 16 إلى المعاملة 1 (14، 13، 9 و8)، ثاني أربعة أرقام إلى المعاملة 2 (12، 11، 6 و5)، ثالث أربعة أرقام

للمعاملة 3 (2، 7، 1 و15)، الحملان الأربعة المتبقية (3، 4، 10 و16) تنسب إلى المعاملة 4. بعد فترة التغذية، الزيادة في وزن الحملان قد نظمت لغرض التحليل الإحصائي كما في الجدول 1.4.

جدول 1.4: الزيادة في وزن الحملان نظمت بمجاميع حسب المعاملات (باوند لكل حيوان لكل 100 يوم). الأرقام داخل الأقواس هي أرقام رقعة الأذن للـ 16 حملاً التي نسبت في الاختبار والتي قد انتخبت عشوائياً كي تلاقي المعاملة المشار إليها

المتوسط Mean ($\bar{Y}i.$)	المجموع Total ($Yi.$)	التكرارات Replications				المعاملة Treatment (check)
53	212	51 (8)	62 (9)	52 (13)	17 (14)	مقارنة 1
57	228	57 (5)	67 (6)	54 (11)	50 (12)	2
59	236	57 (15)	69 (1)	53 (7)	57 (2)	3
63	252	59 (16)	75 (10)	65 (4)	54 (3)	4

(المتوسط والمجموع تحت عنوان: Treatment المعاملة)

$928 = Y..58 = \bar{Y}..$

تحليل التباين: Analysis of Variance

مصادر الاختلاف ودرجات الحرية: Sources of Variation & Degrees of Freedom

لقد عمل جدول تحليل التباين (جدول 2.4). وأن أول عمودين قد أكملا. يوجد فقط مصدرين للاختلافات في التصميم العشوائي الكامل (CRD) ما بين الوحدات التجريبية ضمن المعاملة، والذي نطلق عليه اسم الخطأ التجريبي، وما بين متوسطات المعاملات، إن درجات الحرية تكون أقل بواحد من عدد المشاهدات في كل مصدر اختلاف. يوجد أربعة معاملات، وبذلك فإنه يكون لها 3 درجات حرية، يوجد أربعة وحدات تجريبية بكل معاملة، بذلك 3 درجات حرية لكل معاملة X4 معاملات تعطي 12 درجة حرية للخطأ. R / T تعني التكرارات ضمن المعاملة. إن درجات الحرية المترافقة مع الاختلافات الكلية في التجربة تكون أقل بواحد من المجموع الكلي لدرجات الحرية الكلية: 16- 1=15، لاحظ بأن درجات الحرية المترافقة مع مصادر الاختلاف تكون قابلة للإضافة (Additive)، إن هذا يجعل من السهولة تقدير درجات الحرية للخطأ بواسطة الطرح من درجات الحرية الكلية 15- 3 = 12. لتسهيل عملية حساب

درجات الحرية ومجموع المربعات للخطأ، فإننا نضع أولاً المجموع الكلي للاختلافات في جدول تحليل التباين، ولكن نحسب مجموع مربعاته بعد أن يتم حساب مجموع مربعات المعاملات.

معامل التصحيح (C):

$$C = \frac{(Y..)^2}{rn} = \frac{(928)^2}{4(4)} = 53824$$

مجموع المربعات ومتوسط المربعات:

المعاملة: SST و MST.

$SST = \sum(Y^2 i./r) - C$. حيث أن $Yi.$ = مجموع المعاملة، وأن r = عدد التكرارات بكل معاملة.

$$SST = \frac{212^2 + 228^2 + ... + 252^2}{r} - C = 54032 - 53824 = 208$$

أدخل SST في جدول 2.4. متوسط المربعات للمعاملات (MST) يحصل عليه بقسمة SST على df الخاص بالمعاملات. MST = SST / df (T) = 208/3 = 69.3 والذي أدخل في جدول 2.4 بالنسبة للحاسبات التي بها مفاتيح الانحراف المعياري $MST = S_T^2 / r$.

حيث أن S هو تباين سلسلة من المجاميع (في هذه الحالة 212، ....، 252).

وأن r هو مجموع قيم المتغير في كل مجموع. وبذلك، SST = df (MST).

لهذا المثال، $S_T^2 = 277.33$ من ثم فإن:

MST = 277.33/4 = 69.3 , كما ذكر سابقاً. و SST = 3 (69.3) = 208. كما ذكر سابقاً.

مجموع المربعات الكلي (Total : SS). نحن لا نحتاج إلى متوسط المربعات للمجموع بسبب أن هذا يحتوي على التباينات لكل مصادر الاختلاف.

$$SS = \sum Y^2 ij - C = 47^2 + 50^2 + ... + 59^2 - C = 54678 - 53824 = 854$$

مجموع مربعات الخطأ (SSE).

$$SSE = SS - SST = 854 - 208 = 646$$

$$MSE = \frac{SSE}{12} = 53.8$$

جدول **2.4**: تحليل التباين

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية Degree of Freedom (df)	مجموع المربعات Sums of Squares (ss)	متوسط المربعات Mean Squares (Ms)	الملاحظة Observed F	قيمة F المطلوبة Required F	
					5%	1%
المجموع Total	15	854				
المعاملات Treatments	3	208	.369	.291	.49	5.953
Error (R/T) الخطأ	12	646	.853			

مع مفتاح الانحراف المعياري، $SS = S^2ij\,(nr-1)$ حيث أن S^2ij هي عبارة عن تباين كل قيم المتغير في التجربة (47 .... 59) ويكون 56.933 وأن nr15 - 1= 4(4) - 1 = وهو عبارة عن درجات الحرية للمجموع. وبذلك فإن:

كما حسب سابقاً SS = 56.933 (15) = 854

قيمة F:

تحسب قيمة F الخاصة بالمعاملات بقسمة MST على MSE:

F = MST / MSE = 69.3 / 53.8 = 1.29

ثم نجد قيمة F المطلوبة للمعنوية من جداول A.3 حسب درجات الحرية الخاصة بالمعاملات على الخط الأفقي الأعلى والخاصة بالخطأ على الجهة اليسرى من الجدول.

بما أن قيمة F الملاحظة (المحسوبة) 1.29 تكون أقل من قيمة F الجدولية عند مستوى 5٪ من المعنوية، فإنه من المعقول أن نقبل فرضية العدم، ونستنتج بعدم وجود فروقات حقيقية ما بين المعاملات. لكن تذكر، أن هذا لا يثبت أو يبرهن بأنه لا توجد فروقات ما بين المعاملات، ربما تكون تلك الفروقات ما بين المعاملات موجودة فعلا ولكن التجربة لم تكن بالدقة الكافية لتبين تلك الفروقات عند مستوى الاحتمال المرغوب.

ماذا ولماذا التحليل : The What and Why of the Analysis

عند اختبار فرضية العدم، فإننا نفترض بعدم وجود تأثيرات للمعاملات، وبعد ذلك فإن متوسطات المعاملات تختلف فقط كما يتوقع للعينات المسحوبة من نفس المجتمع الإحصائي. بذلك فإن التباين لكل وحدة تجريبية ونسميه الخطأ (δ^2) يمكن أن يقدر من الاختلافات ما بين متوسطات العينات باستعمال العلاقة $(S_{\bar{y}}^2 = S^2 / r)$ ثم نجد منها قيمة S^2 وبذلك:

$$S^2 = r\, S_{\bar{y}}^2 = MST$$

تباين المتوسطات يكون:

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{\Sigma(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)^2}{n-1} = \frac{(53-58)^2 + ... + (63-58)^2}{4-1} = 17.33$$

حيث أن n تمثل عدد متوسطات المعاملات، بعد ذلك:

$$MST = r\, S_{\bar{y}}^2 = 4\,(17.33) = 69.3$$

وهو تقدير للاختلافات بكل وحدة تجريبية (δ^2) مبنياً على أساس الاختلافات ما بين متوسطات المعاملات.

إن التباين بكل معاملةٍ يعطي تقديراً مستقلاً لـ δ^2 وأن المتوسط المرجح لهذه التباينات يكون تقديرنا المفضل مبنيا على أساس الاختلافات ضمن المعاملة بذلك.

$$\delta^2 = \frac{(r_1-1)S_1 + (r_2-1)S_2 + (r_3-1)S_3 + (r_4-1)S_4}{(r_1-1)+(r_2-1)+(r_3-1)+(r_4-1)}$$

لاحظ بأن كل تقدير لـ δ^2 (S_1^2 و S_2^2 ... الخ) قد عدل بواسطة درجات الحرية الخاص به. عندما تحتوي كل معاملة على نفس العدد من التكرارات ذلك أن

$$r_1 = r_2 = ... = r_4 = r$$

فإنه بعد ذلك: $$S^2 = \frac{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2}{n}$$

حيث أن n عدد المعاملات. في تجربتنا فإن التباينات ضمن المعاملات تكون:

$$S_1^2 = \frac{(\Sigma Yij - \overline{Y}1.)^2}{r_1 - 1} = \frac{(47-53)^2 + ... + (51-53)^2}{4-1} = 40.67$$

$$S_2^2 = \frac{(50-57)^2 + ... + (57-57)^2}{4-1} = 52.67$$

$$S_3^2 = \frac{(57-59)^2 + ...+ (57-59)^2}{4-1} = 48.0$$

$$S_4^2 = \frac{(54-63)^2 + ...+ (59-63)^2}{4-1} = 74.0$$

إن متوسط هذه التباينات يعطي تقديراً لـ δ^2 والذي نسميه الخطأ التجريبي (Experimental error).

$$S^2 = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2)}{n} = \frac{40.67 + 52.67 + 48.0 + 74.0}{4}$$

$$= \frac{215.34}{4} = 53.8$$

الآن: نحن قدرنا التباين بكل وحدة تجريبية (δ^2) بطريقتين: بواسطة الإسهام المشترك للتباينات ضمن المعاملات (MSE) وبواسطة الاختلافات ما بين متوسطات المعاملات S_y^2. للحصول على $rs_y^2 = MST$. إذا كانت فرضية العدم صحيحة. بمعنى إذا كانت جميع العينات الأربعة هي عينات عشوائية من نفس المجتمع. فإننا نتوقع بأن MST تكون مقاربة إلى MSE وأن النسبة MST على MSE (قيمة F) ستكون قريبة من 1 مالم نكن قد سحبنا سلسلة من العينات غير الاعتيادية. في هذه الحالة، النسبة تكون 1.29. القيمة التي يكون لها فرصة أكبر من 25٪ في الظهور إذا لم يكن هناك فروقات حقيقية بين المعاملات. وبذلك، فإننا نختار بعدم رفض فرضية العدم ونستنتج بأنه لا توجد فروقات معنوية. عندما نحصل على فرق معنوي بين متوسطات المعاملات، فإن الخطوة التالية هي أن نقرر أي المتوسطات تكون مختلفة. هذا ما يسمى بفصل المتوسطات Mean Separation. إن شرح هذه المسألة سيكون في الفصل السادس.

الخلاصة Summary

يعتبر التصميم العشوائي الكامل مفيداً جداً عندما لا تكون هناك مصادر اختلاف متماثلة ما بين الوحدات التجريبية ما عدا تأثيرات المعاملات، إن التصميم الأكثر مرونة فيما يخص ترتيب الوحدات التجريبية في التجربة، أنه يساعد على زيادة درجات الحرية المتاحة لتقدير التباين بكل وحدة تجريبية (الخطأ التجريبي) ويساعد على خفض قيمة F المطلوبة للمعنوية الإحصائية إلى الحد الأدنى.

الفصل الخامس

5

تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

The Randomized Complete Block Design

- العشوائية.
- تحليل التباين.
- مصادر الاختلاف ودرجات الحرية.
- معامل التصحيح.
- مجموع المربعات ومتوسطات المربعات.
- ماذا ولماذا التحليل.
- متوسط المربعات للقطاعات.
- متوسط المربعات للمعاملات.
- متوسط المربعات للخطأ.
- قيم F.
- الخلاصة.

الفصل الخامس

تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

The Randomized Complete Block Design

في هذا التصميم فإن المعاملات توزع عشوائياً على مجموعة من الوحدات التجريبية تسمى بالقطاع Block أو المكرر Replication. إن القطاع هو المصطلح المفضل وذلك لتجنب الإرباك الذي قد يحصل مع التكرارات Replications في التصميم العشوائي الكامل. إن الهدف هو لجعل الاختلافات ما بين الوحدات التجريبية ضمن القطاع أقل ما يمكن ولزيادة الاختلافات ما بين القطاعات إلى الحد الأعلى، إذا لم يوجد اختلافات ما بين القطاعات، فإن هذا التصميم سوف لا يسهم بالدقة في إظهار فروقات المعاملات.

إن القطاع يجب أن يحتوي على الوحدات التجريبية المتجانسة بقدر الإمكان، كي يمكن التوصل إلى التماثل، فإن الوحدات التجريبية يجب أن تصنف استنادا إلى العمر، الوزن، النمو العام، الخبرة المسبقة في القابلية الإنتاجية أو الزيادة في الوزن، أو إلى أي صفات أخرى يمكن بواسطتها تحقيق التماثل ضمن التصنيف المتبع. مع المحاصيل، فإن الألواح الحقلية المتجاورة عادة ما تكون أكثر تشابها في الإنتاج من تلك التي تكون مفصولة عن بعضها بمسافات معينة. يمكن جعل القطاعات ملتزة وذلك بوضع الألواح، عادة تكون طويلة وضيقة في الشكل، متقاربة مع بعضها. يجب أن يكون عدد المعاملات أقل ما يمكن وبالقدر الذي يمكن أن يحقق أهداف التجربة. كلما ازداد حجم القطاع كلما زادت الاختلافات ضمن القطاع. أنه ليس من الضروري بأن يكون كل قطاع بنفس الشكل، ولكن في التجارب الحقلية مع المحاصيل، فإن هذا يكون مفضلا، بسبب أن الاختلافات ما بين أشكال القطاعات عادة ما تؤدي إلى زيادة الاختلافات ضمن القطاع.

I	II	III	IV
D	A	C	C
A	D	D	B
B	C	B	D
C	B	A	A
خصوبة قليلة	⟵		خصوبة عالية

شكل 1.5 أربعة معاملات كررت أربعة مرات في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

عندما يكون تدرج الإنتاجية متوقعاً ضمن مساحة التجربة، فإن القطاعات ترتب عمودياً على هذا التدرج والألواح ضمن كل قطاع ترتب بشكل موازي للتدرج كما في شكل 1.5.

يخصص لكل معاملة نفس عدد المرات، غالباً مرة واحدة. إلى الوحدات التجريبية ضمن القطاع ولكن كل أو معاملات معينة يمكن أن تكرر مرتين أو أكثر ضمن القطاع. عادة يكون أكثر كفاءة عندما يكون لكل معاملة ضمن القطاع تكرارا واحدا، لتقليل الخطأ التجريبي إلى الحد الأدنى، فإنه يجب أخذ جميع الاحتياطات المسبقة لمعاملة الوحدات التجريبية ضمن القطاع بشكل متماثل كلما أمكن ذلك.

العشوائية : Randomization

بعد تجميع الوحدات التجريبية إلى القطاعات المطلوبة، فإن المعاملات توزع عشوائياً إلى الوحدات ضمن كل قطاع بعشوائية تعمل لكل قطاع بصورة منفصلة، كمثال الأربعة معاملات في شكل 1.5، يمكن أن يتم التوزيع العشوائي لها كالآتي، نبدأ عشوائياً من الخط رقم 15 في جدول A.1 ونستمر عبر هذا الخط حتى يتم اختيار الأرقام من 1 حتى 4 والتي تمثل المعاملات A وحتى D: 4، 1، 2 و3 وهذا الوضع الذي يخصص إلى المعاملات في القطاع 1 ثم نستمر عبر الخط 155 ورجوعا (من اليمين إلى اليسار) في الخط 16 فإننا سنجد 1، 4، 3 و2 وتخصص المعاملات في تلك الحالة في القطاع 11. وبنفس الطريقة، يكمل التوزيع العشوائي للقطاع III , IV.

تحليل التباين : Analysis of Variance

إن البيانات التي سوف نقوم بتحليلها هي نفسها التي في الفصل الرابع. إن التجربة كانت لتقدير تأثير الغرز بهرمون ستلبيسترول، على قابلية الزيادة في وزن ذكور وإناث الحملان. وبذلك فإن المعاملات كانت كمجموعة عاملية في جدول 1.5. أن العاملين هما الجنس وهرمون ستلبيسترول. وأن لكل عامل مستويين. في هذه الحالة، القطاعات كانت أربعة مزارع تربية ماشية مختلفة. بذلك فإن التكرارات في جدول 1.4 تصبح قطاعات وأن المعاملات تصبح المجموعة العاملية في جدول 1.5. لقد تم إعادة ترتيب البيانات في جدول 2.5. لقد وضح تحليل التباين في جدول 3.5.

جدول 1.5. المعاملات لتقدير تأثير غرز الأذن

بهرمون ستلبيسترول على قابلية الزيادة في الوزن للكباش والنعاج

الجـــــــنس	Stilbestrot	ستلبيسترول
Sex	0	3 ملغم / حيوان
Female أنثى	FS_o	FS_3
Male ذكر	MS_o	MS_3

جدول 2.5. الزيادة في الوزن للحملان المرتبة بمجاميع

حسب المعاملات والقطاعات (با لكل حمل لكل 100 يوم)

المعاملة Treatment	Block القطاع I	II	III	IV	Treatment المعاملة المجموع Total (Y*i*.)	المتوسط ($\bar{Y}i.$) Mean
A FS_o	17	52	62	51	212	53
B MS_o	50	54	67	57	228	57
C FS_3	57	53	69	57	236	59
D MS_3	54	65	74	59	252	63
مجمـــوع القطـــاع Block Total($Y_{.j}$)	208	224	272	224	928 =Y..	
Block means متوسط القطاع($\bar{Y}_{.j}$)	52	56	68	56		58 = ($\bar{Y}$..)

جدول 3.5 تباين التباين

مصادر الاختلاف Source of Variation		df	SS	MS	الملاحظ (المحسوب) Observed F	قيمة F الجدولية 5%	1%
Total	المجموع	15	854				
Blocks	القطاعات	3	576	192.0	24.69	3.86	6.99
Treatments	المعاملات	3	208	69.3	8.91		
Error (BT)(*)	الخطأ	9	70	7.78			

(❖) (BT) تعني التداخل بين القطاع والمعاملة. وهو عبارة عن الإخفاق العشوائي للمعاملات لأن تظهر نفس التأثير في جميع القطاعات وليس التداخل الحقيقي المتضمن بأن تلك المعاملات تستجيب بصورة مختلفة في القطاعات المختلفة.

مصادر الاختلاف ودرجات الحرية Sources of Variation & Degrees of Freedom

يوجد لدينا الآن مصدر آخر من مصادر الاختلاف — ذلك النتائج عن القطاعات. بما أن كل معاملة تظهر بنفس عدد المرات في كل قطاع، فإن الاختلافات ما بين القطاعات لا تنتج من المعاملات ولكن من اختلافات أخرى لها علاقة بالقطاعات. إن هذا الجزء الذي يساهم في تكوين مجموع المربعات الكلي يمكن أن يزال وأن الخطأ غير المفسر (الخطأ التجريبي) سيقل تبعا لذلك.

درجات الحرية هي عبارة عن عدد من المشاهدات المترابطة مع كل مصدر من مصادر الاختلاف. ناقصا واحد. يوجد 16 وحدة تجريبية (مجاميع الحملان) وبذلك فإن هناك 15 درجة حرية. يوجد 4 معاملات و1 قطاعات لذلك فإن 3 درجات حرية لكل من هذين المصدرين من مصادر الاختلاف. درجات الحرية الخاصة بالخطأ يمكن إيجادها بواسطة الطرح (15- 3- 3=9)، أو بواسطة ضرب درجات الحرية الخاصة بالقطاعات في درجات الحرية الخاصة بالمعاملات (3×3=9). في هذا التصميم عندما تكرر كل معاملة مرة واحدة بكل قطاع، فإن درجات الحرية للخطأ تكون دائما درجات الحرية للقطاعات × درجات الحرية للمعاملات.

معامل التصحيح (C):

$$C = \frac{Y^2..}{rn}$$

حيث أن r تمثل عدد القطاعات وأن n هي عدد المعاملات.

$$C = \frac{928^2}{4\,(4)} = 53824$$

مجموع المربعات ومتوسطات المربعات Sum of Sequares and Mean Sequat

القطاعات:

$$SSB = \frac{\sum Y^2 \cdot_j}{n} - C$$

$$SSB = \frac{208^2 + ... + 224^2}{4} - 53824 = 54400 - 53824 = 576$$

لاحظ أن المقسوم عليه n في الحد $\frac{\sum Y^2 \cdot j}{n}$ هو عدد قيم المتغير المكونة لكل مجموع في البسط، في هذه الحالة عدد المعاملات:

$$MSB = \frac{SSB}{df\,(B)} = \frac{576}{3} = 192.0$$

أيضاً مع الحاسبة المبرمجة لحساب الانحراف المعياري $MSB = S_B^2 / n$ حيث أن S_B^2 هو عبارة عن تباين مجاميع القطاعات 208 ....224 وأن n عدد قيم المتغير في كل مجموع قطاع.

$$MSB = \frac{678}{4} = 192 \;,\; SSB = 3\,(192) = 576$$

المعاملات:

$$SST = \frac{\sum Y^2_{i.}}{r} - C$$

$$SST = \frac{212^2 + ... + 252^2}{4} - 53824 = 54032 - 53824 = 208$$

$$MST = \frac{SST}{df\,(T)} = \frac{208}{3} = 69.3$$

باستعمال مفتاح الانحراف المعياري بعد إدخال مجاميع المعاملات 212، ......، 252 يعطي 16.653، وأن: $MST = (16.653)^2 / 4 = 69.3$

المجموع الكلي: Total , SS

$$SS = \sum Y^2 iJ - C$$

$$SS = 47^2 + 52^2 + ... + 59^2 - C = 54678 - 53824 = 854$$

مع مفتاح الانحراف المعياري، أدخل 47 ....59 لتحصل على S = 7.545 وأن:

$$SS = (7.545)^2\ (15) = 854$$

الخطأ: $SSE = SS - SST - SSB$

$$SSE = 854 - 208 - 576 = 70$$

إذا تم حساب مجموع المربعات المختلفة بالطريقة أعلاه، فإن SSE يحصل عليه مباشرة بواسطة الطرح، حالما يتم حساب مجموع المربعات الكلي.

$$MSE = \frac{SSE}{df\,(E)} = \frac{70}{9} = 7.78$$

ماذا ولماذا التحليل The What and why of the Analysis

قبل أن نكمل مع الأوجه الأخرى في تحليل التباين فإنه سوف يكون مفيداً لنرى ماذا تم عمله ولماذا، في حساب كل متوسط من متوسطات المربعات.

متوسط المربعات للقطاعات Mean Sequare for Blocks

افترض غياب الاختلافات الحقيقية بين متوسطات القطاعات (فرضية العدم ثانية). فإن تقدير الاختلافات بكل وحدة تجريبية يحسب من تباين متوسطات القطاعات. ذلك أن $S^2 = MSB = nS^2_{yb}$ حيث أن n هي عدد المعاملات وأن S^2_{yb} هو تباين متوسطات القطاعات،

لاحظ أن هذا يستعمل العلاقة ما بين تباين المتوسطات إلى التباين بكل وحدة تجريبية.

$nS_y^2 = S^2$ بما أن $(r-1)$ $S_{yb}^2 = \sum(\overline{Y}._j - \overline{Y}..)^2$ فإن معادلة MSB تصبح كما يلي:

$$MSB = n\left[\frac{\sum(\overline{Y}._j - \overline{Y}..)^2}{r-1}\right]$$

حيث أن $\overline{Y}i_j$ تمثل متوسط كل قطاع $\overline{Y}..$، المتوسط العام، وأن r هي عدد متسطات القطاعات، أن حساب MSB يعطي:

$$MSB = \frac{4\{(52-58)^2 + (56-58)^2 + ... + (56-58)^2\}}{4-1}$$

$$= \frac{4\ (144)}{3} = 192.0$$

متوسط المربعات للمعاملات Mean Sequare for Treatemtns

باستعمال فرضية العدم ثانية وبافتراض عدم وجود فروقات حقيقية ما بين متوسطات المعاملات، $rS_y^2 = MST = S^2$، حيث أن r = عدد القطاعات وأن S_y^2 يمثل التباين الخاص بمتوسطات المعاملات، إن هذا تقدير آخر للتباين بكل وحدة تجريبية مبنياً على أساس الاختلافات ما بين متوسطات المعاملات. ثانية، نستعمل العلاقة بين القيمة التقديرية لتباين المتوسطات (S_y^2) والقيمة التقديرية لتباين قيم المتغير في المجتمع الأصلي $(S)^2$. بتوسيع المعادلة فإنها تعطي:

$$MST = \frac{r\sum(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)^2}{n-1}$$

حيث أن $\overline{Y}i.$ = عبارة عن متوسط المعاملة، وأن n هي عدد المعاملات، إن SST هو البسط وأن المقام يمثل درجات الحرية للمعاملات. عملية الحساب تعطي:

$$MST = \frac{4\ (53-58)^2 + (57-58)^2 + ... + (63-58)^2}{4-1}$$

$$= \frac{4(52)}{3} = 69.3$$

متوسط المربعات للخطأ Mean Square for Error

MSE يمثل الاختلافات ما بين الوحدات التجريبية المتبقية بعد إزالة مصادر الاختلاف الأخرى. أنه من المعرفة لنرى ما هو متضمن في إزالة تأثيرات القطاعات والمعاملات.

إن النموذج الخاص بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة هو:

$$Y_{ij} = \overline{Y}.. + T_i + B_j + e_{ij}$$

إن هذا يبين بأن أي خلية في الجدول ذو الاتجاهين مثل جدول 51. قد تألفت من متوسط قيم المتغير $\overline{Y}..$, تأثير المعاملة T_i , تأثير القطاع B_j , والجزء المتبقي e_{ij} , والذي هو عبارة عن الاختلافات غير المفسرة والذي نسميه الخطأ التجريبي.

كل معاملة وكل قطاع لهما تأثيرهما الخاص المعروف بأنه الفرق بين متوسط المعاملة أو القطاع والمتوسط العام، كمثال، تأثير المعاملة FS_o هو نفسه لكل القطاعات لهذه المعاملة هو -53 -58 = 5 وبالرموز فإن T_i لـ FS_o هو $\overline{Y}.. - \overline{Y}i.$ وأن جميع تأثيرات المعاملات يمكن أن نرمز لها سوية $\overline{Y}.. - \overline{Y}i.$ حيث أن $\overline{Y}i.$ هو أي متوسط من متوسطات المعاملات العديدة، وشبيها بذلك فإن تأثير القطاعات يمكن أن يعرف:

$$B_j = \overline{Y}._j - \overline{Y}..$$

بإحلال التأثيرات المحددة محل T و B لكل منهما يكون لدينا:

$$Y_{ij} = \overline{Y}.. + (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}..) + (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}..) + e_{ij}$$

الآن يمكن إعادة كتابة النموذج لتعيين الخطأ لأي خلية في الجدول ذو الاتجاهين وكما هي:

$$e_{ij} = \overline{Y}_{ij} - \overline{Y}.. - (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}..) - (\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}..)$$

ولتقدير e_{13} كمثال:

$$e_{13} = 62 - 58 - (53 - 58) - (68 - 58)$$
$$= 62 - 58 + 5 - 10 = -1$$

إن التفصيلية لـ e_{ij} يمكن أن تبسط أكثر بالنسبة لهذا النموذج بإزالة الأقواس وحذف الحد $+\overline{Y}..$ مع $-\overline{Y}..$ لتعطي: $e_{ij} = Y_{ij} - \overline{Y}.. - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}..$

وكما ذكر سابق: $e_{13} = 62 - 68 - 53 + 58 = -1$

وأن تطبيق هذه المعادلة على جميع الأرقام في جدول 2.5 سينتج جدولاً بالأخطاء، جدول 4.5.

إن مجموع المربعات لهذه القيم الممثلة للأخطاء مقسومة على درجات الحرية الكلية ناقصاً درجات الحرية لمصادر الاختلاف الأخرى، القطاعات أو المعاملات يساوي MSE أو الذي هو S^2 ، الاختلافات غير المفسرة بكل وحدة تجريبية.

ذلك أن:

$$S = MSE = \frac{0^2 + 1^2 + ... + -2^2}{15 - 3 - 3}$$

$$= \frac{70}{9} = 7.78$$

جدول 4.5. جدول الأخطاء، قيم المتغير في جدول 2.5 مع إزالة تأثيرات المعاملات والقطاعات

المعاملة	القطاع Block			
Treatment	I	II	III	IV
FS_o	0	1	-1	0
MS_o	-1	-1	0	2
FS_3	4	-4	0	0
MS_3	-3	4	1	-2

قيم F:

تستعمل نسبة F لتقدير احتمالات الحصول على متوسطات القطاعات والمعاملات التي تختلف بالدرجة الكبيرة التي في تجربتنا إذا لم يكن هناك فروقا حقيقية للمعاملات أو القطاعات. نحن قدرنا δ^2 ، تباين المجتمع بكل وحدة تجريبية في ثلاثة طرق:

1- على أساس الاختلافات ما بين متوسطات المعاملات MST.

2- على أساس الاختلافات ما بين متوسطات القطاعات MSB.

3- على أساس الاختلافات ما بين الوحدات التجريبية وذلك بإزالة تأثيرات المعاملات والقطاعات (MSE).

إذا لم توجد فروقات ناتجة من القطاعات أو المعاملات، فإن متوسطات المربعات الثلاثة أعلاه تكون تقريبا متساوية.

$$(\text{للقطاعات})\ F = \frac{MSB}{MSE} = \frac{192.0}{7.78} = 24.69$$

$$(\text{للمعاملات})\ F = \frac{MST}{MSE} = \frac{69.3}{7.78} = 8.91$$

إن قيم F المطلوبة للمعنوية الإحصائية بدرجات حرية 3 (في البسط) و 9 (في المقام) يحصل عليها من جدول A.3 ومسجلة في جدول تحليل التباين (جدول 3.5)، حيث أن قيمة F المحسوبة للقطاعات بالإضافة إلى المعاملات تزيد عن تلك المطلوبة للمعنوية عند مستوى احتمال 1٪، فإننا نستطيع أن نقول، إذا كانت فرضية العدم صحيحة، فإن الفرص تكون أقل من 1 في كل 100 بأن تكون عينتنا المحددة من القطاع أو المعاملة قد تظهر نتيجة الصدفة وحدها. نحن نرغب أن نقامر بأن هذه الفرص هي لم تكن ظاهرة، نرفض فرضية العدم، ونستنتج بأن هناك فروقات حقيقية للمعاملات والقطاعات، الخطوة التالية هي لتحديد أي من هذه المعاملات تختلف معنويا، هذا الشرح هو موضوع الفصل السادس، قبل أن نترك تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، فإننا سوف نعلق على التحسن في الكفاءة مقاربنة بالتصميم العشوائي الكامل، بسبب ظهور الفرق الكبير ما بين القطاعات وإزالة تأثيرات القطاعات هذه، فإن دقة تجربتنا تزداد مما يساعدنا على تقدير فروقات المعاملات التي لم يكن بالإمكان تقديرها بواسطة التصميم العشوائي الكامل.

الخلاصة Summary

في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة: القطاعات هي عبارة عن مجموعة من الوحدات التجريبية التي نظمت أو انتخبت قبل تحديد مواقع المعاملات وبذلك فإن الاختلافات الظاهرة تكون في الحدِ الأدنى ضمن القطاعات وفي حدها الأعلى ما بين القطاعات، المعاملات يخصص لها عشوائيا نفس عدد المرات (عادة مرة) بالنسبة للوحدات التجريبية ضمن القطاع. يجري توزيع عشوائي مستقل لكل قطاع، مقارنة بالتصميم العشوائي الكامل، فإن درجات الحرية للخطأ التجريبي تقل بواسطة عدد درجات الحرية للقطاعات، الاختلافات ما بين القطاعات تزال من الخطأ التجريبي. لذلك فكلما كان الاختلاف أكبر ما بين القطاعات، كلما أدى إلى زيادة كفاءة التصميم في قابليته لتباين فروقات المعاملات.

الفصل السادس

6

اختبار المتوسطات

Mean Separation

- أقل فرق معنوي.
- الاختبارات متعددة المدى.
- اختبار دنكن متعدد الحدود.
- اختبارات F الموجهة.
- معاملات المقارنات المستقلة.
- المقارنات الفئوية.
- مقارنات الاتجاهات.
- الخلاصة.

الفصل السادس

اختبار المتوسطات

Mean Separation

كما رأينا سابقاً، فإن التجربة تجري للإجابة على أسئلة محددة وضعها الباحث مسبقاً. إن هذه الأسئلة مهمة لتحديد المعاملات التي تتضمنها التجربة، تصميم التجربة، والطريقة المناسبة لمقارنة متوسطات المعاملات.

عادة، يمكن اختيار المعاملات التي تجعل من السهولة تنفيذ اختبار F للإجابة عن الأسئلة المهمة، كمثال، عندما يراد دراسة عاملين أو أكثر، فإن سلسلة من المعاملات العاملية تجعل من السهولة الإجابة عن الأسئلة فيما يتعلق في كيفية تداخل العوامل. وحتى عند عدم ظهور التداخل، فإن الاستنتاجات فيما يخص متوسط تأثيرات العوامل تعتبر مقبولة بدرجة أوسع وذلك لأن كل عامل قد تم اختباره على مدى من الظروف. يمكن لمستويات العامل أن تنظم لتقدير ليس فقط فيما إذا كانت هناك استجابة للمعاملة ولكن أيضا إلى أي مدى جيد يمكن وصف هذه الاستجابة ولقياس العلاقة بين الجرعة والاستجابة. يمكن تقسيم المعاملات بصفات عامة إلى مجاميع وهكذا تساعد لاختبارات F المفيدة ما بين المجاميع. إن مثل اختبارات F هذه المخطط لها تسمح لدقة أكثر لاختبارات المتوسطات من اختبارات المقارنات المتعددة، إن الأخير يجب أن يستعمل فقط عندما لا تكون هناك علاقات منطقية ما بين المعاملات.

إن معنوية قيمة F تبرز السؤال: أي من المتوسطات تكون مختلفة معنوياً؟

هناك ثلاثة طرق تستعمل كثيراً في فصل المتوسطات سوف يتم شرحها باختصار فيما يأتي:

أقل فرق معنوي Least Significant Difference

إن هذا الاختبار يجب ألا يستعمل ما لم يكن اختبار F معنوياً. يمكن القول بشكل جازم، أن LSD يجب أن يستعمل فقط لمقارنة المتوسطات المتجاورة والمرتبة حسب نظام معين (المتوسطات ترتب حسب نظام الكبر في القيمة). عندما يستعمل بدون تمييز لاختبار كل الفروقات الممكنة بين عدد من المتوسطات، فإن فروقات معينة سوف تكون معنوية ولكن ليس عند مستوى المعنوية المختار. بدلا من عمل المقارنات عند مستوى 5٪، فإن المقارنات بين المتوسطات المتباعدة لأكثر من اثنين في أي ترتيب سوف تعمل عند مستويات منخفضة من المعنوية. إن LSD يمكن أن يستعمل لمقارنة المتوسطات المتجاورة. وعندما يستعمل ليعطي مقارنات مفيدة خطط لها قبل اختبار البيانات، فإنه سوف لا ينتج أخطاء كثيرة. إن الفائدة

الكبيرة من استعمال اختبار أقل فرق معنوي هو سهولة الحساب وأنه يتضمن رقماً واحداً لإجراء المقارنات.

كما بينا سابقاً، فإن اختبار أقل فرق معنوي هو أحد أشكال اختبار t، إن القانون الخاص هو مشتقا من قانون اختبار t لاختبار المعنوية الإحصائية للفرق بين متوسطي:

$t = (\bar{d} - \mu_{\bar{d}}) / S_{\bar{d}}$

اعتبر الفرق بين متوسطين $\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1 = \bar{d}$ يمثل الحد الأدنى من القيم التي تتوقع أن تكون من مجتمع فروقات المتوسطات حيث أن المتوسط يكون صفر $(\mu_{\bar{d}} = 0)$. نعوض LSD عن $\bar{d}$ وأن $\mu_{\bar{d}}$ يساوي صفر، فتصبح المعادلة $t = LSD / S_{\bar{d}}$. ثم نشتق قيمة LSD من المعادلة فإنها تعطي $LSD = tS_{\bar{d}}$ حيث أن: $S_{\bar{d}} = (S_1^2 / r_1) + (S_2^2 / r_2)$, وأن S_1^2 و S_2^2 هما التباينين التقديريين للألواح المستعملة، المعاملات 1 و 2 على التوالي وأن r_1 و r_2 هما عدد الوحدات التجريبية المستلمة المعاملات أو 2 على التوالي. في تحليل التباين S_1^2 يفتؤض أن تكون قيمة تقديرية لنفس التباين الذي تقدره S_2^2 وأن r_1 عادة يكون مساوية إلى r_2 , وبذلك فإن:

$$LSD = t\sqrt{2S^2 / r}$$

حيث أن S^2 تمثل مربعات الخطأ، r هو عدد التكرارات و t هي قيمة الجدولية بدرجات الحرية الخاصة بالخطأ.

عندما يتم مقارنة معاملتين كررت مرات مختلفة:

$$LSD = t\sqrt{(S^2 / r_1) + (S^2 / r_2)}$$

حيث أن r_1 و r_2 هما عدد تكرارات كل معاملة.

لتوضيح استعمال LSD , سوف نستخدمه لاختبار المتوسطات في تجربتنا الخاصة باستعمال هرمون ستلبيسترول على الحملان، جدول 2.5 (الفصل الخامس). إن متوسطات التأثيرات:

$$FS_o = 53 , MS_o = 57 , FS_3 = 59 , MS_3 = 63$$

با زيادة في الوزن لكل حمل لمدة 100 يوم

$$LSD_{.05} = t_{.05}\sqrt{\frac{2S^2}{r}} = 2.262\sqrt{\frac{2\,(7.78)}{4}}$$

باوند لكل حيوان لمدة 100 يوم

$$= 2.262\ (1.972) = 4.46$$

إذا استعملنا LSD فقط لمقارنة المتوسطات المتجاورة، فإننا نستنتج بأنه لا توجد فروقات، ولكن قيمة F أوضحت لنا بأنه توجد فروقات، باستعماله لمقارنة كل المتوسطات، فإننا نستنتج بأن الستلبيسترول يؤدي إلى تحسين قابلية الزيادة في الوزن في كل من الإناث (59- 53=6) والذكور (63- 57=6) للحملان. إن الفروقات في قابلية الزيادة في الوزن المترابطة مع الجنس ليست بمعنوية.

اختبار المعنوية باستعمال LSD يستعمل، في التأثير، اختبار t لكل فرق ويقود إلى نفس الاستنتاج الإحصائي كما هو الحال في اختبار F لنفس الفروقات. إن الباحثين دائماً متشوشين في هذه النقطة ويحاولوا إجراء كل الاختبارات الثلاثة كي يثبتوا بأن الفرق معنويا. لا تعمل مثل ذلك! إن الجميع تعطي نفس النتيجة. لتوضيح ذلك، خذ الفرق $MS_o - FS_o = 53 - 57 = -4$.

1- LSD = 4.5 وبذلك فإن الفرق غير معنوي.

2- $t = (\bar{d} - \mu_{\bar{d}}) / S\bar{d}$

$= 4 / 1.972 = 2.028$

وأن قيمة t الجدولية عند مستوى احتمال 5٪ و 9 درجات حرية = 2.262، وبذلك ثانية، فإن الفرق معنوي.

3- $F = MS\,(FS_o - MS_o) / MSE$

حيث أن $(FS_o - MS_o)$ هي على أساس درجة حرية واحدة فإنها أيضاً تساوي $SS\,(Ms_o - Fs_o)$.

$$SS\,(MS_o - FS_o) = (228^2 + 212^2) / 4 - (228^2 + 212^2) / 8$$

$$= 2432 - 24200 = 32$$

$$F = 32 / 7.78 = 4.11$$

وأن قيمة F الجدولية عند مستوى احتمال 5٪ و 1 و 9 درجات حرية يكون 5.32 وبذلك مرة أخرى، فإن الفرق ليس معنوياً، لاحظ أن $F2 = t^2 = 4.11 = .028^2$.

أنه دائماً تكون هذه العلاقة بين الاختبارين وأن كليهما يقودا إلى نفس الاستنتاج الإحصائي، LSD يكون اختبار ثابت المدى وذلك لأنه يتضمن مدى واحد لاختبار كل الفروقات. إن الاختبارات الثابتة المدى الأخرى هي اختبارات تكي (Tukey) وشفي (Scheffe). انظر مصدر Bancroft في نهاية الكتابة.

الاختبارات متعددة المدى Multiple-Range Tests

سميت هذه الاختبارات بهذا الاسم بسبب أنها توفر مديات متعددة للمقارنات الزوجية بين عدة متوسطات، مع المتوسطات المرتبة من الأقل إلى الأعلى، فإن الاختبار متعدد المدى يعطي مديات من المعنوية التي تصبح أكبر كلما بعدت المتوسطات المطلوب مقارنتها عن بعضها ضمن الترتيب المعمول.

إن الاختبار متعدد المدى المعتدل الذي يأخذ بنظر الاعتبار المحافظة على جميع اختبارات المتوسطات عند مستوى المعنوية المطلوب هو طريقة ستودنت — نيومن — كولز Student – Newman – Keuls (انظر المصدر Bancroft). في هذا الكتاب، فإنه سيتم فقط شرح اختبار دنكن (Duncan's Multiple-Range) طالما أنه و / أو الاستعمال البارع لـLSD بعد معنوية F للمعاملات يعتبرا طرقاً كافية وملائمة لعمل المقارنات الزوجية المنطقية[1].

اختبار دنكن متعدد الحدود Duncan's Multiple-Range Test

هذا الاختبار أكثر الاختبارات متعددة المدى العديدة استعمالاً. إنه يوفر حماية من الوقوع بالأخطاء المترافقة مع الاستعمال غير المميز لاختبار LSD، للمتوسطات المتجاورة ضمن أي ترتيب ولكن يتطلب قيم أكثر متزايدة للمعنوية ما بين المتوسطات كلما تباعدت عن بعضها ضمن الترتيب المتبع، يكون استعمال هذا الاختبار ملائماً جداً عندما تتضمن التجربة عدة معاملات غير مترابطة مع بعضها، كمثال، لعمل كل المقارنات الممكنة بين القابلية الإنتاجية لعدة أصناف. لتوضيح الطريقة سوف نستعمل تجربة الحملان.

يتضمن الاختبار حساب الفرق المعنوي الأقل (D) لكل المواقع المحددة الممكنة ما بين متوسطات المعاملات. عندما ترتب حسب نظام الكبر في القيمة، إن D تستعمل بعد ذلك في طريقة منظمة لتقدير الفروقات الإحصائية ما بين المتوسطات، في معظم الكتب، فإن الصيغة لاستخراج D تكون كما يلي: $D = Q\,S_{\bar{y}}$, حيث أن Q هي قيمة جدولية (جدول A.7 لـ Steel and Torrie, 1960).

(1) لغرض شرح الاختبارات المختلفة للمقارانا العشوائية الزوجية. انظر:
S.G. Garmer (An Evaluation of ten Pairwise Multiple Comparison Procedure by monte Carlo Methods) Journal of the American Statistical Association, 68: 66 -74, 1973.

وتعتمد على مستوى المعنوية المختار، درجات الحرية للخطأ، فصل المتوسطات المحدد ضمن الترتيب المتبع، و $S_{\bar{y}}$ الخطأ القياسي للمتوسط وتكون $\sqrt{S^2/r} = \sqrt{MSE/r}$ في هذا الكتاب D = R (LSD) , حيث أن R هي القيمة الجدولية من الجداول A.4 , A.5، تختار حسب مستوى المعنوية، درجات الحرية للخطأ، وموقع المتوسطات ضمن الترتيب، و $LSD = t\sqrt{2S^2/r}$ في الجداول A.4 و A.5 , فإن قيم R قد حسبت من قيم Q لتسهيل عملية حساب D من LSD.

باستعمال تجربة الحملان كمثال، فإن طريقة الحساب كما يأتي:

1- احسب أقل فرق معنوي LSD.

$$LSD_{.05} = t\sqrt{\frac{2S^2}{r}} = 2.262\sqrt{\frac{2\,(7.78)}{4}} = 4.48$$

2- احسب D لموقع محدد في الترتيب المتبع للمتوسطات، حيث أنه يوجد أربعة متوسطات فإنها يمكن أن تكون 2، 3 أو 4 أجزاء بعيدة عن بعضها (لاحظ أن المتوسطات المتجاورة مع بعضها تسمى 2 أجزاء بعيدة عن بعضها).

الموقع النسبي في الترتيب (P في جدول A.4)	2	3	4
قيم R مستوى 5٪ جدول A.4	1.00	1.04	1.07
D = R (LSD)	4.5	4.6	4.8

3- رتب المتوسطات حسب كبر قيمتها واختبر الفروقات الممكنة:

المعاملة	FS_0	MS_0	FS_3	MS_3
المتوسط	53	57	59	63

ابدأ بمقارنة المتوسط الأكبر مع الأصغر، باستعمال D لمواقعهم بالنسبة للآخر في الترتيب (في هذه الحالة P4 = ومن ثم D4 = 8). إذا كان الفرق بين هذين المتوسطين يساوي أو أكبر من D , فإن المتوسطين يختلفا معنويا.

(D = 4.8 , 63 – 53 = 10 , بعد ذلك فإن 63 أكبر معنوياً من 53). بعد ذلك قارن المتوسط الأكبر مع المتوسط الأصغر التالي (D = 4.6 , 63 – 57 = 6 ، فإن 63 معنوياً أكبر من 57). ثم الأكبر مع الأصغر التالي (D = 4.5 ,63 – 59 = 4 , فإن 63 لا يختلف معنويا عن 59).

عندما يوجد فرق غير معنوي، فإنه يمكن رسم خط يربط هذه المتوسطات. بعد ذلك أعد العملية وابدأ بمقارنة المتوسط الأكبر الثاني مع الأصغر، وهلم جرا.

يوجد هناك قاعدة استثنائية تستعمل مع اختبار دنكن. أنها تنص على أن الفرق بين متوسطين لا يمكن إظهاره معنويا إذا كان المتوسطين المقصودين موجودين مع مجموعة من المتوسطات ويري غير معنوي. بذلك، إذا كان بين خمسة متوسطات في الترتيب، A قد وجد بأنه غير مختلفا معنويا عن D ذلك يكون، ABCD E , وأن B تختلف معنويا عن E , فإنه ليس من الضروري لاختبار B , مع D و C طالما أنهما ضمن المجموعة ذات المدى غير المعنوي. الخطوة التالية تكون لاختبار C مع E , إذا كان هذا الفرق غير معنوي، فإن C و E تتصلان ABCD وأن اختبارا أكثر من هذا يعتبر غير ضروري. هذه الطريقة تتجنب عمل اختبارات بين المتوسطات المرتبطة مع بعضها مسبقا بخطوط.

4- أشر إلى المعنوية الإحصائية بخطوط أو حروف:

MS_3	FS_3	MS_o	FS_o		MS_3	FS_3	MS_o	FS_o
63	59	57	53	أو	a63	ab59	bc57	c53

المتوسطات المرتبطة مع بعضها بنفس الخط أو المتبوعة بنفس الحرف غير مختلفة عن بعضها معنويا عند مستوى احتمال 5٪، إذا استعملت الحروف، فإن الفروقات المعنوية يمكن إظهارها بوضوح حتى إذا لم يتم ترتيب المتوسطات.

في مثالنا، لاحظ أن مقارنة المتوسطات باختبار دنكن أو LSD يقود إلى نفس الاستنتاج ($MS_3 > MS_o$ أو $FS_3 > FS_o$) ولكن كل من الاختبارين يقودانا لاستنتاج بأنه لا يوجد فرق معنوي في الزيادة الوزنية ما بين الذكور والإناث

($MS_3 \ngtr FS_3$ و $MS_o \ngtr FS_o$)

اختبارات F الموجهة: Planned F Tests

عند تخطيط أي تجربة، فإننا غالباً ما نستعين باختبارات F للإجابة عن الأسئلة ذات العلاقة، أن هذا يتضمن تجزئة درجات الحرية ومجموع المربعات الخاص بالمعاملات إلى مقارنات جزئية، يمكن للمقارنات الجزئية أن تكون مقارنات فئوية Class Comparisions أو اتجاهات استجابة Response Trends أنه يمكن اختبارهما بتجزئة درجات الحرية ومجموع المربعات لتأثيرات المعاملات إلى درجات الحرية الفردية الهادفة ومجموع المربعات المترابطة معها. أن الاختبار البارع للمعاملات يساعد بالإجابة على مجموعة من الأسئلة المستقلة بقدر درجات الحرية الموجودة، عندما تكون المقارنات مستقلة Independent فإنه يطلق عليها بأنها مستقلة Orthogonal — الصفة المفضلة، وذلك لأن المقارنات تقود إلى حالات احتمال واضحة المعالم.

إن قوة وبساطة هذه الطريقة من فصل المتوسطات لم تقدر كما يجب بين الباحثين بما يناسبها. إن الطريقة تتضمن اختبار المعاملات الخاصة بالمقارنات المستقلة Orthogonal Coefficients وربما أن هذا الاصطلاح قد يبرز الانطباع بأنها تكون معقدة وصعبة. إن هذا بعيدا عن الواقع. في الواقع أن لهذه الطريقة ثلاثة مميزات:

(1) أنها تساعد للإجابة عن أسئلة مهمة ومحددة حول تأثير المعاملات.

(2) الحسابات تعتبر بسيطة.

(3) أنها تزود تحقيقاً مفيداً عن مجموع مربعات المعاملات.

معاملات المقارنات المستقلة Orthogonal Coefficients

إن عمل جدول بمعاملات المقارنات يعتبر مفيداً من أجل التحقق بتوفر الاستقلالية Orthogonality وكذلك في عملية حساب مجموع المربعات للمكونات، المعاملات الخاصة بمقارنات الاتجاهات يحصل عليها من جداول المقارنات المستقلة متعددة الحدود Orthogonal Polynomials كما في جدول A.11، المعاملات الخاصة بالمقارنات الفئوية يمكن عملها باتباع القواعد البسيطة التالية:

1- إذا أريد مقارنة مجموعتين بنفس الحجم، فإنه ببساطة ينسب معاملات بـ 1+ إلى أعضاء أحد المجاميع و 1- إلى تلك في المجموعة الأخرى، أنه غير مهم لأي من المجموعتين تعطى المعاملات الموجبة.

2- عند مقارنة مجاميع تحتوي على أعداد مختلفة من المعاملات، فإنه يخصص للمجموعة الأولى، معاملات تساوي عدد المعاملات في المجموعة الثانية، وللمجموعة الثانية معاملات بإشارة مختلفة تساوي عدد المعاملات في المجموعة الأولى، بذلك، بين خمسة معاملات، فإن أول معاملتين أريد مقارنتهما مع الثلاثة الأخيرة فإن المعاملات يمكن أن تكون: 2- ، 2- ، 2- ، 3+، 3+.

3- تستعمل أرقام صغيرة للمعاملات كلما أمكن. كمثال، لمقارنة مجموعتين من المعاملات، كل مجموعة تضم أربعة معاملات، وباستعمال القاعدة الثانية، فيكون لدينا معاملات 2- ، 2- ، 2- ، 2- ، 4+، 4+، 4+، 4+، ولكن يمكن تقليل كل معامل بحيث تصبح 1- ، 1- ، 1- ، 1- ، 2+، 2+.

4- معاملات التداخلات يمكن الحصول عليها دائماً بضرب معاملات التأثيرات الرئيسية المماثلة لها.

أن هناك قاعدتين لاختبار استقلالية المقارنات، أن المقارنات تكون مستقلة Orthogonal عندما يكون:

(1) مجموع المعاملات لكل مقارنة يساوي صفر.

(2) مجموع نواتج ضرب المعاملات المتماثلة لأي مقارنتين يساوي صفر.

أنه من المفيد إعطاء مثال عن كيفية تكوين جدول معاملات المقارنات المستقلة. افترض أننا قمنا بتخطيط تجربةٍ مع أحد المحاصيل لدراسة تأثير كفاءة التسميد الفسفوري بثلاثة طرق: نثرا (B) , تلقيما بوضع السماد سطحيا (S) , تلقيما بوضع السماد عميقا (D). لكل طريقة من طريق وضع السماد هذه، فإننا نستعمل السماد الفسفوري بمستويين (P_1 و P_2)، معاملة عدم التسميد (NT) تستخدم أيضاً لمعرفة الاستجابة للسماد الفسفوري، في جدول 1.6 قد تم تثبيت المعاملات في أعلى الجدول، معاملات المقارنات قد دونت حسب المقارنات التي سوف نقوم بها.

1- هل توجد استجابة للفسفور (P)؟ أن هذا يمكن أن يقرر بمقارنة المعامة NT مع كل المعاملات التي استخدم فيها الفسفور. حيث يوجد ستة من هذه المعاملات. فإن المعاملة NT تحصل على معامل مقداره (6) والأخرى تحصل على (1-). وذلك لأنه سيتم مقارنتها بمجموعة من معاملة واحدة مفردة. بما أنه قد تم عمل مقارنة تتضمن مقارنة معاملة واحدة مفردة مع كل البقية الأخرى، فإننا لا نستيطع استعمال NT ثانية إذا كنا نرغب بأن تكون المقارنات مستقلة، وبذلك فإن المعاملة NT تحصل على معامل قدره (صفر) في كل المقارنات التي تتبع ذلك.

2- هل أن متوسط الاستجابة إلى P_2 أكبر من ذلك إلى P_1؟ أن هذا يعني مقارنة $P_1B + P_1S + P_1D$ مع $P_2B + P_2S + P_2D$. بما أنه يوجد مجموعتين كل منهما بنفس الحجم، فإننا نخصص 1+ لأحدهما و 1- للأخرى.

3- لعموم مستويي الفسفور، هل أن التسميد تلقيماً أفضل من التسيمد نثراً، ذلك أن $P_1S + P_2D + P_2S + P_1D$ مقابل $P_1B + P_2B$، الآن نحن نقوم بمقارنة مجموعة بأربعة معاملات مع مجموعة بها معاملتين وبذلك فإننا نخصص معاملات بمقدار 4 إلى المعاملات التي بها معاملتين و 2- إلى المعاملات في المجموعة التي بها أربعة معاملات. وعندما نخفض هذه المعاملات إلى أصغر الأرقام قدر الإمكان فإنها تعطي معاملات بمقدار 2 و 1- على التوالي.

4- لو أخذنا بنظر الاعتبار التسميد تلقيماً فقط. فهل هناك فرق بين السطحي والعميق، ذلك أن $P_1S + P_2S$ مقابل $P_1D + P_2D$. المعاملات تكون 2 و 2- ثم تخفض إلى 1 و 1- .

5- هل أن تغيير الحاصل من P_1 إلى P_2 يختلف للتسميد نثراً مقارنة بالتسميد تلقيماً. إن هذا هو التداخل للمقارنات 2 و3، وأن المعاملات يمكن الحصول عليها بضرب معاملات هاتين المقارنتين لكل معاملة، ذلك أن:

$1(-1) = -1$ ،$1(-1) = -1$ ،$1(2) = 2$ ،$0(0) = 0$.

$-1(-1) = 1$ ، $-1(-1) = 1$ ، $-1(2) = -2$.

6- وأخيراً، هل أن التغيير في الحاصل من P_1 إلى P_2 يختلف بالنسبة للتسميد السطحي مقارنة بالتسميد العميق. إن هذا هو التداخل بين المقارنتين 2 و 4. وأن المعاملات يحصل عليها بضرب معاملات المقارنة 2 مع 4.

جدول 1.6: المعاملات الخاصة بتجزئة

مجموع المربعات ما بين ستة معاملات في ستة مقارنات مستقلة

المقارنة	المعاملات Treatments						
Comparison	P_1S	P_1D	P_2B	P_2S	P_2D	NT	P_1B
1. الاستجابة للفسفور	6	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2. P_1 مقابل P_2	0	1	1	1	-1	-1	-1
3. B مقابل S+D	0	2	-1	-1	2	-1	-1
4. S مقابل D	0	0	1	-1	0	1	-1
5. (B مقابل S+D) (P_1 مقابل P_2)	0	2	-1	-1	-2	1	1
6. (S مقابل D) (P_1 مقابل P_2)	0	0	1	-1	0	-1	1

NT = بدون تسميد، P_1 و P_2 = التسميد الفسفوري بمعدلات 1 و 2 على التوالي، D, S, B= التسميد نثرا، التسميد تلقيما سطحيا والتسميد تلقيما عميقا، على التوالي.

في جدول 1.6 لاحظ أن مجموع معاملات أي خط يساوي صفر، وأن مجموع حاصل ضرب المعاملات لنفس المعاملات لأي مقارنتين يساوي صفر، كمثال المقارنتين 1 و 5:

$$6\,(0) + (-1)2 + (-1)\,(-1) + (-1)\,(-1) + (-1)\,(-2) + (-1)1 + (-1)1 = 0$$

وبذلك يمكننا التأكد أن المقارنات هي مستقلة وأن مجموع المربعات ذلك للمقارنات في مجموعة يساوي مجموع مربعات المعاملات الستة.

كمثال بسيط عن استعمال معاملات المقارنات الفئوية، فإننا سوف نستخدم ثانية تجربة الحملان.

المقارنات الفئوية Class Comparisons:

في انتخاب المعاملات لهذه التجربة، لاحظ بأن هناك ثلاث أسئلة محددة قد سألت:

1- عند أخذ جميع الحملان بالاعتبار، هل أن غرز الهرمون يؤثر على قابلية الزيادة في الوزن؟

2- هل يوجد اختلافات في قابلية الزيادة في الوزن ما بين ذكور وإناث الحملان؟

3- هل أن تأثير الغرز متساوي لكلا الجنسين؟

إن الإجابة عن كل سؤال من هذه الأسئلة يتضمن درجة حرية واحدة. إن معاملات المقارنات الثلاثة قد أعطيت في جدول 2.6.

في مقارنة الغرز فإننا نقارن الحملان لكلا الجنسين المغروزة بهرمون الستلبيسترول مع الحملان لكلا الجنسين غير المغروزة بالهرمون، أن هذه تعتبر مقارنة صحيحة فعالة، طالما أن المجموعتين من الذكور والإناث المتساويتين تستلم كلا من الستلبيسترول، عند مقارنة الزيادة في الوزن لكلا الجنسين فإننا نقارن معدل نسبة الزيادة في الوزن لكل الحملان الإناث مع ذلك لكل الحملان الذكور لكلا المستويين من الستلبيسترول. إن هذه أيضا تعتبر مقارنة فعالة، طالما أن كل مجموعة من الحملان لكلا الجنسين قد تم غرزها بالهرمون، إذا سبب الغرز بالهرمون زيادة في نسبة الزيادة في الوزن لأحد الجنسين دون الآخر، فإننا يمكن أن نقول بأن هناك تداخل معنوي بين جنسي الحملان وغرز الهرمون، معاملات هذه المقارنة (IXS) يمكن تقديرها بضرب معاملات كل معاملة لأول خطين (جدول 2.6).

جدول 2.6: المقارنات، المعاملات،

مجاميع المعاملات، والمعاملات لتجزئة مجموع مربعات المعاملات

المقارنة Comparison		المعاملات ومجاميع المعاملات Treatments & Treatment totals			
		FS_o	FS_3	MS_o	MS_3
		212	236	228	252
Implant	الغرز	+1	-1	+1	-1
Sex	الجنس	+1	+1	-1	-1
I × S	الغرز × الجنس	+1	-1	-1	+1

لحساب مجموع المربعات، متوسط المربعات، ولعمل اختبارات F , فإننا نكمل كما هو مبين أدناه، ثم ندون النتائج في جدول 3.6. في عملية حساب مجموع المربعات لمكونات المعاملة فإننا سوف نستعمل أولا طريقة معامل التصحيح ثم بعد ذلك نوضح استعمال معاملات المقارنات المبينة في جدول 2.6. الطريقة الأخيرة لحساب مجموع المربعات تستعمل فقط عندما يتضمن مجموع المربعات درجة حرية واحدة.

مجموع المربعات للغرز بالهرمون:

$$SSI = \frac{(212+228)^2+(236+252)^2}{8} = \frac{(928)^2}{16} = 144$$

عند استعمال معاملات المقارنات، فإننا نستعمل القانون التالي لحساب مجموع المربعات:

$$SS = \frac{(\sum C_i Y_{i.})^2}{r\sum C_i^2}$$

حيث أن C_i = معاملات المقارنات من جدول 2.6

$Y_{i.}$ = مجموع كل معاملة

r = عدد التكرارات

$$\text{SSI} = \frac{\{1(212)-1(236)+1(228)-1(252)\}^2}{4\left\{(1)^2+(-1)^2+(+1)^2+(-1)^2\right\}} = \frac{(-48)^2}{4(4)} = 144$$

مجموع المربعات للجنس:

$$SSs = \frac{(212+236)^2+(228+252)^2}{8} = \frac{(928)^2}{16} = 64$$

أو بواسطة طريقة المعاملات:

$$SSs = \frac{\{1(212)+1(236)-1(228)-1(252)\}^2}{4\,(4)} = \frac{(-32)^2}{16} = 64$$

مجموع المربعات للتداخل IXS:

SS (IXS) = SST – SSI – SSs = 208 -144 – 64 = 0

أو من المعاملات:

$$SS(IXS) = \frac{\{1(212)-1(236)-1(228)+1(252)^2\}}{4\,(4)} = \frac{0}{16} = 0$$

لاحظ كم هي أسهل عملية الحساب باستخدام طريقة المعاملات مقارنة باستخدام معامل التصحيح. في كل حالة، رقم واحد فقط يحتاج لأن يربع بدلا من جمع مربع رقمين كبيرين، وأنه لا يحتاج إلى معامل التصحيح. لاحظ أيضا أن مجموع المربعات للمكونات الثلاثة يساوي بالضبط مجموع مربعات المعاملات المحسوب بالطريقة الاعتيادية مما يساعد على التحقق من عملية الحساب.

جدول 3.6: المقارنات المستقلة لتجزئة المعاملات في تجربة الغرز بالهرمون للحملان

مصادر الاختلاف Source of Variation	df	SS	MS	قيمة F الملاحظة Observed F	قيمة F المطلوبة Required F 5%	1%
المعاملات Treatments	3	208	69.33	8.91	3.86	6.99
Inplants الغرز	1	144	144	18.51	5.12	10.56
Sex الجنس	1	64	64	8.23		
I × S الغرز × الجنس	1	0	0	0		
Error الخطأ	9	70	7.78			

بما أن كل مجموع مربع له درجة حرية واحدة فإن متوسط المربعات في كل حالة يساوي مجموع المربعات نفسه.

تعمل اختبارات F بقسمة كل متوسط مربعات على MSE لاحظ استعمال اختبارات F هذه الحساسة جدا، فإننا تعلمنا شيئا لم يخبرنا عنه أي من اختبار LSD أو اختبار دنكن، نحن الآن لدينا الدليل القاطع بأن ذكور الحملان تزداد بالوزن أسرع من إناث الحملان.

كمثال آخر على تجزئة مجموع مربعات المعاملات إلى مكونات ثانوية لغرض اختبارات F الموجهة، انظر الجزء الخاص بفصل المعدلات في الفصل السابع.

مقارنات الاتجاهات Trend Comparisions

غالباً ما يكون مفضلاً لدراسة متغير بعدة مستويات، كمثال على ذلك، زيادة مقادير السماد، مواعيد الحصاد، أو جرع مبيد الحشرات أو الأدغال، في هذه الحالات، فإن الباحث يهتم في طبيعة استجابة الوحدات التجريبية إلى مستويات المعاملة المختلفة. إن التحليل الإحصائي يجب أن يصمم لتقييم اتجاه الاستجابة.

أينما يكن ممكناً، فإنه يفضل استعمال سلسلة حسابية لمستويات العامل، إن الفترات ذات الأبعاد المتساوية لجرع المعاملة أو للسلاسل الزمنية، تقدر الاستجابات بالتساوي ودون تحيز من خلال مدى المستويات التي قد اخترتها وتعطي أساس جيد للمنحنى الملائم من السلاسل التي تكون فيهاٍ المديات بين مستويات المعاملة المتتالية غير متساوية. بالإضافة لذلك، كما شاهدنا سابقا، فإنه يوجد فوائد كبيرة في حساب مجموع المربعات وفي أعداد معادلات الانحدار Regression Equation.

من أجل استعمال مثال بسيط فإننا نختار تجربة معاملة بذور فاصوليا الليما الموضحة في الشكل 2.3. لاحظ بأن جرع مبيد الحشرات تزداد عن بعضها بمقدار ثابت (0، $\frac{1}{6}$، $\frac{1}{3}$، أونس من المبيد الحشري / 100 با من البذور). أن أحد الأهداف كان لتقدير طبيعة الاستجابة لجرع المبيد الحشري مع وبدون المعاملة بالمبيد الفطري. قسم من بيانات هذه التجربة قد وضحت في جدول 4.6، وتحليل التباين في جدول 5.6. قبل أن نبدأ مع مقارنات الاتجاهات، لاحظ كيف أن المعاملات العاملية قد جزأت في جدول 5.6 إلى التأثيرات الرئيسية والتداخل. أن العمليات الحسابية الخاصة بحساب مجموع المربعات للمعاملات وللمكونات التابعة لها هي كما يلي:

$$SST = \frac{341^2 + 290^2 + ... + 460^2}{5} - C\,,\ C = \frac{2240^2}{6\,(5)} = 167253.33$$

$$= 176222.8 - 167253.33 = 8969.47$$

$$SSF = \frac{(314 + 290 + 244)^2 + (446 + 454 + 460)^2}{15} - C = 8003.33$$

$$SSI = \frac{(341 + 446)^2 + (290 + 459)^2 + (244 + 460)^2}{10} - C = 345.27$$

$$SS(F \times I) = SST - SSF - SSI$$

$$= 8969.47 - 8003.33 - 345.27 = 620.87$$

جدول 4.6: عدد بادرات فاصوليا الليما الناتجة من 100 بذرة مزروعة في كل لوح، F_0 و F_2 تمثل 0 و $2\frac{2}{3}$ أونس من مبيد فطري / 100 بذور على التوالي، I_2 , I_1 , I_0 تمثل 0، $\frac{1}{6}$، $\frac{1}{3}$ أونس من مبيد حشري / 100 بذور على التوالي:

المعاملة	القطاعات Blocks						
Treatment	I	II	III	IV	V	Yi.	$\overline{Y}i.$
F_0 I_0	55	69	71	78	68	341	.268
F_0 I_1	65	47	55	64	59	290	.058
F_0 I_2	74	37	58	48	54	244	.848
F_2 I_0	91	76	92	92	95	446	.289
F_2 I_1	85	93	97	88	96	459	.891
F_2 I_2	84	94	94	96	92	460	92.0
Y.j	427	416	467	466	464	2240 = Y..	74.7 = $\overline{Y}$..

جدول 5.6: جدول تحليل التباين لبادرات فاصوليا الليما الثابتة

مصادر الاختلاف Source of Variation	df	SS	MS	قيمة F الملاحظة (المحسوبة) Observed F	قيمة F المطلوبة (الجدولية) Required F 5%	1%
Total المجموع	29	10140.67				
Blocks القطاعات	4	401.00	100.26			
Treatment المعاملات	5	8969.47	1793.89			
المبيد الفطري Fungicide	1	8003.33	8003.33	207.82	4.35	8.10
المبيد الحشري Insecticide	2	345.27	172.64	4.48	3.49	5.85
الفطري × الحشري $F \times I$	2	620.87	310.44	8.05		
الخطأ Error	20	770.20	38.51			

إن التداخل المعنوي ($F \times I$) يشير إلى أن الاستجابة إلى المبيد الحشري يعتمد على فيما إذا كانت البذور قد عوملت بالمبيد الفطري أم لا. متوسطات المعاملات يمكن اختبارها إحصائيا للفرق المعنوي للاتجاه الخطي في الإنبات كلما ازدادت جرع المبيد الحشري لكلا معاملتي المبيد الفطري. بما أنه يوجد درجتين حرية للـ $F \times I$ ، فيمكننا أن نسأل سؤالين مستقلين. أن السؤالين المناسبين هما: هل يوجد فرق معنوي في الاستجابة الخطية للمبيد الحشري لـ F_0 مقابل F_2، وهل يوجد فرق معنوي في الاستجابة غير الخطية؟ لتبسيط حساب مجموع المربعات، فإن الخطوة الأولى هي بوضع جدول المعاملات الخاصة بالمقارنات (جدول 6.6).

جدول 6.6. معاملات المقارنات لتقدير

استجابة إنبات بادرات فاصوليا الليما إلى مستويات جرعة المبيد الحشري

المقارنة Comparison	المعاملات ومجاميع المعالات Treatments & Treatment Totals					
	$F_0 I_0$	$F_0 I_1$	$F_0 I_2$	$F_2 I_0$	$F_2 I_1$	$F_2 I_2$
	341	290	244	446	459	160
المبيد الفطري (F)	-1	-1	-1	1	1	1
الاستجابة الخطية للمبيد الحشري (IL)	1	0	-1	1	0	-1
الاستجابة غير الخطية للمبيد الحشري (INL)	1	-2	1	1	-2	1
$F \times IL$	-1	0	1	1	0	-1
$F \times INL$	-1	2	-1	1	-2	1

إن المقارنة (المبيد الفطري) هي نفسها التي في جدل 5.6 وتقارن متوسط جميع الألواح لـ F0 مع متوسط جميع الألواح لـ F2. أنها مقارنة فئوية بسيطة. وحيث أن المجموعتين المراد مقارنتهما بنفس الحجم، فإن 1− يخصص لمكونات أحد المجموعتين و 1+ لمكونات المجموعة الأخرى، أن معاملات المقارنة (الاستجابة الخطية للمبيد الحشري) و (الاستجابة غير الخطية للمبيد الحشري) قد أخذت من جدول A.11 تحت n = 3 للمستويات الثلاثة مع جرعة المبيد الحشري. يمكن استعمال المعاملات في جدول A.11 كلما كانت مستويات المعاملات تزداد عن بعضها بمقدار ثابت. المعاملات الـ $F \times IL$ و $F \times INL$ يحصل عليها بضرب المعاملات لمقارنة المبيد الفطري مع تلك للاستجابة الخطية للمبيد الحشري والاستجابة غير الخطية للمبيد الحشري. كل مقارنة في جدول 6.6 تتضمن درجة حرية واحدة، وبذلك يمكن حساب مجموع المربعات من:

$$SS = (\sum C_i Y_{i\cdot})^2 / (r \sum C_i^2)$$

وبذلك:

$$SSF = \frac{(-341 - 290 - 244 + 446 + 459 + 460)^2}{5(6)} = 8003.33$$

$$SS(IL) = \frac{(341 - 244 + 446 - 460)^2}{5(4)} = 344.45$$

$$SS(INL) = \frac{\{341 - 2(290) + 244 + 446 - 2(459) + 460\}^2}{5(12)} = 0.82$$

$$SS(F \times IL) = \frac{(-341 + 244 + 446 - 460)^2}{5(4)} = 616.05$$

$$SS(F \times INL) = \frac{\{-341 + 2(290) - 244 + 446 - 2(459) + 460\}^2}{5(12)} = 4.82$$

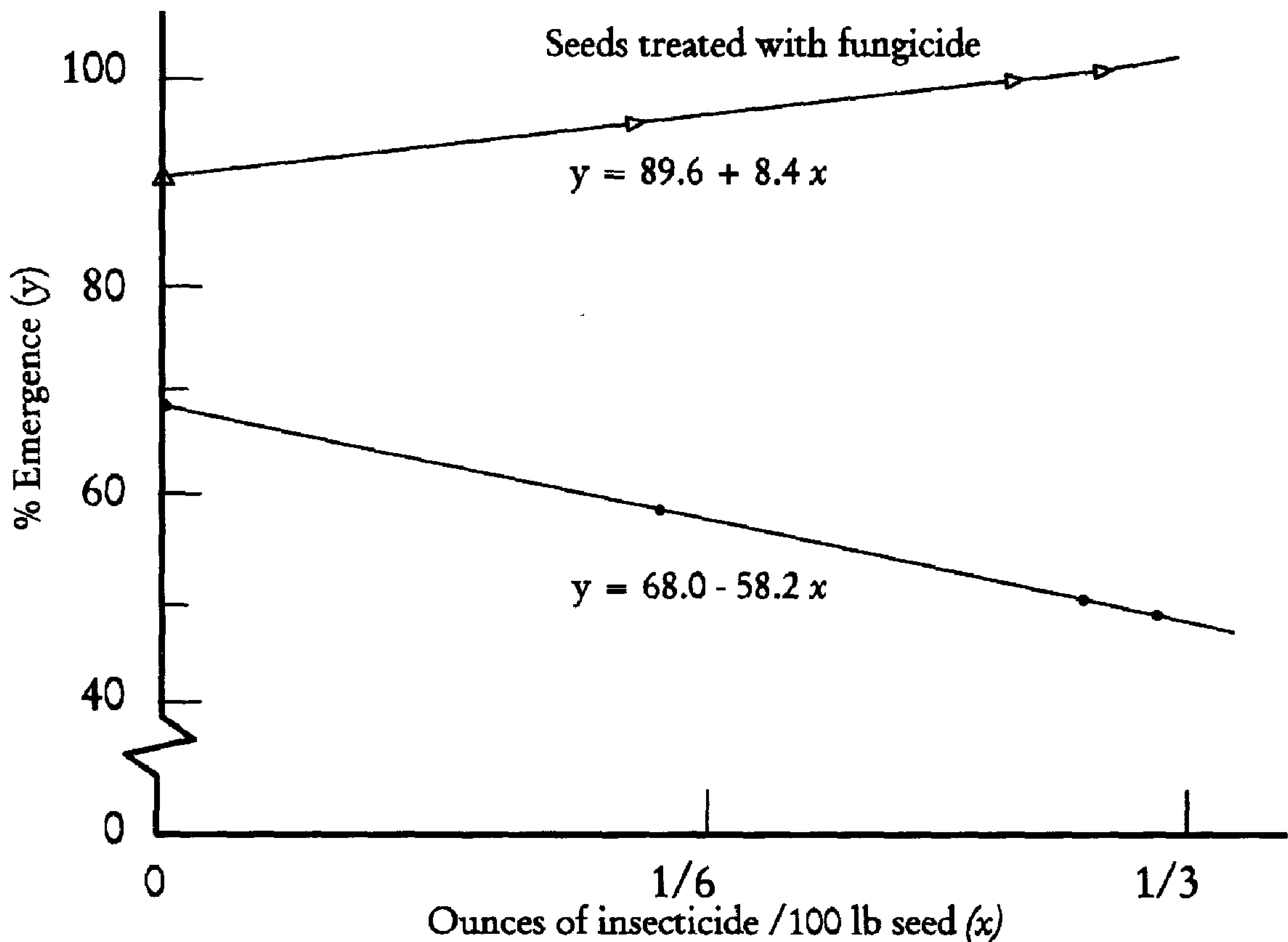
أن متوسط المربعات يساوي مجموع المربعات، وذلك لأن كل منها يشتمل على درجة حرية واحدة، وأن قيم F قد حسبت بقسمة كل منها (متوسط المربعات) على متوسط مربعات الخطأ (NSE) كما في جدول 7.6. لاحظ أن مجموع المربعات للمكونات الخمسة للمعاملات في جدول 7.6 عند جمعها تساوي مجموع المربعات للمعاملات في جدول 5.6. أن هذا يعتبر تحقيقاً لعملياتنا الحسابية، حيث أن المكونات هي سلسلة مستقلة، فإنهما يجب أن يساووا جميعا مجموع مربعات الأصل الذي جزئ.

جدول 7.6 متوسط المربعات وقيم F

لاختبار معنوية الاستجابات لمستويات جرعة المبيد الحشري

مصادر الاختلاف Source of Variation	df	قيم F الملاحظة MS		قيم F المطلوبة 5%	1%
المبيد الفطري (F)	1	8003.33	207.8	4.35	8.10
الاستجابة الخطية للمبيد الحشري (IL)	1	344.45	8.9		
الاستجابة غير الخطية للمبيد الحشري (INL)	1	0.82	0.02		
$F \times IL$	1	616.05	16.0		
$F \times INL$	1	4.82	0.1		
الخطأ Error	20	38.51			

إن قيم F لـ $F \times IL$ و $F \times INL$ توضح بأنه يوجد تداخل معنوي عالي للاستجابة الخطية لبزوغ البادرات وعدم وجود تداخل للاستجابة التي تختلف عن الاستجابة الخطية، وهكذا فإن التجربة يمكن أن تلخص بشكل دقيق وملائم كما في الشكل 1.6، بواسطة خطوط الانحدار من الدرجة الأولى (الاستجابة الخطية) والتي تقدر تأثير زيادة جرعة المبيد الحشري عند معاملة أو عدم معاملة البذور بالمبيد الفطري. أن عملية الحساب الخاصة بخطوط الانحدار قد أجلت لغرض التمرن عليها بعد فهم موضوع الانحدار في الفصل 13 و 14.



شكل 1.6 تأثير معاملة البذور بالمبيد الحشري

مع أو بدون المعاملة بالمبيد الفطري على بزوغ بادرات فاصوليا الليما

الخلاصة Summary

أن المشكلة الخاصة بتقدير أي من متوسطات المعاملات يختلف معنوياً يسمى بفصل المتوسطات (Mean Separation). يوجد ثلاثة طرق يمكن التوصل بها لفصل المتوسطات،

استعمال أقل فرق معنوي، اختبارات F الموجهة. هذا ويمكن حساب أقل فرق معنوي كالآتي:

$$LSD = t\sqrt{\frac{2(MSE)}{r}}$$

حيث أن t = هي القيمة الجدولية تختار حسب درجات الحرية للخطأ وحسب مستوى المعنوية المطلوب، MSE= متوسط مربعات الخطأ، r= هو عدد قيم المتغير في حساب كل متوسط. ولغرض فصل متوسطين كل منهما يحتوي على عدد مختلف من قيم المتغير، $LSD = t\sqrt{\frac{MSE}{r_1}+\frac{MSE}{r_2}}$.

أن اختبار دنكن المتعددة المدى هو الأكثر شيوعاً من عدة من اختبارات المدى المستعملة، ويتم حسابه حسب: $D = R\ (LSD)$, حيث أن R هي قيمة جدولية حسب درجات الحرية للخطأ، مستوى المعنوية، البعد بين المتوسطين المرتبة بترتيب معين من متوسطات المعاملات، LSD هو أقل فرق معنوي.

أن اختبارات F الموجهة عادة توفر طرق أكثر دقة لاختبارات المتوسطات، يمكن أن نسأل عدة أسئلة مستقلة ويجاوب عليها باختبارات F بعدد درجات الحرية الخاصة بالمعاملات. يجب أن يتم تحديد الأسئلة قبل البدء بالتجربة. يمكن حساب مجموع المربعات لكل درجة حرية مفردة من سلسلة من المعاملات التي يكون مجموعها يساوي صفر بالمعادلة التالية:

$$SS = \frac{(C_i y_i)^2}{r\sum C_i}$$

حيث أن C_i تمثل مجموعة المعاملات، $Y_i.$ هي عبارة عن مجموعة مجاميع المعاملات، r عدد قيم المتغير التي تكون كل مجموع. كل مقارنتين تعتبران مستقلتين إذا كانت معاملاتهما ومجموع حاصل ضرب المعاملات المشار إليهما يساوي صفرا. إذا تم إجراء عدد من المقارنات المستقلة بقدر درجات الحرية للمعاملات، فإن مجموع المربعات الخاص بالمقارنات يساوي عند جمع مجموع مربعات المعاملات.

المعاملات الخاصة باختبار الاتجاهات، يمكن الحصول عليها من جدول A.11 إذا كانت مستويات المعاملات تزداد عن بعضها بقدر متساوي، ومن جدول A.11 a لبعض المجاميع من المعاملات التي تزداد عن بعضها قدرا غير متساوي.

الفصل السابع

7

تصميم المربع اللاتيني

The Latin Sequare Design

- العشوائية.
- تحليل التباين.
- مصادر الاختلاف ودرجات الحرية.
- الحاسبة المبرمجة لحساب الأنحراف المعياري.
- اختبار المتوسطات.
- الخلاصة.

الفصل السابع

تصميم المربع اللاتيني

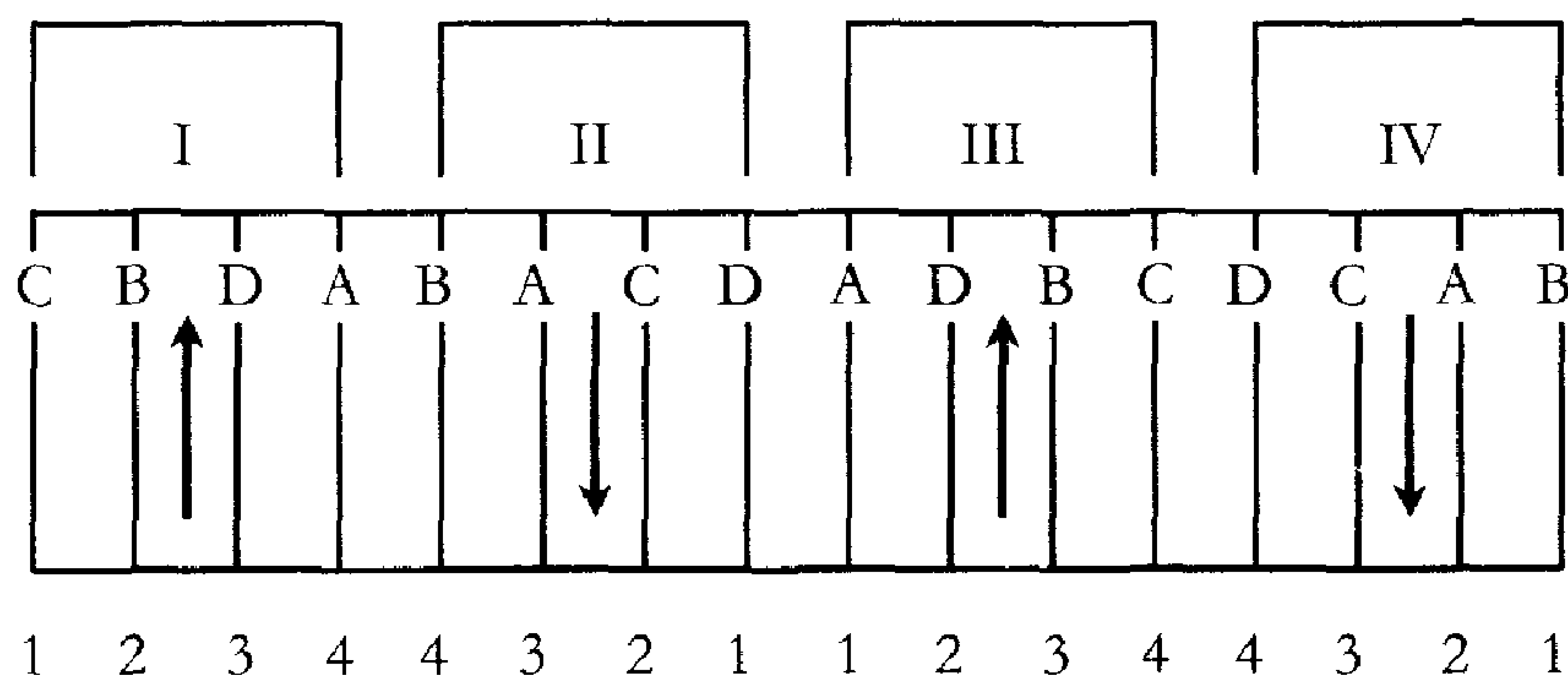
The Latin Sequare Design

في هذا التصميم فإن التوزيع العشوائي للمعاملات مقيد بدرجة أكبر وذلك بتجميع المعاملات ضمن مجاميع من الأعمدة Columns , إضافة إلى الصفوف rows. لذلك فإنه من الممكن إزالة الاختلافات من الخطأ التجريبي والمترابطة مع هذه التأثيرات. تظهر كل معاملة بنفس عدد المرات (عادة مرة واحدة) في كل صف أو عمود. وأن التصميم سوف يمنح مقارنة أكثر دقة لتأثيرات المعاملات من تصميم القطاعات العشوائية لوحده إذا كانت هناك اختلافات متلازمة من الأعمدة.

الصفوف والأعمدة تعود إلى توزيع خاص للوحدات التجريبية أو إلى النظام الذي فيه تتمثل المعاملات. في شكل 1.7، المعاملات C, B, A هي ثلاثة أشكال مختلفة من الحاسبات المنضدية المطلوب اختبارها، الأعمدة، ثلاثة عمال مختلفين، والصفوف هي ستة أوقات مختلفة التي فيها يختبر العمال الماكنة. كل عامل يختبر كل ماكنة بوقتين والثلاثة مكائن تختبر في كل فترة زمنية، وهكذا فإن تأثيرات الفترة الزمنية والعمال قابل لقياس مصادر الاختلاف والتي تكون مستقلة عن المكائن، ويمكن إزالتها من الاختلافات الكلية للتجربة مما تؤدي إلى تقليل الخطأ التجريبي. أن هذا مثال عن المربع اللاتيني المزدوج Double Latin Sequare.

		الأعمدة (العمال) Column (Operators)		
		I	II	III
الصف	I	B	A	C
Row	II	C	B	A
(الفترات	III	A	C	B
الزمنية	IV	B	C	A
	V	C	A	B
	VI	A	B	C

شكل 1.7 ثلاثة معاملات في المربع اللاتيني المزدوج، مصادر الاختلاف ودرجات الحرية تكون: الصفوف = 5، الأعمدة = 2، المعاملات = 2، الخطأ = 8. المعاملات (C, B, A) تكون ثلاثة حاسبات منضدية مختلفة.



شكل 2.7: المربع اللاتيني بأربعة معاملات للبذور (D, C, B, A) خصصت للباذرات 1، 2، 3، 4. الإشارات تشير إلى اتجاه انتقال الباذرة. مصادر الاختلاف ودرجات الحرية تكون: القطاعات = 3، وحدات البذار = 3، معاملة البذرة = 3، الخطأ = 6.

عندما يكون عدد المعاملات صغيراً وأن هناك سبب وجيه للاعتقاد بأنه سوف تكون تأثيرات مهمة للأعمدة والصفوف، فإن الاختلافات يمكن إزالتها باتجاهين باستعمال مربعين لاتينيين (كل منهما يتم فيه التوزيع العشوائي بصورة مستقلة).

أن هناك وقت حتى يكون المربع اللاتيني ربما مفيداً عندما تشكل الألواح الحقلية خطاً مستمرا. افترض، كمثال أن تجربة ما قد صممت لاختبار أربعة معاملات للبذور عندما يكون اللوح التجريبي المفرد هو خطأ واحدا في كل مكان من مساحة التجربة. أن الباذرة بأربعة وحدات بذار سوف تستعمل. أن وحدات البذار قد تختلف في معدل البذار. لإزالة تأثير الباذرة، فإن كل معاملة بذور تخصص إلى وحدة بذار مختلفة في كل الأربعة قطاعات، وبذلك فإن كل معاملة تبذر نفس عدد المرات بواسطة وحدة البذار كما في شكل 2.7.

يحتاج المربع اللاتيني إلى قطاعات على الأقل بقدر عدد المعاملات وبذلك فإنه لا يعتبر عملي في التجارب التي تحتوي على عدد كبير من المعاملات. أن الأكثر استخداما للمربع اللاتيني هم أولئك الذين لديهم معاملات تتراوح من أربعة إلى ثمانية معاملات، مع وحدة تجريبية واحدة في كل معاملة لكل عمود أو صف.

العشوائية Randomization

لنبدأ مع أي مربع لاتيني (تسلسلي أو معشاة) بعدد من المعاملات المطلوبة في تجربتك. كمثال، افترض أنك ترغب بإجراء العشوائية لستة معاملات F, E, D, C, B, A. نبدأ مع المربع اللاتيني الموجود أدناه (شكل 3.7). اذهب إلى جدول الأرقام العشوائية (جدول A.1)

وابدأ عشوائياً من أي مكان، كمثال، الخط 5، واستمر عبر الخط ومن ثم رجوعاً في الخط 6، وخصص الأرقام 1، 3، 5، 4، 2، 6 للصفوف من 1 إلى 6. أكمل على طول الخط 6 من جدول الأرقام العشوائية ومن ثم ارجع (من اليمين إلى اليسار) في الخط، وخصص الأرقام 4، 2، 5، 1، 3، 6 إلى الأعمدة. أن المربع اللاتيني الجديد قد أكمل الآن كما في الشكل 4.7 بإعادة تنظيم الصفوف والأعمدة للمربعات القديمة كما أشير إليها في الأرقام العشوائية.

Rows الصفوف	Columns الأعمدة					
	4	2	5	1	3	6
1	B	D	E	F	A	C
3	C	E	A	D	F	B
5	A	F	C	B	E	D
4	D	A	F	C	B	E
2	F	B	D	E	C	A
6	E	C	B	A	D	F

شكل 3.7: طريقة التوزيع العشوائي لمربع لاتيني 6 × 6، الصفوف والأعمدة يجب أن توزع بالنظام المشار إليه في جدول الأرقام العشوائية، أن ذلك سينتج المربع اللاتيني الموضح في الشكل 4.7

الصف Row	العمود Column I	II	III	IV	V	VI	مجاميع الصفوف Row Totals, Yi..
I	F 28.2	D 29.1	A 32.1	B 33.1	E 31.1	C 32.4	186.0
II	E 31.0	B 29.5	C 29.4	F 24.8	D 33.0	A 30.6	178.3
III	D 30.6	E 28.8	F 21.7	C 30.8	A 31.9	B 30.1	173.9
IV	C 33.1	A 30.4	B 28.8	D 31.4	F 26.7	E 31.9	182.3
V	B 29.9	F 25.8	E 30.3	A 30.3	C 33.5	D 32.3	182.1
VI	A 30.8	C 29.7	D 27.4	E 29.1	B 30.7	F 21.4	169.1
مجاميع الأعمدة Y.j.	183.6	173.3	169.7	179.5	186.9	178.7	1071.7=Y...
	Treatments المعاملات						
	A (1) $(NH_4)_2SO_4$	B (2) NH_4NO_3	C (3) $Co(NH_2)_2$	D (4) Ca (no)	E (5) $NaNO_3$	F (6) No N	
المجاميع Totals Y..K	186.1	182.1	188.9	183.8	182.2	148.6	
المتوسطات Means $\overline{Y}_{..k}$	31.0	30.4	31.6	30.6	30.4	24.8	

شكل 4.7: مربع لاتيني 6 × 6. كل معاملة تظهر مرة واحدة في كل صف أو عمود، المعاملات هي خمسة مصادر للنتروجين كلها توزع لتعطي 100 با نتروجين لكل ايكر مع معاملة عدم التسميد. القيم تمثل حاصل جذور البنجر السركي بالطن لكل ايكر

تحليل التباين Analysis of Variance

سوف نقوم بتحليل البيانات في الشكل 4.7 حيث أن المشاهدات يمكن أن تصنف بثلاثة طرق الصفوف، الأعمدة والمعاملات. الصفوف تمثل مجموعة i وتبدأ من 1 وحتى r. الأعمدة هي عبارة عن مجموعة j وتبدأ من 1 وحتى C. المعاملات أشير إليها بواسطة K وأن K يبدأ من 1 وحتى n. في المربع اللاتيني الاعتيادي فإن r = c = n. نبدأ بإكمال أول عمودين في جدول 1.7.

مصادر الاختلاف ودرجات الحرية Sources of Variation & Degrees of Freedom

تكون درجات الحرية كالمعتاد عبارة عن المشاهدات لكل مصدر من مصادر الاختلاف مطروحا منها واحد: درجات حرية المجموع = rc35 = 1 − (6) 6 = 1 − = ، درجات الحرية للصفوف = $r-1=6-1=5$ ، درجات الحرية للأعمدة = c − 1 = 6 − 1 = 5 , درجات الحرية للمعاملات = n5 = 1 − 6 = 1 − = . درجات حرية الخطأ يمكن الحصول عليها بالطرح: 35- 5 -5=20، أو بواسطة:

$$(r-1)(c-1)-(n-1)=5(5)-5=20$$

معامل التصحيح:

$$C=\frac{Y^2...}{rc}=\frac{1071.7^2}{6(6)}=31903.91$$

مجموع المربعات ومتوسط المربعات:

الصفوف Rows.

$$SSR=\frac{\sum Y_i^2..}{c}-C=\frac{186.0^2+...169.1^2}{6}-31903.91$$

$$=32.19$$

حيث أن c هي عدد الألواح في كل صف.

$$MSR=\frac{SSR}{df.(R)}=\frac{32.19}{5}=6.438$$

الأعمدة Column.

$$SSC=\frac{\sum Y^2_{.j.}}{r}-C$$

حيث أن r هي عدد الألواح في كل عمود.

$$SSC = \frac{183.6^2 + ... + 178.8^2}{6} - 31903.91$$
$$= 33.67$$
$$MSC = \frac{SSC}{df(C)} = \frac{33.67}{5} = 6.734$$

المعاملات:

$$SST = \frac{\sum Y_{..}^{2} K}{r} - C$$

حيث أن r هي عدد تكرارات كل معاملة

$$= \frac{148.6^2 + ... + 182.2^2}{6} - 31903.91$$
$$= 185.77$$
$$MST = \frac{SST}{df(T)} = \frac{185.77}{5} = 37.154$$

المجموع (Total):

$$SS = \sum Y^{2}_{.jk} - C = 28.2^2 + 32.1^2 + ... + 27.4^2 + 29.1^2 - 31903.91$$
$$= 32185.79 - 31903.91 = 281.88$$

الخطأ (Error):

$$SSE = SS - SSR = SSC - SST$$
$$= 281.88 - 32.19 - 33..67 - 185.77$$
$$= 30.25$$
$$MSE = \frac{SSE}{df(E)} = \frac{30.25}{20} = 1.513$$

جدول 1.7: تعليل التباين، تجربة مصادر النتروجين للبنجر السكري

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية Degrees of Freedom df	مجموع المربعات Sums of Squares SS	متوسط المربعات Mean Sequare MS	قيمة F الملاحظة Observed F	قيمة F الجدولة Required F 5%	 1%
Total المجموع	35	281.88				
Rows الصفوف	5	32.19	6.438	4.26	2.71	4.10
Columnsالأعمدة	5	33.67	6.734	4.45		
Treatmentsالمعاملات	5	185.77	37.154	24.56		
Error (RC-T)الخطأ	20	30.25	1.513			

الحاسبة المبرمجة لحساب الانحراف المعياري:

أن مجموع المربعات ومتوسط المربعات يمكن أيضاً حسابهما من الانحراف المعياري للمجموع. كمثال، لحساب SSR، أدخل مجموع كل صف (186.0 ....169.1) مع مفتاح الإدخال المناسب في حاسبتك، واحصل على الانحراف المعياري لمجاميع الصفوف = 6.21496. ربع قيمة الانحراف المعياري واقسم على عدد قيم المتغير لكل مجموع قد أدخلته:

$$(6.21496)^2 \ / \ 6 = MSR = 6.4376$$

اضرب بدرجات حرية الصف تنتج قيمة SSR31 = 6.4376 (5) = 19. وهي نفس القيمة التي حصل عليها سابقا.

قيم F:

$$F \quad (\text{للصفوف}) \quad = \frac{MSR}{MSE} = \frac{6.438}{1.513} = 4.26$$

$$F\ (\text{للأعمدة}) = \frac{MSC}{MSE} = \frac{6.734}{1.513} = 4.45$$

$$F\ (\text{للمعاملات}) = \frac{MST}{MSE} = \frac{37.154}{1.513} = 24.56$$

نسب F الثلاثة مبنية على أساس 5 و 20 درجة حرية. أن القيم المطلوبة للمعنوية الإحصائية يحصل عليها من جدول A.3 وتوضع في جدول تحليل التباين. كل مصادر الاختلاف الثلاثة تعتبر عالية المعنوية. ومن هذا يمكن أن نستنتج أن هناك فروقا معنوية حقيقية بين الصفوف والأعمدة إضافة إلى المعاملات.

اختبار المتوسطات Mean Separation

عند وضع خطة تجربة البنجر السكري لتقييم تأثيرات مصادر النتروجين المختلفة، فإن الباحث قد وضع مسبقا عدد من الأسئلة المطلوب الإجابة عنها وذلك بتجزأة مجموع المربعات الخاص بالمعاملات بمجموعة من المقارنات المستقلة الموضحة في جدل 2.7.

جدول 2.7: المقارنات المستقلة لتجزأة المعاملات المثبتة في الشكل 4.7

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	قيمة F الملاحظة F	قيمة F المطلوبة 5%	1%
المعاملات	5	185.77	37.154	24.56	2.71	4.10
بدون N مقابل N	1	180.200	180.200	119.10	4.35	8.10
N عضوي مقابل N غير عضوي	1	3.816	3.816	2.52		
N نتراني مقابل N أمونيوم	1	0.202	0.202	0.13		
$(NH_4)_2SO_4$ مقابل NH_4NO_3	1	1.334	1.334	0.88		
$Na(No_3)_2$ مقابل $Ca(No_3)_2$	1	0.213	0.213	0.14		
الخطأ (Error)	20	30.25	1.513			

جدول 3.7: معاملات المعاملات للتحقق

من استقلالية المقارنات ولتسهيل حساب مجموع المربعات

المقارنة Comparison	بدون N 148.6	$(NH_4)_2SO_4$ 186.1	NH_4NO_3 182.1	$CO(NH_2)_2$ 188.9	Ca(NO3)2 183.8	$NaNo_3$ 182.2
	المعاملات ومجاميع المعاملات Treatments & treatment totals					
بدون N مقابل N	+5	-1	-1	-1	-1	-1
N عضوي مقابل N غير عضوي	0	-1	-1	-4	-1	-1
N نتراني مقابل N أمونيوم	0	-1	+1	0	-1	-1
$(NH_4)_2SO_4$ مقابل NH_4NO_3	0	+1	-1	0	0	0
$Ca(No_3)_2$ مقابل $Na(No_3)_2$	0	+1	0	0	+1	-1

لاحظ بأن كل الصفوف تجمع إلى الصفر وأن مجموع حاصل الضرب للمعاملات المتماثلة لأي مقارنتين يكون صفر. ومن ثم فإن مقارنات المعاملات تكون مستقلة.

أن المعاملات لاختبار استقلالية المقارنات ولتكملة جدول 2.7 قد بينت في جدول 3.7. يمكن حساب مجموع المربعات من مجاميع المعاملات كما يأتي:

$$SS\ (\text{بدون N مقابل N}) = \frac{148.6^2}{6} + \frac{(186.1 + \dots 182.2)^2}{30} - \frac{1071.72^2}{36}$$

$$= 3680.327 + 28403.787 - 31903.914 = 180.200$$

عندما تتضمن المقارنة درجة حرية واحدة فقط، فإن الطريقة المختصرة للحساب باستعمال الاختبارات المستقلة المتعددة الحدود Orthogonal Polynomials من جدول 3.7 تكون:

$$SS = \frac{(\sum Ci \quad Y..K)^2}{(r \sum Ci^2)}$$

حيث أن Ci يمثل المعاملات في جدول 3.7، Y..K مجاميع المعاملات، r يمثل عدد التكرارات في كل مجموع معاملة وبذلك: =(بدون N مقابل N) SS

$$\frac{\{5(148.6)-186.1-182.1-188.9-183.8-182.2\}^2}{6\,(30)}$$

$$=\frac{-180.1^2}{180}=180.2$$

أن المقام (30) 6. يحصل عليه بجمع مربعا المعاملات للحدود الموجودة في البسط وضرب ذلك بعدد قيم المتغير المكونة لكل حد في البسط، وبذلك يكون:

$$\{(5)^2+(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2\} = 6\,(30)6$$

SS (عضوي N مقابل N غير عضوي) =

$$\frac{188.9^2}{6}+\frac{(186.1+182.1+183.8+182.2)^2}{24}$$

$$\frac{(188.9+186.1+182.1+183.8+182.2)^2}{30}=$$

$$\frac{188.9^2}{6}+\frac{734.2^2}{24}-\frac{923.1^2}{30}$$

لاحظ بأن الحد الثالث هو معامل تصحيح جديد

$$= 5974.202 + 22460.402 - 28403.787 = 3.816$$

الطريقة الأكثر اختصاراً تكون:

$$\frac{\{4(188.9)-186.1-182.1-183.8-182.2\}^2}{6\,(20)}=3.816$$

SS (نتراتي N مقابل N أمونيوم) =

$$\frac{(186.1+182.1)^2+(183.8+182.2)^2}{12}-\frac{(186.1+182.1+183.8+182.2)^2}{24}$$

$$=\frac{368.2^2+366.0^2}{12}-\frac{734.2^2}{24}$$

$$= 22460.603 - 22460.402 = 0.201$$

$$= \frac{(186.1 + 182.1 - 183.8 - 182.2)^2}{6(4)} = \frac{(2.2)^2}{24} = 0.202$$

SS (NH_4NO_3 مقابل $(NH_4)_2SO_4$) =

$$\frac{186.1^2 + 182.1^2}{6} - \frac{(186.1 + 182.1)^2}{12}$$

$$11298.937 - 11297.603 = 1.334$$

أو:

$$= \frac{(186.1 + 182.1)^2}{2(6)} = \frac{(4.0)^2}{12} = 1.333$$

SS ($Na(NO_3)_2$ مقابل $Ca(NO_3)_2$) =

$$\frac{183.8^2 + 182.2^2}{6} - \frac{(183.8 + 182.2)^2}{12}$$

$$= 11163.213 - 11163.000 = 0.213$$

أو:

$$= \frac{(183.8 - 182.2)^2}{2(6)} = \frac{(1.6)^2}{12} = 0.213$$

يحصل على متوسطات المربعات بقسمة مجموع المربعات على درجات الحرية المقابلة لكل منها، وبما أنه في هذه الحالة، بأن كل مقارنة تتضمن درجة حرية واحدة فإن SS = MS.

يتم حساب قيم F بقسمة كل من MS على MS للخطأ، أن قيم F المطلوبة (للمعنوية) هي القيم الجدولية التي يحصل عليها من جدول A.3 بدرجات حرية 1 و 20، نحن لدينا الآن اختبار F للإجابة عن كل سؤال من الأسئلة المطروحة عند وضع خطة التجربة.

إن قيمة F المعنوية هي فقط للمقارنة (بدون N مقابل N)، وكل القيم الأخرى هي قليلة جدا، مما تقود إلى الاستنتاج بأنه كانت هناك استجابة إلى النتروجين ولكن البنجر استجاب بصورة مماثلة لجميع مصادر النتروجين.

الخلاصة Summary

الوحدات التجريبية ترتب ضمن فئتين إضافة إلى المعاملات. أن هاتين الفئتين عادة تدعى بالصفوف والأعمدة بالنسبة إلى تنظيم البيانات في جدول ذو اتجاهين.

يخصص لكل معاملة نفس عدد المرات (عادة مرة واحدة) ضمن كل فئة وبذلك فإن الفروقات بين الفئات سوف تكون بسبب تاثير المعاملات، أنه يحتاج إلى عدد من المكررات على الأقل تكون بقدر المعاملات، المربعات اللاتينية تكون في الغالب غير تطبيقية عندما يكون هناك معاملات أكثر من ثمانية.

فقط عندما تكون الفئتين (الصفوف والأعمدة) مختلفة بشكل كبير فإن تصميم المربع اللاتيني يحسب من إيجاد فروقات المعاملات أكثر مما هو عليه في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة.

الفصل الثامن

8

تصميم القطع المنشقة

The Split plot Design

- العشوائية.
- تحليل التباين.
- مصادر الاختلاف ودرجات الحرية.
- مفتاح الانحراف المعياري.
- اختبار المتوسطات.
- الخطأ القياسي وأقل فرق معنوي.
- الخلاصة.

الفصل الثامن

تصميم القطع المنشقة

The Split Plot Design

تصاميم القِطع المنشقة، والتصميم الآخر المختلف عنه، القطاعات المنشقة The Split – block تستعمل دائما في التجارب العاملية التي فيها طبيعة المادة التجريبية أو العمليات المستعملة تجعلها من الصعوبة أن تعامل جميع التوافقات الخاصة بالعوامل بنفس الطريقة، أو أن الباحث يرغب بزيادة الدقة في تقدير تأثيرات معينة ويرغب في الحصول على دقة أقل في تقدير تأثيرات معينة أخرى.

أن تصميم القطع المنشقة الأساسي يتضمن تخصيص معاملات أحد العوامل إلى القطع الرئيسية Main Plot ترتب ضمن التصميم العشوائي الكامل، القطاعات العشوائية الكاملة أو تصميم المربع اللاتيني. معاملات العامل الثاني تخصص إلى القطع الثانوية Sub Plots ضمن كل قطعة رئيسية. أن التصميم عادة يقلل من دقة تقدير متوسط تأثيرات المعاملات المخصصة للقطع الرئيسية، أنه غالبا ما يؤدي إلى زيادة الدقة لمقارنة متوسط تأثيرات المعاملات المخصصة للقطع الثانوية. وعندما يكون هناك تداخل Interaction, عند مقارنة تأثيرات معاملات القطع الثانوية لكل معاملة قطعة رئيسية معينة، تبرز هذه من الحقيقية بأن الخطأ التجريبي للقطع الرئِيسية عادة ما يكون أكبر من الخطأ التجريبي المستعمل لمقارنة معاملات القطع الثانوية، غالبا، أن الخطأ الخاص بمعاملات القطع الثانوية يكون أقل من ذلك الذي يحصل عليه إذا كانت جميع توافقات المعاملات قد رتبت ضمن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة.

لاحظ التجربة المبينة في الشكل 1.8 ، أنها تتضمن عاملين، السماد النتروجيني (N) بمستويين ($n = 2$) والسماد الآخر (G) بأربعة أنواع ($g = 4$). أن المجموع الكلي للمعاملات في هذه التجربةِ تكون ($n \times g = 8$)، لاحظ بأن كل المعاملات لمستوى النتروجين المعين تظهر سوية. أيضا لاحظ بالنسبة إلى مستويات النتروجين، فإنه لدينا قطاعات عشوائية كاملة بمعاملتين وبثلاثة قطاعات، أن درجات الحرية للقطع الرئيسية الستة تجزئ كما للقطاعات العشوائية الكاملة في عمود القطع المنشقة في الجدول 1.8 عندما يقارن التصميمين، أن القيود على عشوائية المعاملات ضمن القطاع ينتج عنها نوعين من الخطأ في تصميم القطع المنشقة، الخطأ الخاص بالقطع الرئيسية غالبا ما يكون أكبر، وأن الخطأ الخاص بالقطع الثانوية عادة يكون أصغر، طالما أنه يتضمن اختلافات ما بين القطع الثانوية المتقاربة عن بعضها ضمن

القطع الرئيسية. يمكِن استخدام تصميم القطع المنشقة بأكثر من عاملين كمعاملات، في الواقع ليس ضروريا لإضافة قطعة منشقة لكل عامل. كمثال، لاختبار صنفين وبإضافة مستويين من السماد النتروجيني بوقتين مختلفين، فيمكن للقطع الرئيسية أن تكون التوافقات الأربعة بين الصنف ومستويات النتروجين والتي يمكن أن تنشق إلى وقت إضافة السماد النتروجيني، أن أبسط القطاعات لهذا الاختبار يمكن أن يكون:

القطاع 1

Block 1

VI	N2	V2	N2	VI	NI	V2	NI
T1	T2	T2	T1	T2	T1	T1	T2

مع ثلاثة عوامل (A, B, C) كل منهما بمستويين أو أكثر، فإنه يوجد ستة قطع رئيسية مختلفة: A, B, C, AB, AC, BC.

أن كل اختلاف في تصميم القطع المنشقة يفرض قيوداً معينة فيما يتعلق بالخطأ الذي يستعمل في اختبار تأثيرات المعاملات. أنه مهم، بعد ذلك، لتخصيص عوامل في حالة يمكن أن تعطي أكبر دقة لمقارنة التداخلات ومتوسط تأثير المعاملات التي أنت راغب فيها. أنه يتطلب بعض المهارة والخبرة في وضع خطط تجارب القطع المنشقة، وبذلك ينصح باستشارة ذوي الخبرة عند استعمال هذا التصميم.

جدول 1.8 مخطط لتحليل التباين (ANOVA) لعاملين للتجربة في الشكل 1.8 كتصميم قطع منشقة وتصميم القطاعات العشوائية الكاملة، تشير الأقواس بالأسهم إلى الخطأ المناسب لاختبار تأثيرات المعاملات في كلا التصميمين

مصادر الاختلاف		درجات الحرية		
Source of Variation			القطع المنشقة	تصميم القطاعات RCB
Sub Plots	القطع الثانوية	ngb – 1	23	23
Main Plots	القطع الرئيسية	nb – 1	5	-
Blocks	القطاعات	b – 1	2	2
Nitrogen	النتروجين	n-1	1	1
Mp Error	خطأ القطع الرئيسية	(n -1)	2	-
Green Manure	السماد الأخضر	(g-1)	3	3
N × G	النتروجين × السماد الأخضر	(n-1) (g-1)	3	3
Sp Error	خطأ القطع الثانوية	(b-1) (g-1)+(n-1)(g-1)	12	-
Error	خطأ تصميم القطاعات العشوائية RCB	(b-1)(n-1)+(g-1)+(n-1)(g-1)		14

BLOCK I — BLOCK II — BLOCK III

A main plot — A subplot

N_{180}				N_0				N_{180}				N_0				N_0				K_{180}			
BV	V	F	B	B	BV	F	V	F	BV	V	B	V	F	B	BV	F	BV	V	B	V	BV	B	F
25.9	25.3	19.3	22.2	15.5	18.9	13.8	21.0	18.0	26.7	24.8	24.2	22.7	13.5	15.0	16.3	13.2	19.6	22.3	15.2	28.4	27.6	25.4	20.5

شكل 1.8: تصميم القطع المنشقة، القطع الرئيسية (N_{1202} No) هي مستويات السماد النتروجيني، القطع الثانوية BV, V, F, B هي معاملات السماد الأخضر، جميع القطع نفذت على شكل قطع مستطيلة طويلة في الحقل بثلاثة قطاعات، حاصل القطع لمحصول البنجر السكري بعد معاملات السماد الأخضر قد أعطيت بالطن من الجذور لكل ايكر (ص244)

العشوائية : Randomization

أن التوزيع العشوائي للمعاملات المخصصة للقطع الرئيسية يجري حسب نوع التصميم المختار للقطع الرئيسية. معاملات القطع الثانوية توزع عشوائيا بعد ذلك ضمن كل قطعة رئيسية وأن يتم التوزيع العشوائي بصورة مستقلة لكل قطعة رئيسية.

تحليل التباين : Analysis of Variance

لتوضيح طريقة الحساب، فإننا سنستخدم التجربة الموضحة في الشكل 1.8. أن التجربة قد صممت لاختبار تأثير ثلاثة محاصيل كسماد أخضر على الإنتاج التالي للبنجر السكري مع مستويين من السماد النتروجيني.

جدول 2.8: حاصل جذور البنجر السكري (طن / ايكر)

مرتبة حسب المعاملات، القطع الرئيسية والقطاعات

Treatments المعاملات		Blocks (j) القطاعات			المجاميع	المتوسطات
با نتروجين ايكر (i)	السماد الأخضر (K)	I	II	II	Totals	Means
0	أرض بدون زرع	13.8	13.5	13.2	40.5	13.5
	شعير	15.5	15.0	15.2	45.7	15.2
	الجلبان	21.0	22.7	22.3	66.0	22.0
	الشعير — الجلبان	18.9	18.3	19.6	56.8	18.9
Main Plot Totals ($Y_{1j.}$)	مجاميع القطع الرئيسية	69.2	69.5	70.3	$209.0=y_{1..}$	17.4
120	أرض بدون زرع	19.3	18.0	20.5	57.8	19.3
	شعير	22.2	24.2	25.4	71.8	23.9
	الجلبان	25.3	24.8	28.4	78.5	26.2
	الشعير — الجلبان	25.9	26.7	27.6	80.2	26.7
Main Plot Totals (Y_{2j})	مجاميع القطع الرئيسية	92.7	93.7	101.9	$288.3=y_{2..}$	24.0
Block Totals	مجاميع القطاعات (Y.J.)	161.9	163.2	172.2	$497.3=y_{...}$	20.7

رموز عوامل ومستويات المعاملات		Green Manures السماد الأخضر			
		F	B	V	BV
المجاميع $N = 2$ نتروجين = N	$(Y_{..K})$	98.3	117.5	144.5	137.0
المتوسطات قطاعات =B , b=3، سماد أخضر = G, g=4	$(\overline{Y}_{..K})$	16.4	19.6	24.1	22.8

جدول 3.8: تحليل التباين، تجربة النتروجين × السماد الأخضر للبنجر السكري

مصادر الاختلاف				قيمة F الملاحظة	قيمة F المطلوبة	
Source of Variation	df	SS	MS	F	5%	1%
القطع الثانوية	23	516.12				
القطع الرئيسية	5	274.92				
القطاعات (B)	2	7.87	3.935			
النتروجين (N)	1	262.02	262.02	104.18	18.51	98.49
خطأ القطع الرئيسية BN	2	5.03	2.515			
السماد الأخضر (G)	3	215.26	71.753	118.99	3.49	5.95
النتروجين × السماد الأخضر $N \times G$	3	18.70	6.233	10.34		
خطأ القطع الثانوية {(BG+B (N × G)}	12	7.24	0.603			

في البداية قد افترض بأن البنجر السكري سوف يستجيب بصورة مختلفة إلى السماد الأخضر، ويعتمد ذلك على مستويات السماد النتروجيني، وبذلك فإن الهدف كان لمقارنة تأثير السماد الأخضر بدقة كلما أمكن ذلك عند كل مستوى من السماد. من ثم فإن القطع الرئيسية كانت عبارة عن مستويين من التسميد النتروجيني أضيفتا إلى البنجر السكري وقت الخف وكررت ثلاثة مرات في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة. القطع الثانوية كانت عبارة عن السماد الأخضر. المزروع خلال الخريف والشتاء والذي يسبق زراعة البنجر السكري، أن معاملات السماد الأخضر كانت الشعير (B) , الجلبان (V) , الجلبان والشعير الناميان سوية , (BV) والأرض المتروكة بدون زراعة (F). أنه لا يسمح بالزراعة في القطع المخصصة للأرض المتروكة بدون زراعة قبل زراعة البنجر السكري. أن القطع قد نفذت كما في الشكل 1.8. حاصل البنجر السكري الذي يتبع السماد الأخضر قد أعطي لكل قطعة ثانوية ونظمت لغرض التحليل في جدول 2.8. أن الخطوط الأولى هو لتحديد مصادر الاختلاف ودرجات الحرية المقابلة لها — أول عمودين في جدول 3.8.

مصادر الاختلاف ودرجات الحرية Sources of Variation & Degrees of Freedom

أن درجات الحرية الكلية للتجربة هي عبارة عن أقل بواحد من عدد القطع الثانوية $ngb - 1 = (2)\ (4)\ (3) - 1 = 23$. ذكرت القطع الرئيسية كمصادر اختلاف حيث أن تجزئتها تؤدي إلى درجات الحرية الخاصة بخطأ القطع الرئيسية، $df\ (MP) = nb - 1 = (3)2 - 1 = 5$. تجزئ درجات الحرية الخاصة بالقطع الرئيسية حسب التصميم المتبع لهذه القطع، في هذه

الحالة هو تصميم القطاعات العشوائية الكاملة: القطاعات = b - 1 = 3 - 1، النتروجين = n - 1 = 2 - 1، خطأ القطع الرئيسية، غالباً يطلق عليه الخطأ أ = (1-b) (1-n) = (1-3) (2-1). درجات الحرية الخاصة بالسماد الأخضر تكون 1(1- g) = 4 - ولتداخل عوامل المعاملات G × N = (1-2) (1- g) = (1-2) (1-4).

درجات الحرية الخاصة بخطأ القطع الثانوية غالباً ما يطلق عليه الخطأ ب، ويمكن الحصول عليه بالطرح، يجب الانتباه بعدم ترك أحد مصادر الاختلاف (عند الطرح) ذلك يكون: 2312 - 5- 3 – 3 = . أو بإضافة درجات الحرية لتداخل القطاعات مع السماد الأخضر ومع النتروجين × السماد الأخضر:

$$(b\text{-}1)\ (g\text{-}1) + (b\text{-}1)\ (n\text{-}1)\ (g\text{-}1) = (3\text{-}1)\ (4\text{-}1)+(3\text{-}1)\ (2\text{-}1)\ (4\text{-}1) = 12$$

معامل التصحيح:

$$C = \frac{Y^2...}{ngb} = \frac{497.3^2}{2(4)(3)} = 10304.47$$

مجموع المربعات ومتوسط المربعات:

القطاعات:

مجموع مربعات القطاعات:

$$SSB = \frac{\sum Y.^2 j.}{ng} - C = \frac{161.9^2 + 163.2^2 + 172.2^2}{2(4)} - C = 7.87$$

لاحظ بأن المقام (8) يكون عبارة عن عدد قيم المتغير التي تشكل كل حد في البسط.

النتروجين:

مجموع مربعات النتروجين:

$$SSN = \frac{\sum Y^2 i..}{gb} - C = \frac{209.0^2 + 288.3^2}{3(4)} - C = 262.02$$

متوسط ومربعات النتروجين:

$$MSN = \frac{SSN}{df(N)} = \frac{262.02}{1} = 262.02$$

القطع الرئيسية:

مجموع مربعات القطع الرئيسية:

$$SS(MP) = \frac{\sum Y^2 ij.}{g} - C = \frac{69.2^2 + ... + 101.9^2}{4} - C = 274.92$$

خطأ القطع الرئيسية :

SS(MPE) = SS (MP) – SSB – SSN =

274.92 - 7.87 - 262.02 = 5.03

متوسط مربعات خطأ القطع الرئيسية:

$$MS(MPE) = \frac{SS(MPE)}{df(MPE)} = \frac{5.03}{2} = 2.515$$

معاملات السماد الأخضر:

مجموع مربعات السماد الأخضر:

1

$$SSG = \frac{\sum Y^2..K}{nb} - C = \frac{98.3^2 + ...+137.0^2}{2(3)} - C = 215.26$$

متوسط مربعات السماد الأخضر: $MSG = \frac{SSG}{df(G)} = \frac{215.26}{3} = 71.753$

التداخل النتروجين × السماد الأخضر N × GM:

مجموع المربعات $SS(N\times G) = \frac{\sum Y^2_{i-k}}{b} - C - SSN - SSG$

$$= \frac{40.5^2 + ... +80.2^2}{3} - C - 262.02 - 215.26$$

$$= 18.70$$

متوسط المربعات $MS(N\times G) = \frac{SS(N\times G)}{df(N\times G)} = \frac{18.70}{3} = 6.233$

القطع الثانوية : Sub Plots

مجمـــــــــــوع $SS(SP) = \sum Y^2_{ijk} - C = 13.8^2 + 15.5^2 + ...+ 27.6^2 - C = 516.12$

مربعات القطع الثانوية

$$SS(SP) = \sum Y^2{}_{ijk} - C = 13.8^2 + 15.5^2....+ 27.6^2 - C = 516.12$$

خطأ القطع الثانوية: Sub Plot Error

مجموع مربعات خطأ القطع الثانوية

$$SS(SPE) = SS(SP) - SS(MP) - SSG - SS(N \times G) =$$
$$516.12 - 274.92 - 215.26 - 18.70 = 7.24$$

متوسط مربعات خطأ القطع الثانوية $MS(SPE) = \frac{SS(SPE)}{df(SPE)} = \frac{7.24}{12} = 0.603$

مفتاح الانحراف المعياري:

مع الحاسبة المبرمجة لحساب: $S = \sqrt{\sum(Y_i - \overline{Y})^2 /(r-1)}$ فإن مجموع المربعات يحصل عليه حسب الطريقة الآتية. ادخل كل مجموع بواسطة المفتاح المناسب. عندما تدخل الجميع، اضغط على مفتاح الانحراف المعياري، ربع القيمة المستخرجة لتحصل على S^2 , قسم على عدد قسم المتغير المكونة لكل مجموع قد أدخل ومن ثم اضرب بدرجات الحرية. كمثال، ادخل: 69.2، 69.5 ....، 101.9. اضغط على مفتاح الانحراف المعياري فيكون الناتج 14.830، ربع القيمة = 219.9377، أقسم على 54.9844 = MS(MP)، اضرب في SS(MP) = 274.92 = 5

قيم F:

يتم اختبار تأثيرات النتروجين باستعمال متوسط مربعات خطأ القطع الرئيسية MS (MPE). أن السماد الأخضر وتداخل النتروجين × السماد الأخضر يختبرا باستخدام متوسط مربعات خطأ القطع الثانوية (SPE) MS. أن قيمة F للنتروجين تكون 262.02 مقسومة على 2.515 = 104.18، وأن قيمة F للـ G × N تكون 6.233 مقسومة على 10.34 = 0.603.

أن قيمة F العالية المعنوية للـ N × G تشير إلى اختلاف الاستجابة العالية لمحصول البنجر السكري للسماد الأخضر عند مستويات التسميد المختلفة. إن النقطة الحاسمة هي بفصل وفهم التداخل — المشكلة في فصل المتوسطات والتفسير الخاص بالمحاصيل.

اختبار المتوسطات: Meran Separation

اختبارات F ذات العلاقة:

بتجزأة مجموع المربعات للتداخل (N × G), فإننا نحصل على مفهوم لطبيعة التداخل، يوجد عدة طرق يمكن استخدامها، ولكن التجزأة للإجابة على الأسئلة الثلاثة التالية تعتبر منطقية، هل أن البنجر السكري يستجيب بصورة مختلفة لكلا مستويي النتروجين إلى: (1) الجلبان مقابل عدم الجلبان، (2) الأرض المتروكة بدون زراعة مقابل الشعير، (3) الجلبان مقابل الجلبان مع الشعير؟ يبين الجدول 4.8 مجاميع المعاملات ومعاملات المقارنات المستقلة المستعملة في حساب مكونات التداخل بالإضافة إلى المقارنات الأخرى ذات درجاتٍ الحرية المفردة، لتجزأة درجات الحرية الثلاثة (3df) للتداخل G × N فإنه يجب أولاً أن نبين معاملات تجزأة التأثيرات الرئيسية إلى المكونات بدرجة حرية واحدة لكل منها.

المعاملات للنتروجين (N) بسيطة، وذلك بسبب أنها عبارة عن مجموعتين فقط معاملات السماد الأخضر الأربعة تجزئ للإجابة على الأسئلة المفروضة للتداخل، ولكن هذا يعمل لتأثيرات السماد الأخضر عند كلا مستويي النتروجين: VB + V مقابل F+B , F مقابل B و V مقابل BV. إن حساب مجموع المربعات لهذه المقارنات الثلاثة عند جمعها تنتج مجموع المربعات للسماد الأخضر المذكور في جدول 3.8.

إن هذه المقارنات سوف لا تعني الكثير، على أية حال، كما عرفنا سابقاً بأن السماد الأخضر له تأثيرات مختلفة، يعتمد ذلك على مستوى النتروجين، وأن هدفنا هو لكي تتفحص التداخل بشيء من التفصيل لحساب اختبارات F للمقارنات 5، 6، 7 في جدول 4.8. إن معاملات هذه المقارنات يحصل عليها بضرب معاملات المقارنات 1 و2، 1 و3، 1 و4.

جدول 4.8، معاملات المقارنات المستقلة للمقارنات المشار إليها

	المعاملات، مجاميع ومتوسطات المعاملات Treatments, Treatment totals and Means							
	N o				N 120			
	F	B	V	BV	F	B	V	BV
المقارنة $Y_{i.k}$	40.5	45.7	66.0	56.8	57.8	71.8	78.5	80.2
Comparion $\overline{Y}_{i.k}$	13.5	15.2	22.0	18.9	19.3	23.9	25.2	26.7
- N1	-1	-1	-1	-1	1		1	1
- V2 مقابل بدون V	-1	-1	1	1	-1		1	1
- B3 مقابل F	-1	1	0	0	-1	1	0	0
- BV4 مقابل V	0	0	-1	1	0	0	1	1
- (V5 مقابل بدون V) x N	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
- (B6 مقابل F) x N	1	-1	0	0	-1	1	0	0
- (BV7 مقابل V) x N	0	0	1	-1	0	-1	-1	-1

مجموع المربعات لمكونات التداخلات الثلاثة كما مبينة أدناه ومثبتة في الجدول 5.8.

SS{(V مقابل بدون V) x N}=

$$\frac{(40.5+45.7-66.0-56.8-57.8-71.8+78.5+80.2)^2}{3(8)}$$

$$=\frac{7.5^2}{24}=2.344$$

ثانياً: لاحظ استعمال المعادلة لحساب مجموع المربعات بدرجة حرية واحدة مقررة:

$$SS=(\sum C_i \quad Y_{i.k}^2)/(r\sum C_i^2)$$

في هذه الحالات فإن جميع المعاملات (C_i) تكون ±1 ، وأنه ليس من الضروري بكتابتهما في البسط.

SS{(B مقابل F) x N}=

$$\frac{(40.5 - 45.7 - 57.8 + 71.8)^2}{3\,(4)} = 6.453$$

SS{(BV مقابل V) x N}=

$$\frac{(66.0 - 56.8 - 78.5 + 80.2)^2}{3\,(4)} = 9.901$$

إن اختبارات F للثلاثة درجات الحرية المفردة المبينة في جدول 5.8 تعطي إجابات للأسئلة المفروضة أعلاه.

جدول 5.8، مكونات تباين التداخل

مصادر الاختلاف			قيمة F المحسوبة		F المطلوبة	
Source of Variation	df	SS	MS	F	5%	1%
النتروجين × السماد الأخضر N ×G	3	18.70	6.233	10.34	3.49	5.95
(Vمقابل بدون V) x N	1	2.344	2.344	3.83	4.75	9.33
(B مقابل F) x N	1	6.453	6.453	10.70		
(BV مقابل V) x N	1	9.901	9.901	16.42		
خطأ القطع الثانوية SPE	12	7.24	0.603			

النتروجين × (الجلبان مقابل عدم الجلبان)

N × (V Versus no V)

لم تكن الفروقات في الاستجابة إلى الجلبان عند عدم وجود النتروجين مقارنة بمستوى النتروجين N120 مختلفة معنوياً. بالرجوع إلى المتوسطات في جدول 4.8، فإن التغير في متوسط حاصل القطعة للقطع التي بها محصول الجلبان مقابل عدم وجود الجلبان وعند عدم وجود النتروجين لم يختلف معنويا عن التغير في متوسط حاصل القطعة للقطع التي بها محصول الجلبان مقابل عدم وجود الجلبان وعند مستوى النتروجين N 120, ذلك يكون:

$$(22.0 + 18.9 - 13.5 - 15.2)\ /\ 2 = 6.10$$

مقارنة بـ:

$$(26.2 + 26.7 - 19.3 - 23.9)\ /\ 2 = 4.85$$

وتعطي فرقاً مقداره (6.10 - 4.85 = 1.25) والذي لم يختلف معنوياً عن الصفر. أن المقسوم عليهٍ 2 هو للمحافظة على أن تكون المقارنة على أساس القطعة. يمكن استعمال اختبار t أيضا لعمل هذه المقارنة ولكن سوف يقود إلى نفس الاستنتاج الإحصائي. سوف نبينه هنا لتوضيح التماثل في الاختبارين ولتوضيح السهولة الكبيرة لاختبار F, سوف نختبر الفرق للفروقات 6.10 — 4.85 = 1.26.

إن اختبار t المناسب: $t = (\bar{d}_1 - \bar{d}_2) / S_{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}$

حيث أن $\bar{d}_1 = 6.10, \bar{d}_2 = 4.85$، وأن $S_{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}$ هو الخطأ القياسي للفرق للفروقات ويحسب كما يأتي:

$$S_{\bar{d}_1 - \bar{d}_2} = \sqrt{S^2_{\bar{d}_1} + S^2_{\bar{d}_2}} = \sqrt{\frac{2S_1^2}{r_1} + \frac{2S^2_2}{r_2}}$$

حيث أن S_1^2 و S^2_2 قيمتان تقديريتان لنفس التباين العام وأن $r_1 = r_2$ لذلك،

$$S_{\bar{d}_1 - \bar{d}_2} = \sqrt{4S^2 / r} = \sqrt{4S^2 / 6} = \sqrt{4(0.603)16} = 0.634$$

إن المقام هو عدد قيم المتغير في فروقات المتوسطات المقارنة — في هذه الحالة كل فرق متوسط هو عبارة عن متوسط متوسطين كل منهما على أساس ثلاث تكرارات.

عند التعويض في معادلة t أعلاه تعطي:

$$t = (6.1 - 4.85) / 0.634 = 1.25 / 0.634 = 1.97$$

وهي قيمة غير معنوية لـ t بسبب أن قيمة $t_{.05}$ المطلوبة (الجدولية) لـ 12 درجة حرية تكون 2.97.

لاحظ أن $t^2 3 = F = (1.97)^2 = 88.$ وهي قيمة F في جدول 5.8.

النتروجين × (الأرض بدون زرع مقابل الشعير) N × (F versus B)

إن الفرق بين الأرض بدون زرع والشعير عند عدم التسميد بالنتروجين هي أقل معنوياً مما هو عند التسميد بالنتروجين بالمستوى 120 N. ذلك يعني أن 15.2 — 13.5 = 1.7، وهذا أقل معنوياً من 23.9 — 19.3 = 4.6. بالمقارنة بالأرض بدون زرع، فإن الاستجابة للشعير كانت 4.6 — 1.7 = 2.9 طن / ايكر أكثر من بدون السماد النتروجيني.

أن حدود الثقة لهذا الفرق للفروقات يمكن حسابه من: $CL_{95} = \bar{d}_1 - \bar{d}_2 \pm t \ S_{\bar{d}_1 - \bar{d}_2}$

حيث أن t هي قيمة t الجدولية لـ 12 درجة حرية ومستوى 5٪:

وأن: $S_{\bar{d}_1-\bar{d}_2} = \sqrt{4\ S^2 / r} = \sqrt{4(0.603/3} = 0.897$

$CL_{95} = 2.9 \pm 2.179\ (0.897)$

= 209 ± 2.0 = 0.9 إلى 4.9 طن / ايكر

ذلك يعني، أنه بثقة مقدارها 95٪ يمكن القول، تحت هذه الظروف، أن التأثير المفيد للشعير كسماد أخضر كانت بين 0.9 إلى 4.9 طن / ايكر كزيادة عندما سمد البنجر السكري بالنتروجين من عدمه.

النتروجين × (الجلبان مقابل الجلبان مع الشعير) N × (V versus BV)

يوجد ضياع معنوي في حاصل البنجر السكري 23.0 — 18.9 = 3.1 طن / ايكر من الجلبان مع الشعير سوية مقارنة بالجلبان كسماد أخضر التي لم تظهر عندما أعطي البنجر السكري السماد النتروجيني 26.2 — 26.7 = 0.5- . حدود الثقة للفرق للفروقات تكون:

CL_{95} = 3.1 – (-0.5) ± 2.179 (0.897) = 3.6 ± 2.0 = 1.6 إلى 5.6 طن / ايكر

جدول 6.8 تأثير السماد الأخضر والتسميد النتروجيني على حاصل جذور البنجر السكري

شعير — جلبان	جلبان	شعير	أرض بدون زرع	باوند نتروجين بكل ايكر
	الجذور ، طن / ايكر			
18.9	22.0	15.2	13.5	0
26.7	26.2	23.9	19.3	120

(معاملات السماد الأخضر Green Manure Treatments)

قيمة LSD بين السماد الأخضر عند نفس مستوى N = 1.4، ما بين السماد الأخضر عند مستويات النتروجين المختلفة = 2.9.

هذه التجربة يمكن تلخيصها كما في جدول 6.8 و 7.8. جدول 6.8 يظهر التأثيرات المناسبة للتجربة وأن جدول 7.8 يعطي المعلومات الإحصائية المناسبة لمناقشة التداخل المعنوي. الطريقة الاعتيادية تكون باستعمال نجمة (❖) واحدة، نجمتان أو ثلاث نجمات للإشارة إلى المعنوية الإحصائية عند المستوى 5، 1 و 0.1 بالمائة على التوالي، المتوسطات لمعدل التأثيرات

للنتروجين أو للسماد الأخضر لم تذكر، وذلك لأن التداخل الشديد لم يجعل لوجودهما معناً كبيرا نسبيا. أن أقل فرق معنوي (LSD) لجدول 6.8 في الحقيقة غير ضروري ولكن قد يعطي دلائل تقريبية لشرح النتائج.

جدول 7.8: متوسطات المربعات للتداخل ولمكونات التداخل لتأثير معاملات النتروجين والسماد الأخضر على حاصل جذور البنجر السكري

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية df	متوسط المربعات Mean Sequare
النتروجين × السماد الأخضر N×G	3	6.233**
النتروجين × (الجلبان مقابل عدم الجلبان) N × (V vs. no V)	1	2.344
النتروجين × (أرض بدون زرع مقابل الشعير) N × (F vs. B)	1	6.453**
النتروجين × (الجلبان مقابل الشعير مع الجلبان) N × (V vs. BV)	1	9.901**
خطأ القطع الثانوية Subplot error	12	0.603
خطأ القطع الرئيسية Mainplot error	2	2.515

الخطأ القياسي وأقل فرق معنوي Standard Errors and LSDs

أحياناً، ربما يكون اختبار أقل فرق معنوي أو الاختبار متعدد المدى فضلاً، لهذه الاختبارات فإن الأخطاء القياسية قد حسبت على أساس الاختلافات ما بين الوحدات التجريبية التي خصصت إليها المعاملات. إن حسابات الأخطاء القياسية في حالة تصميم القطع المنشقة لأنواع معينة من مقارنات المعاملات تصبح أكثر تعقيداً، كما هو موضع في جدول 8.8، وذلك بسبب أنه لدينا مصدرين للخطأ التجريبي، ذلك المتضمن القطع الرئيسية وذلك المتضمن القطع الثانوية.

لاحظ بأن الخطأ القياسي لمقارنة متوسطات معاملات القطع الثانوية ضمن القطعة الرئيسية يتضمن فقط خطأ القطع الثانوية، ولكن عندما تعمل المقارنة ما بين متوسطات معاملات القطع القانوية لقطع رئيسية مختلفة، فإن الخطأ القياسي يتضمن كلا خطأي القطع الرئيسية والثانوية. بتخطي مواضيع جبرية مملة، فإنه يثبت في النهاية، بأن الخطأ القياسي الأخير هو الوسط المرجع Weighted average للخطأ أ والخطأ ب (Ea and Eb), أن العامل المرجح للخطأ أ يكون 1، وذلك بالنسبة للخطأ ب يكون $b - 1$ حيث أن $b = 1 - b + 1$ فإن المقام يكون br , حيث أن b هو عدد معاملات القطع الثانوية و r هو عدد التكرارات.

لتوضيح العمليات الحسابية، LSD لكل المقارنات الممكنة لمتوسطات السماد الأخضر x النتروجين في تجربة البنجر السكري في جدول 2.8 قد أعطيت أدناه:

الخطأ القياسي للمتوسط Standared error of Mean (s)	المتوسطات التي تقارن Means Compared
$\sqrt{\frac{Ea}{rb}}$	معاملات القطع الرئيسية: $A_1 - A_2$
$\sqrt{\frac{Eb}{ra}}$	معاملات القطع الثانوية: $B_1 - B_2$
$\sqrt{\frac{Eb}{r}}$	معاملات القطع الثانوية لنفس معاملة القطعة الرئيسية: $B_1A_1 - B_2A_1$
	أو
$\sqrt{\frac{(b-1)Eb+Ea}{rb}}$	معاملات القطع الثانوية لمعاملات القطع الرئيسية المختلفة: $B_1A_1\text{-}B_1A_2\text{=}B_1A_1\text{-}B_2A_2$

❖ لاحظ استعمال $S_{\bar{Y}}$ عند تقدير LSD أو D:

$$LSD = t\sqrt{2} \quad S_{\bar{Y}} \quad , \quad D = R\,(LSD)$$

$$Ea = MS(MPE)\,, \quad Eb = MS\,(MPE)$$

a = عدد معاملات القطع الرئيسية. b= عدد معاملات القطع الثانوية، r = عدد المكررات.

A= المعاملات المخصصة للقطع الرئيسية.

B= المعاملات المخصصة للقطع الثانوية.

أقل فرق معنوي (LSD) للفروقات ما بين معاملات القطع الرئيسية (ما بين متوسطات النتروجين):

$$LSD_{.05} = t_a\sqrt{\frac{2(Ea)}{rb}}$$

حيث أن ta = قيمة t الجدولية لدرجات حرية الخطأ أ (Ea).

$$LSD_{.05} = 4.303\sqrt{\frac{2(2.515)}{3\,(4)}}$$

$$=4.303\ (0.647)\ =\ 2.8$$ طن / ايكر

أقل فرق معنوي للفروقات ما بين معاملات القطع الثانوية (ما بين متوسطات السماد الأخضر):

$$LSD_{.05} = t_b\sqrt{\frac{2(Eb)}{ra}}$$

حيث أن t_b = قيمة t الجدولية لدرجات حرية الخطأ ب (Eb).

$$LSD_{.05} = 2.179\sqrt{\frac{2(0.603)}{3\,(2)}} = 2.179\,(0.448)$$

$$= 1.0$$ طن / ايكر

أقل فرق معنوي للفروقات ما بين معاملات القطع الثانوية لنفس معاملة القطعة الرئيسية (ما بين متوسطات السماد الأخضر لنفس مستوى النتروجين):

$$LSD_{.05} = t_b\sqrt{\frac{2E_b}{r}} = 2.179\sqrt{\frac{2(0.603)}{3}}$$

$$= 2.179\ (0.634) = 1.4$$ طن / ايكر

أقل فرق معنوي للفروقات ما بين معاملات القطع الثانوية لمعاملات القطع الرئيسية المختلفة (لمقارنة متوسطات السماد الأخضر المختلفة لمستويات النتروجين المختلفة أو لمقارنة متوسطات نفس معاملة السماد الأخضر لمستويات النتروجين المختلفة):

$$LSD_{.05} = t_{ab}\sqrt{\frac{2(b-1)Eb+Ea}{rb}}$$

حيث أن tab هي قيمة t المرجحة والتي تكون في مكان ما بين القيم الجدولية لـ t_a , t_b والتي يمكن حسابها كما يلي:

$$t_{ab} = \frac{(b-1)\,(Eb)\,(t_b) + Ea\,(t_a)}{(b-1)\ Eb + Ea} =$$

$$\frac{(4-1)(0.6)(2.179) + 2.515\,(4.303)}{(4-1)\,(0.603) + 2.515} =$$

$$\frac{14.764}{4.324} = 3.414$$

$$LSD_{.05} = 3.414\sqrt{\frac{2\{(4-1)\,(0.603) + 2.515\}}{3\,(4)}}$$

$$= 3.414\ (0.849) = 2.9$$ طن / ايكر

إذا تم توزيع المعاملات الثمانية عشوائياً ضمن كل قطاع، فإن التصميم سوف يكون القطعات العشوائية الكاملة. متوسط مربعات الخطأ سوف يكون بعد ذلك.

$$EMS = \frac{SS(MP) + SS(SP)}{df(MP) + df(SP)}$$

أي مجموع مربعات القطع الرئيسية + مجموع مربعات القطع الثانوية مقسوماً على درجات حرية القطع الرئيسية + درجات حرية القطع الثانوية.

$$= \frac{5.03 + 7.24}{2 + 12} = 0.876$$

وأن قيمة LSD لكل مقارنات المعاملات تكون:

$$LSD = t\sqrt{\frac{2(0.876)}{3}} = 2.145\ (0.764)$$

$$= 1.6$$ طن / ايكر

(لاحظ بأن t هي القيمة الجدولية بـ 14 درجة حرية عند مستوى احتمال 5٪) ..

بمقارنة قيم أقل فرق معنوي فإنه يدل على الكفاءة النسبية للتصميمين في فصل تأثيرات المعاملات. لاحظ قوة التحسن (LSD أصغر) في تصميم القطع المنشقة في فصل متوسطات معاملات القطع الثانوية ومقارنة معاملات القطع الثانوية ضمن معاملة القطعة الرئيسية. وفقدان الدقة (LSD أكبر) عند مقارنة معاملات القطع الرئيسية ومعاملات القطع الثانوية عبر معاملات القطع الرئيسية.

الخلاصة Summary

يعتبر تصميم القطع المنشقة مفيداً في الغالب لسلسلة من المعاملات العاملية. أن التصميم يتضمن تخصيص عشوائي لأحد العوامل أو لمجموعة من العوامل إلى القطع الرئيسية والتي بعد ذلك تنشق لتخصيص عشوائي لعامل آخر أو مجموعة من العوامل. مقارنة بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة، فإن الدقة تفقد عند عمل مقارنة ما بين معاملات القطع الرئيسية ومعاملات القطع الثانوية لمعاملات القطع الرئيسية المختلفة. ولكن الدقة غالبا ما تتحسن عند المقارنة ما بين معاملات القطع الثانوية ولمعاملات القطع الثانوية ضمن معاملات القطع الرئيسية.

الفصل التاسع

9

تصميم القطع المنشقة - المنشقة

The Split - Split Plot

- تنظيم البيانات.
- تحليل التباين.
- مصادر الاختلاف ودرجات الحرية.
- مفتاح الانحراف المعياري.
- قيم F.
- اختبار المتوسطات.
- تجزئة التداخل.
- الخطأ القياسي وأقل فرق معنوي.
- الخلاصة.

الفصل التاسع

تصميم القطع المنشقة – المنشقة

The Split – Split Plot

إن إضافة عامل ثالث بتجزأة القطع الثانوية في تصميم القطع المنشقة Split – Plot Design ينتج عن ذلك القطع المنشقة — المنشقة Split – Split Plot. أن هذه التقنية غالباً ما تكون ذات فائدة كبيرة في التجربة التي تحتوي على ثلاثة عوامل لتسهيل العمليات الحقلية أو عندما يرغب المحافظة على توافقات المعاملات سوية. على أية حال، إن القيود الإضافية في التوزيع العشوائي تجعل من الضروري حساب خطأ ثالث Third error term الذي يستعمل لاختبار التأثيرات الرئيسية للعامل المخصص للقطع المنشقة للمرة الثانية ولكل التداخلات التي تتضمن هذا العامل، إن الترتيب قد يكون له فوائد معينة في العمليات الطبيعية مع الوحدات التجريبية. ولكن الضرورة للخطأ الثالث تجعل فصل المتوسطات معقد بدرجة أكبر. إنه من الضروري استشارة مختص في الإحصاء الحيوي قبل استخدام هذا التصميم.

إن طريقة التعشية Randomization هي نفسها كما في تصميم القطع المنشقة. بالإضافة لذلك فإن القطع الثانوية تنشق (تجزئ) إلى قطع تحت ثانوية Sub – Sub Plots , مساوية في العدد إلى مستويات العامل الثالث، والتي يخصص إليها عشوائياً العامل الثالث — بتوزيع عشوائي جديد لكل مجموعة من القطع الثانوية. الشكل 1.9 يوضح مخطط جزئي للقطع تحت الثانوية لتقييم تأثيرات مواعيد الزراعة، مكافحة المن، وموعد الحصاد على مقاومة فايروس البنجر السكري المتولد عن حشرة المن، أن الطريقة التدريجية لاستعمال البيانات من مثل هذه التجربة ستوضح مع تأثير هذه المعاملات على حاصل البنجر السكري.

تنظيم البيانات Organization of Data

أن البيانات تنظم أو ترتب بواسطة المعاملات والقطاعات في جدول 1.9. جدول 2.9 رتب ليبين مجاميع التداخلات ذات الاتجاهين والتأثيرات الرئيسية.

تحليل التباين Analysis of Variance

أن تحليل التباين النهائي قد بين في جدول 3.9 أن الطريقة الإحصائية التدريجية التي تتبع لإكمال الجدول تكون كما يأتي.

I ← قطاع →			قطعة رئيسية P_1			II P_3			P_2		
قطعة ثانوية P_2 S_2	III P_1 S_1	P_3 S_2	P_3 S_1 H_2 24.3	P_3 S_1 H_3 23.8	P_3 S_1 H_1 20.9	قطعة تحت ثانوية	IV				
قطعة ثانوية P_2 S_1	P_1 S_2	P_3 S_1	P_3 S_2 H_1 23.1	P_3 S_2 H_2 31.2	P_3 S_2 H_3 40.2	قطعة تحت ثانوية					

شكل 9-1. صور القطع المنشقة – المنشقة لتجربة مقاومة الفايروس في البنجر السكري. القطع الرئيسية **Main Plots** هي موعد الزراعة (P_3, P_2, P_1) رتبت ضمن القطاعات العشوائية الكاملة (IV, II , II , I)، القطع الثانوية هي غير المرشوشة (S_1) والمرشوشة (S_2) لمكافحة المن. القطع تحت الثانوية هي مواعيد الحصاد ضمن مدى بأربعة أسابيع (H_3 , H_2 , H_1)، حاصل البنجر السكري قد بين للقطع تحت الثانوية للقطعة الرئيسية (P_3) في القطاع (IV). أن البيانات الكاملة لهذه التجربة قد رتبت في جدول 1.9.

جدول 1.9. حاصل البنجر السكري (طن / ايكر)، القطع المنشقة – المنشقة. رتبت حسب المعاملات والقطاعات

Treatments المعاملات			Blocks (j) القطاعات				المجاميع	المتوسطات
P(i)	S(k)	H(L)	I	II	III	IV	Totals	Means
1	1	1	25.7	25.4	23.8	22.0	96.9	24.2
		2	31.8	29.5	28.7	26.4	116.4	29.1
		3	34.6	37.2	29.1	23.7	124.6	31.2
مجاميع القطع الثانوية		Y1j1	92.1	92.1	81.6	72.1	337.9=Y1.1	28.2
	2	1	27.7	30.3	30.2	33.2	121.4	30.4
		2	38.0	40.6	34.6	31.0	144.2	36.0
		3	42.1	43.6	44.6	42.7	173.0	43.2
مجاميع القطع الثانوية		Y1j2	107.8	114.5	109.4	106.9	438.6=Y1.2	36.6
مجاميع القطعة الرئيسية		Y1j	199.0	206.6	191.0	179.0	776 .5=Y1..	
2	1	1	28.9	24.7	27.8	23.4	104.8	26.2
		2	37.5	31.5	31.0	27.8	127.8	32.0
		3	38.4	32.5	31.2	29.8	131.9	33.0
مجاميع القطعة الثانوية		Y2j1	104.8	88.7	90.0	81.0	364.5=Y2.1	30.4
	2	1	38.0	31.0	29.5	30.7	129.2	32.3
		2	36.9	31.9	31.5	35.9	136.2	34.0
		3	44.2	41.6	38.9	37.6	162.3	46.6
مجاميع القطعة الثانوية		Y2j2	119.1	104.5	99.9	104.2	427.7=Y2.2	35.6
		Y2j.	223.9	193.2	189.9	185.2	792 .2=Y2..	
3	1	1	23.4	24.2	21.2	20.9	89.7	22.4
		2	25.3	27.7	23.7	24.3	101.0	25.2
		3	29.8	29.9	24.3	23.8	107.8	27.0
مجاميع القطعة الثانوية		Y3j1	78.5	81.8	69.2	69.0	298.5=Y3.1	24.9
	2	1	20.8	23.0	25.2	23.1	92.1	23.0
		2	29.0	32.0	26.5	31.2	118.7	29.7
		3	36.6	37.8	34.8	40.2	149.4	37.4
مجاميع القطعة الثانوية		Y3j2	86.4	92.8	86.5	94.5	360.2=Y3.2	30.0
مجاميع القطعة الرئيسية		Y3j.	164.9	174.6	155.7	163.5	658 .7=Y3..	
مجاميع القطاعات		Y.j.	588.7	574.4	536.6	527.7	2227.4=Y...	

$C = (2227.4)^2 / 72 = 68907.0939$, $\sum Y_{ijkL} = 71747.70$

إن رموز عوامل المعاملات ومستوياتها هي: P= موعد الزراعة، 3 مواعيد، S= الرش لمكافحة المن، رشتين، H= موعد الحصار، 3 مواعيد، B = القطاعات، أربعة قطاعات.

جدول 2.9، مجاميع التداخلات باتجاهين والتأثيرات الرئيسية

Totals for Two – way Interaction						المجاميع للتداخلات باتجاهين		
	P X S (Yi.K.)		P X H (Yi ..I)			S X H (Y..KL)		
	S1	S2	H1	H2	H3		S1	S2
P1	337.9[a]	438.6	218.3[b]	260.6	297.6	H1	291.4	342.7
P2	364.5	427.7	234.0	264.0	294.2	H2	345.2	399.1
P3	298.5	360.2	181.8	219.7	257.2	H3	364.3	484.7

Totals for Main Effects						مجاميع التأثيرات الرئيسية		
موعد الزراعة			معاملة الرش			موعد الحصاد		
Plant Date (Yi…)			Spray Treatment (Y…K.)			Harvest Date (Y…L)		
P1	P2	P3	S1	S2		H1	H2	H3
776.5	792.2	658.7	1000.9	1226.5		634.1	744.3	849.0

a من جدول 1.9: مجموع P_1 S_1 لكل مواعيد الحصاد والقطاعات.

b مجموع H_1 P_1 لكل معاملات الرش والقطاعات = 218.3=121.4+96.9

c مجموع H_1 S_1 لكل مواعيد الزراعة والقطاعات= 291.4=89.7+104.8+96.9

جدول 3.9 تحليل التباين، القطع المنشقة - المنشقة

مصادر الاختلاف Source of Variation	df	SS	MS[a]	F الملاحظة F	F المطلوبة	
القطع تحت الثانوية	71	2840.6061				
القطع الثانوية	23	1542.8128				
القطع الرئيسية	11	698.9028				
القطاعات (B)	3	143.4561	47.8187			
مواعيد الزراعة (P)	2	443.6886	221.8993	11.91	5.14	10.92
خطأ القطع الرئيسية (BP)	6	111.7581	18.6264			
معاملة الرش (S)	1	706.8800	706.8800	81.21	5.21	10.56
موعد الزراعة × معامعلة الرش (P×S)	2	40.6875	20.3438	2.34	4.26	8.02
خطأ القطع الثانوية (BS+B(P×S)	9	78.3425	8.7047			
مواعيد الحصاد (H)	2	962.3353	481.1676	102.80	3.26	5.25
مواعيد الزراعة × مواعيد الحصاد (P×H)	4	13.1097	3.2774	0.70	2.63	3.89
معاملة الرش × مواعيد الحصاد (S×H)	2	127.8308	63.9154	13.66	3.26	5.25
موعد الزراعة × معاملة الرش × موعد الحصاد (P×S×H)	4	44.0192	11.0048	2.35	2.63	3.89
خطأ القطع تحت الثانوية {BH + B(P×H) + B(S×H) + B(P×S×H)}	36	168.4983	4.6805			

a الأسهم والأقواس تشير إلى تشكيل نسب F.

مصادر الاختلاف ودرجات الحرية

Sources of Variation and Degrees of Freedom

إن درجات الحرية لمصادر الاختلاف الموضحة في جدول 3.9 هي:

القطع تحت الثانوية = pshb -1 = 3(2) (3) (4) – 1 = 71

القطع الثانوية = psb – 1 = 23

القطع الرئيسية = pb – 1 = 11

القطاعات = b – 1 = 3

مواعيد الزراعة = P – 1 = 2

خطأ القطع الرئيسية = (b-1)(p-1) = 6 or 11- 3 - 2 = 6

معاملة الرش = S – 1 = 1

P × S موعد الزراعة × معاملة الرش = (p - 1) (s - 1) = 2

خطأ القطع الثانوية = (b-1) (s-1) + (b-1) (p-1) (s-1)

=3+ 6 = 9 , or 23 – 11 – 2 – 1 = 9

موعد الحصاد =h – 1 = 2

P × H موعد الزراعة × موعد الحصاد = (p-1) (h-1) = 4

S × H معاملة الرش × موعد الحصاد = (S-1) (h-1) = 4

P× S×H موعد الزراعة × معاملة الرش × موعد الحصاد =(p-1) (s-1) (h-1) = 4

(b-1) (h-1) + (b-1) (p-1) (h-1) + (b-1) (s-1) (h-1) + (b-l) (p-1) (s-1) (h-1) = 6 + 12 + 6 + 12 = 36 , or 71- 23 – 2 – 4 -2 – 4 = 36 خطأ القطع تحت الثانوية.

إذا تم وضع خطة لـ 18 معاملة لتنفيذها ضمن تصميم القطاعات العشوائية الكاملة، فإنه سوف يكون هنالك خطأ واحد فقط بدرجات حرية df = (t -1) (b -1) = 3(17) = 51 ,

والتي هي عبارة عن مجموع درجات الحرية للأخطاء الثلاثة في جدول 3.9، (6+9+36 = 51). وبذلك فإن انشقاق القطع سوف تجزئ درجات الحرية ومجموع مربعات الخطأ إلى مكونات يحتوي كل منها على درجات حرية قليلة ولكن غالبا ما يحتوي كل حد متتالي على متوسط مربعات أصغر. قارن متوسطات المربعات للأخطاء الثلاثة في جدول 3.9.

معامل التصحيح:

$$C = \frac{Y^2....}{pshb} = \frac{2227.4^2}{3(2)(3)(4)} = 68907.0939$$

مجموع المربعات ومتوسطات المربعات:

مجموع مربعات القطاعات:

$$SSB = \frac{\sum Y.^2 j..}{psh} - C = \frac{588.7^2 + ... + 527.7^2}{3(2)(3)} - C = 443.4561$$

مجموع مربعات مواعيد الزراعة:

$$SSp = \frac{\sum Y^2...}{shp} - C = \frac{776.5^2 + ... + 658.7^2}{2(3)(4)} - C = 443.6886$$

مجموع مربعات القطع الرئيسية:

$$SS(MP) = \frac{\sum Y^2_{ij...}}{pshp} - C = \frac{199.9^2 + ... + 163.6^2}{2(3)} - C = 698.9028$$

مجموع مربعات خطأ القطع الرئيسية:

$$SS(MPE) = SS(MP) - SSB - SSP = 111.7581$$

مجموع مربعات معاملة الرش:

$$SSs = \frac{\sum Y^2..k.}{phb} - C = \frac{1000.9^2 + 1226.5^2}{3(3)(4)} - C = 706.8800$$

مجموع مربعات التداخل (موعد الزراعة × معاملة الرش):

$$SS(P \times S) = \frac{\sum Y^2 i.k.}{hb} - C - SSP - SSs =$$

$$\frac{337.^2 + ... + 60.2^2}{3(4)} - C - SSP - SSs = 40.6875$$

مجموع مربعات القطع الثانوية:

$$SS(Sp) = \frac{\sum Y^2 ijk.}{h} - C = \frac{92.9^2 + ... + 94.5^2}{3(4)} - C = 1524.8128$$

مجموع مربعات موعد الحصاد:

$$SS(H)=\frac{\sum Y^2..L}{psb}-C=\frac{634.1^2+....+849.0^2}{3(2)(4)}-C=962.3353$$

مجموع مربعات التداخل (موعد الزارعة × موعد الحصاد):

$$SS(P\times H)=\frac{\sum Yi^2..L}{sb}-C-SSP-SSH=$$

$$\frac{218.3^2+....+257.2^2}{2\ (4)}-C-SSP-SSH=13.1097$$

مجموع pb مربعات التداخل (معاملة الرش × موعد الحصاد):

$$SS(S\times H)=\frac{\sum Y^2..kL}{pb}-C-SSs-SSH=$$

$$\frac{291.4^2+....+484.7^2}{3(4)}-C-SSs-SSH=127.8308$$

مجموع مربعات التداخل (موعد الزراعة × معاملة الرش × موعد الحصاد):

$$SS(P\times S\times H)$$

$$=\frac{\sum Yi^2.kL}{b}-C-SSP-SSS-SSH-SS(P\times S)-SS(P\times H)-SS(S\times H)$$

$$=\frac{96.9^2+...+149.4^2}{4}-C-SSP-SSS-SSH-SS(P\times S)-SS(P\times H)-SS(S\times H)$$

$$=44.0192$$

مجموع مربعات القطع تحت الثانوية:

$$=\sum Y^2ijkL-C=25.7^2+...+40.2^2-C=2840.6061$$

مجموع مربعات خطأ القطع تحت الثانوية:

$$SS(SSPE)=$$

$$SS(SSP)-SS(SP)-SSH-SS(P\times H)-SS(S\times H)-SS(P\times S\times H)=168.4984$$

متوسطات المربعات يحصل عليها كالعادة بواسطة قسمة مجموع المربعات (SS) على درجات الحرية لكل منها، كمثال، متوسط مربعات خطأ القطع تحت الثانوية =168.4983 مقسوما على 36=4.6805.

مفتاح الانحراف المعياري The Standard Deviation Key

مع الحاسبة المبرمجة لحساب $S = \sqrt{\sum(Yi - \overline{Y})^2 / (r-1)}$ فإن المجاميع يمكن إدخالها لحساب متوسطات المربعات ومجموع المربعات. كمثال لمجموع مربعات القطاعات (SSB) , ادخل مجاميع القطاعات 588.7، 574.4 و 536.6، 527.7، اضغط على مفتاح الانحراف المعياري S=29.3383, , ربع S لتحصل على S^2 = 860.7367 اقسم على عدد الوحدات التجريبية لكل مربع مجموع (18) لتحصل على MSB=47.8187 , اضرب بدرجات الحرية للقطاعات (3) لتحصل على مجموع مربعات القطعات MSB=143.4561.

قيم F:

يستعمل متوسط مربع الخطأ الخاص بالقطع الرئيسية، لاختبار تأثيرات مواعيد الزراعة، ويستعمل متوسط مربع الخطأ الخاص بالقطع الثانوية لاختبار تأثيرات معاملة الرش والتداخل الـ(P× S) ومتوسط مربع الخطأ الخاص بالقطع تحت الثانوية لاختبار تأثيرات مصادر الاختلاف المتبقية، إنها تلك المترابطة مع معاملات القطع تحت الثانوية.

اختبار المتوسطات Mean Sepatation:

إن الطريقة الإحصائية الاعتيادية المستعملة لفصل المتوسطات سوف تعتمد على طبيعة المعاملات، الأسئلة التي وضعها الباحث للإجابة عليها، ونتائج التحليل الأولى. بالنسبة لمثالنا، فإن التحليل قد بين لنا بأن تأثير معاملات الرش ومواعيد الحصاد هي متشابهة لجميع مواعيد الزراعة (قيم F لـ P× S و P× H و S×H و P× S×H هي غير معنوية) لكن النباتات التي رشت لمكافحة المن قد سلكت سلوكا مختلفا تماما بالنسبة لموعد الحصاد من تلك النباتات التي لم ترش (قيمة ذات معنوية عالية لـ F للتداخل S × H).

تجزأة التداخل: Partitioning Interation

لقد وضع جدول 4.9 لاختبار تداخل معاملة الرش مع موعد الحصاد (S× H) بشكل أكثر تفصيلي، أن المتوسطات في الجدول 4.9 قد بينت زيادة حاصل جذور البنجر السكري كلما

تقدم موسم الحصاد، مع الإشارة إلى زيادة الحاصل بنسبة ذات سرعة أكبر للمعاملة S_2 مقارنة بالمعاملة S_1. بما أن مواعيد الحصاد كانت ضمن فترة 4 أسابيع، فإنه يمكننا استعمال المعاملات في الجدول A.11 تحت n3 = لتسهيل تجزأة مجموع مربعات موعد الحصاد إلى جزء يفسر الزيادة الخطية مع تقدم موعد الحصاد وإلى جزء متبقي ليبين جزء من مجموع المربعات لم يفسر بالزيادة الخطية. مع درجتين حريتين لموعد الزراعة المجزئ، يمكننا تجزأة (2 df) للتداخل S × H إلى تاثير خطي وتأثير متبقي Residual effect باستعمال متوسط المربعات لخطأ القطع تحت الثانوية (SSP error) في جدول 3.9، فإننا نحسب قيم F لجدول 4.9 ونجد فروقات معنويةٍ عالية في الاستجابة الخطية لمعاملة S_1 مقارنة إلى S_2 استنادا إلى موعد الحصاد. يوجد أيضا تأثير معنوي لجزء التداخل S × HR (التداخل بين معاملة الرش مع الجزء المتبقي غير الخطي من موعد الحصاد، وذلك بسبب الزيادة القليلة في حاصل الجذور من موعد الحصاد الثانوي إلى موعد الحصاد الثالث لـ S_1 (28.8 إلى 30.4 طن / ايكر) مقارنة بالزيادة الكبيرة لـ S_2 (33.3 إلى 40.4 طن / ايكر). إن التفسير البايولوجي الذي يكون مفهوما هو أن نباتات البنجر السكري التي لم ترش لمقاومة الفايروس قد أعطيت انخفاضا في معدل النمو كلما تقدم موسم الحصاد، بينما النباتات ذات الفايروس القليل قد أعطيت نسبة ثابتة عالية أو قليلة في معدل النمو من خلال الفترة الزمنية لمواعيد الحصاد الثلاثة، أن هذا التفسير يمكن توضيحه في الشكل 2.9 وذلك بتوضيح الزيادة في حاصل الجذور على مدى فترات الحصاد كزيادة خطية بالنسبة لمعاملة الرش الثانية (S_2) وزيادة من الدرجة الثانية (تربيعية quadratic) بالنسبة لمعاملة الرش الأولى (S_1). أنه من غير الملام بأن نقدر استقراء ما بعد مواعيد الحصاد المستخدمة طالما أن النموذجين من الخطين سوف يستويا بعيدا عن بعضهما بحلول الشتاء، وأنهما لا يستمرا إلى أعلى كما بين ذلك بالنسبة إلى S_2 أو تنخفض كما تبين في معادلة الدرجة الثانية التربيعية بالنسبة إلى S_1.

جدول 4.9، معاملات تجزأة مجموع المربعات بالنسبة إلى معاملة الرش، موعد الحصاد، والتداخل بين معاملة الرش وموعد الحصاد (S×H) ومتوسطات المربعات ونسب F الناتجة

	معاملات التداخل بين معاملة الرش وموعد الحصاد (S×H)							
	S_1H_1	S_1H_2	S_1H_3	S_2H_1	S_2H_2	S_2H_3		
المجاميع	291.4	345.2	364.3	342.7	399.1	484.7	متوسط المربعات	F[a]
المتوسطات المقارنة Comparison	24.3	28.8	30.4	28.6	33.3	40.3		
معامل الرش S	-1	-1	-1	1	1	1	706.8800	
موعد الحصاد- خطي H-linear	-1	0	1	-1	0	1	962.1252	205.6
موعد الحصاد- المتبقي H Residual	1	-2	1	1	-2	1	0.2101	<1
معاملة الرش × موعد الحصاد — خطي S × HL	1	0	-1	-1	0	1	99.4752	21.25
معاملة الرش × موعد الحصاد — المتبقي S × HR	-1	2	-1	1	-2	1	28.3556	6.06

a- حسبت قيم F بقسمة متوسطات المربعات على متوسط مربع خطأ القطع تحت الثانوية في جدول 3.9. أن قيمة F الجدولية المطلوبة للمعنوية الإحصائية لـ 1 و 36 درجة حرية ولمستوى المعنوية 5٪ = 4.11 ولمستوى 1٪ = 7.39.

ضمن حدود مواعيد الزراعة، على أية حال، فإن كلا المعادلتين قد أوضحتا بيانياً تأثير المستوى الشديد القساوة للإصابة بالفايروس على حاصل البنجر السكري وأنه قد وفر طريقة هادفة لتقدير الحاصل لكلا المعاملتين خلال فترة الحصاد في الخريف.

إن حساب معادلات الانحدار في الشكل 2.9 تترك حالياً لحين التمرن عليها بعد فهم طرق الانحدار المختصرة في الفصل 15.

إن الطريقة الإحصائية لحساب متوسطات المربعات ذات درجات الحرية المفردة في جدول 4.9 قد بينت في أدناه:

مجموع مربعات معاملة الرش:

$$SS\ Spray = \frac{(-291.4 - 345.2 - 364.3 + 342.7 + 399.1 + 484.7)^2}{4(3)6} = 706.8800$$

لاحظ بأن المعادلة المستعملة لحساب مجموع المربعات بدرجة حرية واحدة هي: $SS = \sum C_i Y_i)^2 / (r \sum C_i^2)$ حيث أن C_i تمثل معاملات المقارنات الفئوية لجدول 4.9 وأن r تمثل عدد قيم المتغير في كل حد في البسط. هنا r = bp = 4 (3).

مجموع مربعات (موعد الحصاد — خطي):

$$SS\ (H\ Linear) = \frac{(-291.4 + 364.3 - 342.7 + 484.7)^2}{4(3)4} = 962.1252$$

مجموع مربعات (موعد الحصاد — المتبقي):

$$SS\ (H\ Residual) = \frac{\{291.4 - 2(345.2) + 364.3 + 342.7 - 2(399.1) + 484.7)^2\}}{4(3)12} = 0.2101$$

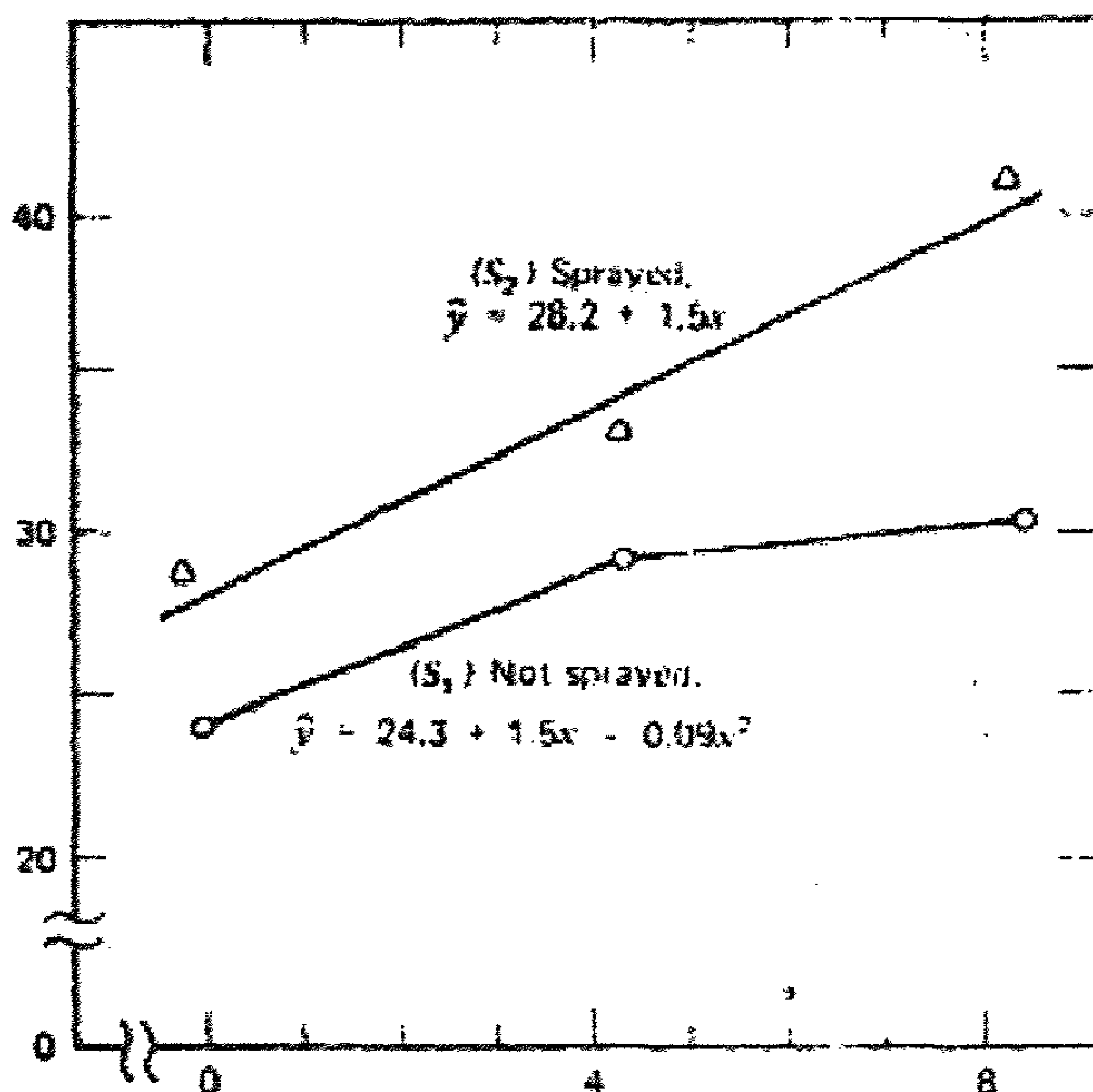
مجموع مربعات (معاملة الرش × موعد الحصاد — خطي) =

$$SS\ (S \times HL) = \frac{(291.4 - 364.3 - 342.7 + 484.7)^2}{4(3)4} = 99.4752$$

مجموع مربعات (معاملة الرش × موعد الحصاد المتبقي):

$$SS\ (S \times HR) = \frac{\{-291.4 + 2(345.2) - 364.3 + 342.7 - 2(399.1) + 484.7\}^2}{4(3)12} = 28.3556$$

كتحقيق للعمليات الحسابية الجبرية، لاحظ بأن: SS (H Linear) + SS (H Residual) = SSH في جدول 3.9 وأن ذلك: SS (S x HL)+SS(SxHR)=SS (S x H): في جدول 3.9.



عدد الأسابيع من 27 آب

شكل 2.9، تأثير مكافحة الحشرة الناقلة (المن) على النمو الخريفي للبنحر السكري، أن الروقات ما بين الخطين تبين طبيعة التداخل S × H. يمكن استخدام المعادلات لتقدير حاصل البنجر السكري المنتج بواسطة المعاملتين خلال فترة الحصاد الخريفي

الانحراف المعياري وأقل فرق معنوي Standard Errors and LSD

لبعض التجارب التي تتضمن القطع المنشقة — المنشقة فإنه من المفضل فصل متوسطات معينة بواسطة LSD أو بالاختبارات المتعددة المدى، وبذلك فإنه من الضروري معرفة الأخطاء القياسية المناسبة التي تستعمل في هذه الاختبارات. إن الأخطاء القياسية لاختبار التأثيرات الرئيسية للعوامل المخصصة إلى القطع الرئيسية والقطع الثانوية ولتداخلاتهما تكون متشابهة كما هو مبين في الجدول 8.8 ما عدا أن C (عدد معاملات العامل C) يعتبر مضروباً في كل مقام. إن الأخطاء القياسية لفصل المتوسطات للعامل المخصص للقطع تحت الثانوية

ولتداخلهما مع العاملين الأخوين قد بينت في جدول 5.9 مع قيم t المقابلة لها والتي يجب أن تحسب لمقارنات معينة.

كخلاصة متكاملة لنتائج أي تجربة، فإنه غالباً ما تكون ممارسة جيدة بإعطاء المتوسطات العالية لتوافقات عوامل المعاملة والمتوسطات الخاصة بتوافقات العامل التي تبدو مناسبة من الناحية العلمية للاقتراحات المطلوبة عملها جنبا إلى جنب مع بعض الطرق لفصل المتوسطات، بالنسبة إلى مثالنا، جدول 6.9 يبين متوسطات موعد الزراعة × معاملة الرش × موعد الحصاد، موعد الحصاد، متوسطات موعد الزراعة. ومتوسطات التداخل العالي المعنوية، معاملة الرش × موعد الحصاد (S x H)، لقد بينت الهوامش التي في أسفل الجدول LSD لغرض الفصل التقريبي للمتوسطات، أن طريقة حساب قيم LSD هذه كلها بمستوى احتمال 5٪، باستعمال الأخطاء القياسية في جدول 8.8 و 5.9 قد بينت في أدناه.

جدول 5.9، الأخطاء القياسية وحسابات t لفصل المتوسطات المتضمنة معاملات C

المتوسطات التي تقارن Means Compared	الخطأ القياسي Standard error ($S_{\bar{y}}$)	قيم t t Values[a]
متوسطات C	$\sqrt{\frac{Ec}{rab}}$	tc
متوسطات C لنفس A	$\sqrt{\frac{Ec}{rb}}$	tc
متوسطات C لنفس B	$\sqrt{\frac{Ec}{ra}}$	tc
متوسطات B لنفس أول C مختلفة	$\sqrt{\frac{(C-1)Ec+Eb)}{rac}}$	$tbc = \frac{(c-1)Ectc+Ebtb}{(C-1)Ec+Eb}$
متوسطات A لنفس أول C مختلفة	$\sqrt{\frac{(C-1)Ec+Eb)}{rbc}}$	$tbc = \frac{(c-1)Ectc+Eata}{(C-1)Ec+Ea}$
متوسطات C لنفس A و B	$\sqrt{\frac{Ec}{r}}$	tc
متوسطات B لنفس A ولنفس أول C مختلفة	$\sqrt{\frac{(C-1)Ec+Eb}{rc}}$	$tbc = \frac{(c-1)Ectc+Ebtb}{(C-1)Ec+Eb}$
متوسطات A لنفس أو لـ B و C مختلفة	$\sqrt{\frac{b(C-1)Ec+(b-1)Eb+Ea}{rbc}}$	$bc = \frac{b(c-1)tc+(b-1)Eatb+Eata}{b(C-1)+(b-1)Eb+Ea}$

a- ta و tb و tc تشير إلى قيم t الجدولية من جدول A.2 بدرجات الحرية لـ Ec, Eb, Ea على التوالي. المفتاح: C, B, A هي معاملات طبقت في القطع الرئيسية، القطع الثانوية والقطع تحت الثانوية بمستويات c, b, a على التوالي، r عبارة عن عدد المكررات، Ec, Eb, Ea هي عبارة عن متوسط مربع خطأ القطع الرئيسية، القطع الثانوية والقطع تحت الثانوية على التوالي لحساب LSD و D لاحظ بأن: D = R (LSD), وأن $LSD = t\sqrt{2} \quad S\bar{y}$.

أقل فرق معنوي لمتوسطات الزراعة LSD, Plant Date Means

$$LSD = t_a \sqrt{(2Ea) / rbc}$$

لاحظ بأن C قد أضيفت إلى مقام المعادلة من جدول 8.8 لإبقاء الخطأ القياسي على أساس القطع تمت الثانوية.

$$LSD = 2.447\sqrt{\{2(18.6264)\}/4(2)3}$$

$$=2.447\ (1.246)\ =\ 3.0 \text{ طن / ايكر}$$

أقل فرق معنوي لمتوسطات موعد الحصاد (H) لنفس معاملات موعد الزراعة (P) ومعاملة الرش (S):

كمثال: $P_1S_1H_1 - P_1S_1H_2$

$$LSD = t_c\sqrt{(2Ec)/r}$$
$$= 2.028\sqrt{\{2(4.6805\}/4} = 2.028(1.530)$$

$$= 3.1 \text{ طن / ايكر}$$

لاحظ بأن tc يتضمن 36 بقيم حرية وقد قدر بواسطة التوليد الخطي ما بين قيم t الجدولية من جدول A.2 لدرجات الحرية 35 و 40.

أقل فرق معنوي لمتوسطات معاملة الرش (S) لنفس موعد الزراعة (P) ولنفس أو لمواعيد حصاد (H) مختلفة:

كمثال $P_1S_1H_1 - P_1S_2H_2$ أو $P_1S_1H_1 - P_1S_2H_2$

$$LSD = t_{bc}\sqrt{\frac{2\{(C-1)Ec + Eb\}}{rc}}$$

$$LSD = 2.141\sqrt{\frac{2\{(3-1)4.6805 + 8.7047\}}{4(3)}}$$

$=2.141(1.735) = 3.7$ طن / ايكر

$$t_{bc} = \frac{(c-1)Ec\ tc + Eb\ tb}{(c-1)Ec + Eb}$$

$$t_{bc} = \frac{(3-1)(4.6805)2.028 + 8.7047(2.262)}{(3-1)4.6805 + 8.7047}$$

$$= 2.141$$

جدول 6.9، تأثير موعد الزراعة،

معاملة الرش وموعد الحصاد على إنتاج جذور البنجر السكري

موعد الزراعة Plant date	معاملة الرش Spray Treatment	موعد الحصاد Harvest Date 8/27	9/24	10/22	متوسطات مواعيد الزراعة Plant date Means [أ]
(حاصل الجذور. طن / ايكر) (متوسطات التداخل P x S x H)[ب]					
3/2	بدون	24.2	29.1	31.2	
					23.3
4/2	نعم	30.4	36.0	43.2	
	بدون	26.2	32.0	33.0	
					33.0
5/2	نعم	32.3	34.0	40.6	
	بدون	22.4	25.2	27.0	
					27.4
	نعم	23.0	29.7	37.4	
متوسطات معاملة الرش × موعد الحصاد[جـ]					
غير مرشوشة		24.3	28.8	30.4	
مرشوشة		28.6	33.3	40.4	

(أ) قيمة LSD , 5٪= 3.0.

(ب) قيمة LSD, 5٪ ما بين مواعيد الحصاد لنفس موعد الزراعة ومعاملة الرش: 3.1، ما بين معاملات الرش لنفس موعد الزراعة ولنفس موعد الحصاد أو لمواعيد مختلفة: 3.7، ما بين متوسطات مواعيد الزراعة. لنفس معاملة الرش أو موعد الحصاد أو لمعاملات مختلفة من كليهما: 4.4، أن التداخل ما بين موعد الزراعة X معاملة الرش X موعد الحصاد (PxSxH) هو غير معنوي بمستوى احتمال 5٪.

(جـ) قيمة LSD , 5٪ ما بين مواعيد الحصاد لنفس معاملة الرش: 1.8، ما بين معاملات الرش لنفس أو لمواعيد حصاد مختلفة: 2.1، التداخل بين معاملة الرش × موعد الحصاد (SxH) هو معنوياً على مستوى احتمال 1٪.

أقل فرق معنوي لمتوسطات موعد الزراعة لنفس معاملة الرش (S) وموعد الحصاد (H) أو لمعاملات مختلفة من كليهما:

كمثال: $P_1S_2H_1 - P_2S_1H_1$ أو $P_1S_1H_1 - P_2S_1H_1$

$$LSD = t_{abc}\sqrt{\frac{2\{b(C-1)Ec+(b-1)Eb+Ea\}}{rbc}}$$

$$t = 2.242$$

انظر جدول 5.9 من أجل المعادلة.

$$LSD = 2.242\sqrt{\frac{2\{2(3-1)4.6805+(2-1)7.7047+18.6264\}}{4(2)3}}$$

=2.242 (1.959) = 4.4 طن / ايكر

أقل فرق معنوي لمتوسطات مواعيد الحصاد لنفس معاملة الرش (S): كمثال: $S_1H_1-S_1H_2$

$$LSD = t_c\frac{\sqrt{2Ec}}{ra} = 2.028\sqrt{\frac{2(4.6805)}{4(3)}} = 2.028(0.883)$$

=1.8 طن / ايكر

أقل فرق معنوي لمتوسطات معاملة الرش (s) لنفس مواعيد الحصاد أو لمواعيد حصاد مختلفة (H):

كمثال: $S_1H_1 - S_2H_2$ أو $S_1H_1 - S_2H_1$

$$LSD = t_{bc}\sqrt{\frac{2\{(C-1)Ec+Eb\}}{rac}}$$

$$= 2.141\sqrt{\frac{2\{(3-1)4.6805+8.7047\}}{4(3)3}}$$

طن / ايكر2.1= (1.002) 2.141 =

الخلاصة Summary

إن تصميم القطع المنشقة — المنشقة هو امتداد لقواعد تصميم القطع — المنشقة مع إضافة أن القطع الثانوية يجب أن تنشق إلى قطع تحت ثانوية والتي فيها تخصص معاملة العامل الثالث ... إن تحليل التباين يعتبر أكثر تعقيدا وذلك لأن فيه ثلاثة أخطاء لاختبار تأثيرات المعاملات، عادة، فإن العامل الذي يخصص إلى القطع تحت الثانوية والتداخلات المتضمنة هذا العامل تختبر بشكل أكثر دقة من مكونات المعاملات الأخرى.

إن اختبار المتوسطات قد تعقد بواسطة وجود الأخطاء الثلاثة.

الفصل العاشر

10

تصميم القطاعات المنشقة

The Split Block

- تحليل التباين.
- درجات الحرية.
- معامل التصحيح.
- مجموع المربعات.
- متوسط المربعات.
- مفتاح الانحراف المعياري.
- قيم F، وفصل المتوسطات.
- الأخطاء القياسية.
- الخلاصة.

الفصل العاشر

تصميم القطاعات المنشقة

The Split Bolck

في هذا التصميم المختلف عن تصميم القطع المنشقة، فإن المعاملات الثانوية توزع ضمن شرطة على طول كل قطاع معاملات القطع الرئيسية إذا كانت القطع الرئيسية مطبقة في تصميم المربع اللاتيني، فإن المعاملات الثانوية يمكن أن تكون بأشرطة على طول الصف أو العمود للقطع الرئيسية، إن هذا الترتيب غالبا ما يسهل إجراء العمليات الميكانيكية الخاصة بالوحدات الثانوية، ولكن يقلل من الدقة عند مقارنة التأثيرات الرئيسية الخاصة بالعامل B، أنه غالبا ما يؤدي إلى زيادة الدقة عند مقارنة التداخل AB , خاصة عند مقارنة متوسطات العامل B لكل معاملةٍ محددةٍ من A. عندما يكون هذا هو التأثير الأولي الذي نرغب به، فإن التصميم يكون مفيدا تماما. قبل استخدامه على أية حال، فإنه من الحكمة استشارة شخص ما له الخبرة في استعمال هذا التصميم، الشكل 1.10 يوضح قطاع واحد للقطع المنشقة مقارنة بالقطاعات المنشقة. في التصميم الأخير، لاحظ أن المعاملات كوحدات مستمرة على طول كل القطاع للقطع الرئيسية وهكذا فإن كل معاملة ثانوية تجزئ القطاع، الاصطلاح الآخر المناسب لهذا المخطط هو القطع الشريطية (Strip – plot)، وذلك لأن كل من المعاملتين A , B تكون ضمن أشرطة، إن المعاملات A , B توزع عشوائيا وبصورة مستقلة في كل قطاع. جدول 1.10 يبين تجزأة درجات الحرية لكلا المخططين في الشكل 1.10. مفترضا وجود 4 قطاعات لكل مخطط. لاحظ بأن نظام القطاعات المنشقة يجعل من الضروري تجزأة الخطاب الخاص بالقطع المنشقة إلى خطأين ويهيئ درجات حرية قليل لاختبار التأثيرات الرئيسية للمعاملة B.

لكن حيث أن الاختلافات المترافقة مع الأشرطة عبر القطع الرئيسية قد أزيلت من الخطأ ب الخاص بالقطع المنشقة ليعطي الخطأ ج في تصميم القطاعات المنشقة،، وأن الأخير هو أصغر وغالبا ما يوفر دقة أكبر لاختبار F عند اختبار التداخلات.

	A3		A2		A1		A5		A4	
القطاع I	B2	B3	B3	B2	B1	B4	B1	B2	B3	B1
	B4	B1	B1	B4	B3	B2	B3	B4	B2	B4

القطع — المنشقة

	A3	A2	A1	A5	A4
القطاع I	B2	B2	B2	B2	B2
	B3	B3	B3	B3	B3
	B4	B4	B4	B4	B4
	B1	B1	B1	B1	B1

القطاعات — المنشقة

شكل 1.10 قطاع واحد للقطع المنشقة مقارنة بتصميم القطاعات المنشقة. تتضمن التجربة 5 معاملات من العامل A و 4 معاملات من العامل B. في مخطط القطع المنشقة، توزع المعاملات B عشوائياً وبصورة مستقلة ضمن كل قطعة من المعاملة A , بينما في تصميم القطاعات المنشقة، فإن المعاملة B تكون في شريط في طول كل قطاع القطع A.

جدول 1.10، درجات الحرية لتصميم القطع المنشقة والقطاعات المنشقة المختلفة للشكل 1.10

مصادر الاختلاف Sourse of Variation	درجات الحرية Degrees of Freedom القطع المنشقة Split Plot		القطاعات المنشقة Split Block
rab – 1 القطع الثانوي	79		79
ra – 1 القطع الرئيسية	19		19
r – 1 القطاعات	3		3
a – 1 العامل A	4	الخطأ أ	4
(r-1) (a-1) خطأ القطع الرئيسية	12	Ea	12
b – 1 العامل B	3		3
(a-1) (b-1) التداخل A × B	12	الخطأ ب	12
(r-1) (b-1) خطأ القطع الشريطية		Eb*	9
(r-1) (a-1) (b-1) خطأ القطع الثانوية	45		36

r=4 قطاعات، a= 5 معاملات للعامل A , b= 4 معاملات للعامل B، تشير الأسهم إلى استعمال حد الخطأ المناسب لاختبارات F.

❖ درجات الحرية المشتركة للخطأ ب (Eb) و الخطأ ج (Ec)، تصميم قطاعات المنشقة.

هذا ويبين شكل 2.10 مخطط لتجربة صممت لاختبار تأثير معدل السماد النتروجيني على حاصل جذور البنجر السكري لمواعيد الحصاد المختلفة، القطع الرئيسية تمثل أربعة معدلات للسماد النتروجيني نظمت في مربع لاتيني 4 × 4. المعاملات الثانوية عبارة عن خمسة مواعيد حصاد، إن القطع الثانوية المطلوب حصادها في كل موعد تكون في أشرطة على كل العمود الكامل للقطع الرئيسيةٍ، إن عمِليات الحصاد تكون أسهل عندما تكون القطع المراد حصادها من موعد معين عمودا متصلا.

إن هذا النظام، على أية حال، يتم حساب خطأ منفصل لاختبار التأثير الرئيسي لمواعيد الحصاد، إن حاصل الجذور لكل قطعة ثانوية قد بين في شكل 2.10 بالإضافة إلى مجاميع القطع الرئيسية، الصفوف، الأعمدة وموعد حصاد القطع — الشريطية.

هذه البيانات، مع مجاميع المعاملات في جدول 2.10 تكون مطلوبة لحساب مجموع المربعات لتحليل التباين في جدول 3.10، أن الطريقة الإحصائية لهذه الحساب تتبع الجدول المذكور.

Rows	Columns - I					II					III					IV					$Y_{i..}$ rows
	H_4	H_5	H_1	H_3	H_2	H_4	H_2	H_1	H_3	H_5	H_1	H_5	H_2	H_3	H_4	H_4	H_1	H_5	H_3	H_2	
I	N80					N160					N=0					N320					
	28.4	29.3	10.1	23.1	16.2	34.2	16.5	22.4	30.3	10.4	8.4	29.2	15.6	20.7	24.8	30.2	24.0	30.8	10.4	22.4	
	(107.1) (N plot total)					(116.2)					(98.7)					(117.8)					439.6
II	N320					N=0					N80					N160					
	31.2	34.2	10.3	25.9	19.2	21.3	12.5	16.7	[illegible]	5.2	10.8	31.0	16.9	21.2	28.0	29.2	24.3	35.2	11.2	20.9	
	(120.6)					(74.9)					(106.9)					(120.8)					422.3
III	N160					N80					N320					N=0					
	28.0	31.2	10.2	22.3	16.9	29.5	16.9	20.4	26.6	9.5	5.6	30.9	16.1	27.9	28.8	13.6	13.9	16.4	6.1	10.5	
	(109.6)					(102.9)					(111.5)					(60.5)					384.5
IV	N=0					N320					N160					N80					
	[illegible]	11.4	2.3	9.8	4.6	31.9	17.6	22.8	29.3	7.4	8.5	32.6	17.2	22.6	28.7	23.1	20.9	23.2	8.0	15.9	
	(42.4)					(109.1)					(109.6)					(92.3)					353.4
$Y_{.j}$	95.7	108.1	72.9	51.2	64.0	116.9	65.7	82.3	105.2	72.8	37.5	123.7	67.6	88.6	106.3	96.1	83.1	105.6	38.7	69.7	
$Y_{.j}$ columns	= 379.9					403.0					425.9					391.2					Y = 1600.0

شكل 2.10، مخطط يمثل تجربة البنجر السكري، حاصل القطع (طن من الجذور بكل ايكر) والمجاميع، معاملات القطع الرئيسية عبارة عن عدد باونات السماد النتروجيني بكل ايكر، ؟؟ المربع اللاتيني 4×4، معاملات القطع الثانوية عبارة عن خمسة مواعيد حصاد بفترة ثلاثة أسابيع بين موعد وآخر. لاحظ بأن نفس موعد الحصاد يستمر خلال كل قطع النتروجين في العمود، وبذلك فإن كل عمود من القطع الرئيسية يصبح قطاع – منشق. عدد الأسابيع من الزراعة وإلى الحصاد H1 وحتى H2 تكون على التوالي 20، 26، 29، 32 . لاحظ بأن أية قطعة ثانوية يمكل أن تحدد بـ YijkL، حيث أن i تمثل الصفوف (r=4) و j تمثل الأعمدة (c=4) ؟؟ يمثل معدل النتروجين (n=4) و L يمثل الحصاد (h=5).

جدول 2.10، متوسطات ومجاميع المعاملات لتجربة البنجر السكري الموضحة في الشكل 2.10

مستوى النتروجين	Harvest Date موعد الحصاد					
	1	2	3	4	5	Y..K.
			(المجموع Y..K1)			
0	22.0	47.4	61.1	69.8	76.1	276.4
80	39.4	67.9	85.6	105.0	110.1	408.0
160	40.7	74.4	91.9	120.1	129.3	456.4
320	37.9	77.5	96.6	122.1	126.1	459.2
Y..1	140.0	267.2	335.2	417.0	440.6	Y….=1600.0
			Means المتوسطات			
0	5.5	11.8	15.3	17.4	19.0	
80	9.8	17.0	21.4	26.2	27.5	
160	10.2	18.6	23.0	30.0	32.3	
320	9.5	19.4	24.2	30.5	31.3	

تحليل التباين Analysis of Variance

درجات الحرية:

إن درجات الحرية لمصادر الاختلاف المذكورة في الجدول 3.10 تكون كما يلي:

لاحظ بأن الصفوف r = 4 , الأعمدة c = 4 , مستوى النتروجين n = 4 , موعد الحصاد 5 = h.

Sub Plots rch-1=4 (4) (5) -1 = 79	القطع الثانوية
Main Plots rc-1 = 4 (4) -1 = 15	القطع الرئيسية
Rows r -1 = 4 – 1 = 3	الصفوف
Columns c-1 = 4 – 1 = 3	الأعمدة
N-rates (n-1) = 4 -1 = 3	مستويات النتروجين
Error a (r -1) (c -1) – (n -1) = 3(3) -3= 6	الخطأ أ
H dates (h -1) = (5 – 1) = 4	مواعيد الحصاد

الخطأ ب Error b (c -1) (h -1) = 3 (4) = 12

التداخل النتروجيني × موعد الحصاد NxH (n -1) (h -1) = 3 (4) = 12

الخطأ c Error c (c –1)(n -1)(h –1) = 3 (3) (4) = 36

معامل التصحيح : Correction Term

$$C = \frac{Y....^2}{rnh}$$

حيث أن r تمثل عدد القطاعات، n عدد مستويات النتروجين و h عدد مواعيد الحصاد.

$$C = \frac{1600^2}{4(4)(5)} = 32000.00$$

جدول 3.10 تحليل التباين في تصميم القطاعات المنشقة Spilt – Block Deaign

مصادر الاختلاف Source of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	المحسوبة F	المطلوبة F 5%	1%
Sub Plots	القطع الثانوية	79	5542.680				
Main plots	القطع الرئيسية	15	1503.720				
Rows	الصفوف	3	224.657	74.886			
Columns	الأعمدة	3	58.063	19.354			
N. Fevels	مستويات النتروجين	3	1101.328	367.109	18.41	4.76	8.78
Error, Rc - N	الخطأ أ	6	119.672	19.945			
H dates	مواعيد الحصاد	4	3710.765	927.699	111.92	3.26	5.41
Error b, CH	الخطأ ب	12	99.467	8.289			
N x H	النتروجين × موعد الحصاد	12	157.147	13.096	6.59	2.03	2.72
Error c, C (NxH)	الخطأ ج	36	71.568	1.988			

مجموع المربعات: Sums of Sequares

مجموع مربعات الصفوف:

$$SSR = \frac{Y^2 i...}{nh} - C$$
$$= \frac{439.8^2 + ... + 453.4^2}{4(5)} - C$$
$$= 32224.657 - C = 224.657$$

مجموع مربعات الأعمدة:

$$SSC = \frac{Y^2 j...}{nh} - C$$
$$= \frac{379.9^2 + ... + 391.2^2}{4(5)} - C$$
$$= 32058.060 - C = 58.063$$

مجموع مربعات مستويات النتروجين:

$$SSN = \frac{\sum Y..k^2.}{rh} - C$$
$$= \frac{276.4^2 + ... + 459.2^2}{4(5)} - C$$
$$= 33101.328 - C = 1101.328$$

مجموع مربعات القطع الرئيسية:

$$SS(main\ Plots) = \frac{\sum Y^2 ijk.}{h} - C$$
$$= \frac{107.1^2 + ... + 92.1^2}{4(5)} - C$$
$$= 33503.720 - C = 1503.720$$

مجموع مربعات الخطأ أ:

$$SS(Ea) = SS(main\ Plots - SSR - SSC - SSB$$
$$= 1503.720 - 224.657 - 58.063 - 1101.328$$
$$= 119.672$$

مجموع مربعات مواعيد الحصاد:

$$SSH = \frac{\sum Y^2...1}{rn} - C$$
$$= \frac{140.0^2 + ... + 440.6^2}{4(4)} - C$$
$$= 35710.765 - C = 3610.765$$

مجموع مربعات الخطأ ب:

$$SS(Eb) = \frac{\sum Y^2.j.L}{r} - C - SSC - SSH$$
$$= \frac{95.7^2 + ... + 69.7^2}{4} - C - SSC - SSH$$
$$= 35868.295 - C - SSC - SSH = 99.467$$

مجموع مربعات تداخل النتروجين × مواعيد الحصاد:

$$SS(NxH) = \frac{\sum Y^2..kl}{r} - C - SSN - SSH$$
$$= \frac{22.0^2 + ... + 125.1^2}{4} - C - SSN - SSH$$
$$= 36969.240 - C - SSN - SSH = 157.147$$

مجموع مربعات القطع الثانوية:

$$SS(Sub\ Plots) = \sum Y^2.jkL - C$$
$$= 26.42 + 29.3^2 + ... + 15.9^2 - C$$
$$= 5542.680 - C$$

مجموع مربعات الخطأ جـ SS (EC)

SS (Sub Plots) – SS(M. Plots) – SSH – SS (Eb) – SS (NxH)=

5542.680 - 1503.720 - 3710.765 - 99.467 -157.147= 71.581

متوسطات المربعات: Mean Sequares

يحصل على متوسطات المربعات بقسمة مجموع المربعات (SS) على درجات الحرية المقابلة لكل منها، كمثال:

متوسط مربعات الخطأ جـ: $MS(Ec)=\frac{SS(EC)}{df(EC)}=\frac{71.581}{36}=1.988$

مفتاح الانحراف المعياري The Standard Deviation Key

يمكن تجنب استعمال معامل التصحيح مع الحاسبة المبرمجة لحساب: $S=\sqrt{\sum(Yi-\overline{Y})^2/(r-1)}$. لحساب أي متوسط مربع، ادخل المجاميع المناسبة، احصل على S^2 , ثم اقسم على عدد قيم المتغير في كل مجموع ادخل. كمثال، لحساب SSR، أدخل 439.8، 422.3، 384.5، 353.4. اضغط المفتاح لكي يعطي S = 38.7003، ربع المقدار 38.7003 لتحصل على 1497.7133، اقسم على 20 لتعطي MSR = 74.886، اضرب المقدار x3 (نقصد درجات حرية R) لتحصل على SSR224 =657.

قيم F واختبار المتوسطات F Values and Mean Separation

تقدر قيم F بقسمة متوسطات المربعات على الخطأ المناسب لكل منها، الخطأ أ (Ea) للنتروجين، الخطأ ب (Eb) لمواعيد الحصاد، والخطأ جـ (Ec) لتداخل النتروجين مع مواعيد الحصاد (NxH)، أن قيمة F العالية المعنوية للتداخل NxH تدل على وجود استجابة مختلفة للنتروجين اعتمادا على موعد الحصاد. إن فهم هذا التداخل يعتبر شيء حاسم لتفسير النتائج. بتجزأة مستويات النتروجين ومواعيد الحصاد إلى المقارنات المستقلة متعددة الاتجاهات، فيمكننا أيضا تجزأة مجموع المربعات للتداخل NxH لمعرفة طبيعة التداخل. معاملات المقارنات متعددة الحدود (Polynomial Coefficients) لتجزأة مستويات النتروجين ذات فرق (مدى) غير متساوي بينهما ليست سهلة المنال. وهذا هو أحد الأسباب لتأكيدنا على مستويات المعاملات ذات فرق ثابت بينهما.

إن بعض هذه المعاملات قد أعطيت في الجدول A.lls والتي يكون فيها معاملات مستويات النتروجين الأربعة تحت المجموعة 0، 1، 2، 4.

المعاملات الخاصة بتجزأة مواعيد الحصاد الخمسة المتساوية المدى موجودة في الجدول A.11 وتحت n=5 المعاملات لمستويات النتروجين ومواعيد الحصاد قد خصصت لمعاملات تجربتنا في الجدول 4.10. معاملات التداخل يحصل عليها بواسطة عملية الضرب كمثال، معاملات التداخل NL x HL تكون: 7- (2-) = 14، 7- (1-) = 7، 7- (0) =

وهلم جرا. لاحظ بأن المعاملات تلك ؟؟ المقارنات تطابق القاعدتين الخاصة؟؟ بالاستقلالية التي أعطيت في الفصل ؟؟ وبذلك إن مجموع المربعات للمقارنات ؟؟؟ حرية واحدة مفردةٍ تتجمع إلى كل مجموع ؟؟؟ بدرجة حرية واحدة النتائج من الضرب ؟؟؟ وبذلك تعطي اختبارا دقيق الحساب، يحسب مجموع المربعات بدرجة حرية واحدة مفردة لكل منها باستعمال القانون: $SS = (C_i y_i)^2 / (r \sum C_i^2)$.

حيث أن C_i عبارة عن مجموع معاملات المقارنات Y مجاميع المعاملات، و r عدد قيم المتغير في المجموع، كمثال أن مجموع المربعات الخاص بالاستجابة الخطية للنتروجين يكون:

$$SS(NL) = \frac{\{-7(220) - 7(47.4) + ... + 9(125.1)\}^2}{4(700)} = 730.7301$$

إن مجموع المربعات بدرجة حرية واحدة الأخرى قد حسبت بنفس الطريقة وأدخلت في الجدول 4.10، اختبارات F قد عملت باستعمال متوسط المربعات للخطأ المناسب من جدول 3.10: الخطأ أ لمقارنات النتروجين، الخطأ ب لمقارنة مواعيد الحصاد، والخطأ جـ لمقارنات التداخل بين النتروجين ومواعيد الحصاد (N x H)، كمثال، أن قيمة لمقارنة التداخل (NL x HL) هو 98.899 مقسوماً على 1.988. ويساوي 49.75 والتي تزيد كثيراً عن القيمة الجدولية المطلوبة من جدول A.3 وهي 7.39 والتي تعتبر معنوية على مستوى احتمال 1٪ (بدرجات حرية 1 و 36). لاحظ بأن NL x HL و NQ x HL هما المكونان الوحيدان المعنويان للتداخل N x H.

كي نكمل أبعد من ذلك ولنبين الطريقة المناسبة لعرض نتائج هذه التجربة فإنه يتطلب بعض الإدراك للمقارنات متعددة الحدود والانحدار المتعدد Multiple Regression وبذلك سوف نؤجل هذا حتى الفصل السادس عشر.

إلى الآن، لاحظ أن المجموع الكلي لمجموع المربعات الستة المعنوية ذات درجة حرية واحدة مفردة لكل منها تقدر بـ 99٪ من مجموع المربعات التابعة إلى مكونات المعاملات الـ 19، ذلك أن:

(730.730 + 359.593 + 3525.006 + 166.980 + 98.899 + 38.659) / (1101.328 + 3710.765 + 157.147) = 0.990

جدول 4.10. المعاملات المستقلة لتجزأة مجموع مربعات المعاملات

إلى مقارنات بدرجة حرية واحدة لكل منها، مجموع المربعات الناتجة والمعنوية الإحصائية لهما

المقارنات	مستويات النتروجين ، مواعيد الحصاد، مجامع المعاملات Nitrogens, Harvest Dates, and Treatment Totals																						
	N0					N80					N180					N320							Statistical Significance
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		Som of	of 1 df
Comparisons	22.0	47.4	61.1	69.8	76.1	39.4	67.9	85.6	105.0	110.1	40.7	74.4	91.9	120.1	129.3	37.9	77.5	96.6	122.1	125.1	df	Squares	Comparisons
N rates																					3	1101.328	
Linear	-7	-7	-7	-7	-7	-3	3	3	-3	-3	1	1	1	1	1	9	9	9	9	9	1	730.730	..
Quadratic	7	7	7	7	7	-4	-4	-4	-1	-4	-8	-8	-8	-8	-8	-5	5	5	5	5	1	359.593	..
Besidual	-3	-3	-3	-3	-3	8	8	8	8	-6	-6	-6	-6	-6	1	1	1	1	1	1	1	11.005	08
H Dates																					4	3710.765	
Linear	-2	-1	0	1	2	-2	1	0	1	2	-2	-1	0	1	2	-2	-1	0	1	2	1	3525.008	..
Quadratic	2	-1	-2	-	2	2	1	-2	-1	2	2	-1	-2	-1	2	2	-1	-2	-1	2	1	166.980	..
Cubic	-1	2	0	-2	1	-1	2	0	2	1	-1	2	0	-2	1	1	2	0	-2	1	1	0.008	08
Besidual	1	-4	6	-4	1	1	-4	6	-4	1	1	-4	6	-4	1	1	-4	6	-4	1	1	18.772	
N × fl																					12	157.147	
NL×HL	14	7	0	-7	-14	6	3	0	-3	-6	-2	-1	0	1	2	-18	-9	0	9	18	1	98.899	
NL×HQ	-14	7	14	7	-14	-6	3	6	3	-6	2	-1	-2	-1	2	18	-9	-18	-9	18	1	5.194	08
NL×HC	7	-14	0	14	-7	3	-6	6	6	-3	-1	2	5	-2	1	9	18	0	-18	9	1	1.015	08
NL×HR	-7	88	-42	23	-7	-3	12	18	12	-3	1	-4	6	-4	1	8	-36	54	-36	9	1	5.043	08
NQ×HL	-14	-7	0	7	14	8	4	0	-4	-8	16	8	0	-8	-16	-10	-5	0	5	10	1	38.660	..
NQ×HQ	14	-7	-14	-7	14	-8	4	8	4	-8	-16	8	16	8	-16	10	-5	-10	-5	10	1	2.595	08
NQ×HC	-7	14	0	-14	7	4	-8	0	8	-4	8	-16	0	16	-8	-5	10	0	-10	5	1	1.359	08
NQ×HR	7	28	42	-28	7	-4	16	-24	16	-4	-8	32	-48	32	-8	5	-20	30	-20	5	1	1.557	08
NR×HL	6	3	0	-3	6	-16	-8	0	8	16	12	6	0	-6	-12	-2	-1	0	1	2	1	1.538	08
NR×HQ	-6	3	6	3	-6	16	-8	-16	-8	16	-12	6	12	6	-12	2	-1	-2	-1	2	1	0.755	08
NR×HC	3	-6	0	6	-3	-8	16	0	-18	8	6	-12	0	-12	6	-1	2	0	-2	1	1	0.384	08
NR×HR	-3	12	-18	12	-3	8	-32	48	-32	1	-6	24	-36	24	-6	1	-4	6	-4	1	1	0.151	08

الأخطاء القياسية : Standard Errors

يبين الجدول 5.10 الأخطاء القياسية المستعملة في فصل المتوسطات بواسطة LSD واختبارات متعددة المدى (أو الحدود).

جدول 5.10 الأخطاء القياسية تصميم القطاعات المنشقة

المتوسطات التي تقارن Means Compared	الخطأ القياسي Standard error ($S_{\bar{y}}$)	قيم t t Values
متوسطات A	$\sqrt{\frac{Ea}{rb}}$	
متوسطات B	$\sqrt{\frac{Eb}{ra}}$	tb
متوسطات A لنفس أو لمتوسطات مختلفة من B	$\sqrt{\frac{(b-1)\,Ec+Ea}{rb}}$	$tbc=\frac{(b-1)Ec(tc)+Ea(ta)}{(b-1)Ec+Ea}$
متوسطات B لنفس A	$\sqrt{\frac{(a-1)Ec+Eb}{ra}}$	$tbc=\frac{(a-1)Ec(tc)+Eb(tb)}{(a-1)Ec+Eb}$

A= المعاملات المطبقة في القطع الرئيسية. B= المعاملات المطبقة في القطع الثانوية، r, b, a عدد معاملات القطع الرئيسية، القطع الثانوية، والقطاعات على التوالي، Ec, Eb, Ea هي متوسطات مربعات الخطأ، tc, tb, ta هي قيم t الجدولية بدرجات حرية لـ Ec, Eb, Ea على التوالي. لحساب LSD و D لاحظ بأن: $LSD=t\sqrt{2}\quad S_{\bar{y}}$ ولحساب دنكن متعدد الحدود: .D = R(LSD)

لتوضيح استخدام جدول 5.10 فإننا سوف نقوم بحساب قيمة LSD للتداخل لمقارنة المتوسطات في جدول 2.10. لا يعتبر اختبار LSD ولا الاختبارات متعددة الحدود على أية حال. مناسبة لفصل المتوسطات في هذه التجربة. وذلك بسبب أن هناك أمورا أخرى كثيرة يجب معرفتها بطريقة أكثر فعالية في الفصل السادس عشر.

LSD (5٪) ما بين متوسطات النتروجين لنفس أو لمواعيد حصاد مختلفة:

$$LSD = t_{ac}\sqrt{\frac{2\{(b-1)Ec + Ea\}}{rb}}$$

$$t_{ac} = \frac{(b-1)Ec(tc) + Ea(ta)}{(b-1)Ec + Ea} =$$

$$\frac{(5-1)1.988(2.028) + 19.945(2.447)}{(5-1)1.988 + 19.945}$$

$$\frac{64.9321}{27.897} = 2.328$$

$$LSD = 2.328\sqrt{\frac{2\{(5-1)1.988 + 19.945\}}{4(5)}} =$$

$$=2.328(1.670) = 3.4$$ طن / ايكر

LSD (5٪) ما بين متوسطات مواعيد الحصاد لنفس مستوى النتروجين:

$$LSD_{.05} = t_{ac}\sqrt{\frac{2[(a-1)Ec + Eb]}{ra}}$$

$$t_{ac} = \frac{(a-1)Ec(tc) + Eb(tb)}{(a-1)Ec + Eb} =$$

$$\frac{(4-1)1.988(2.028) + 8.289(2.179)}{(4-1)1.988 + 8.289}$$

$$\frac{30.1567}{14.253} = 2.116$$

$$LSD = 2.116\sqrt{\frac{2\{(4-1)1.988 + 8.289\}}{4(4)}} =$$

$$= 2.116\ (1.335) = 2.8$$ طن / ايكر

الخلاصة Summary

في نظام القطاعات المنشقة:

أن قطاع القطع التي استلمت معاملات العامل A تنشق، وبذلك فإن كل معاملة من العامل B تظهر في شريط متصل على طول القطاع. يتم توزيع عشوائي مستقل لمعاملات العامل B لكل قطاع الخاص بقطع العامل B.

إن من مزايا هذا التصميم هو تسهيل إجراء العمليات الحقلية وكذلك إمكانية إجراء التقدير العالي الدقة للتداخل ما بين العاملين AxB.

ومن عيوبه هي فقدان بعض الدقة في تقدير تأثيرات العامل B , تكون العمليات الحسابية أكثر تعقيدا، والتعقيدات في فصل المتوسطات.

الفصل الحادي عشر

11

القطع الثانوية كمشاهدات مكررة

Sub Pots as Repeated Observations

- التحليل الإحصائي لكل سلسلة من المشاهدات.
- التحليل السنوي.
- قيم F واختبار المتوسطات.
- الأخطاء القياسية.
- إشراك سنتين أو أكثر.
- التحليل لكل سنة.
- جمع السنين سوية.
- الخلاصة.

الفصل الحادي عشر

القطع الثانوية كمشاهدات مكررة

Sub Plots as Repeated Observations

أن مبدأ القطع المنشقة يمكن أن يطبق على التجارب التي تكون فيها المشاهدات المتعاقبة قد أخذت على نفس الوحدات الكاملة ضمن فترة من الزمن كمثال، اختبار السماد أو اختيار الصنف مع محصول معمر قد يحصد عدة مرات خلال السنة و / أو لسنتين أو أكثر. إن القطع التي تخصص إليها المعاملات يمكن أن يطلق عليها بالقطع الرئيسية Main Plots، وأن عدد مرات الحصاد يمكن أن تسمى بالقطع الثانوية Sub Plots. القطع الثانوية في هذه الحالة، على أية حال، تختلف عن القطع الثانوية الاعتيادية في أنها تحتوي على بيانات مأخوذة من كامل القطعة الرئيسية بدلا من جزء مخصص كما هو الحال مع القطع الثانوية الاعتيادية.

أنه لا توجد مشاكل غير اعتيادية في تحليل البيانات على أساس القطعة الرئيسية لمشاهدة لمرة واحدة أو للمجاميع طوال مشاهدات مكررة لكل الأوقات. لكن قيم F الناشئة من اختبار تأثيرات المشاهدات المتعاقبة وتداخل معاملات القطع الرئيسية مع المشاهدات المتعاقبة قد لا تتوزع كـ F، وربما تنتج تأثيرات معنوية عديدة.

إن الطريقة الإحصائية التدريجية والاقتراحات حول استخدام البيانات من مثل هذه التجارب قد أعطيت في المثال التالي. البيانات هي حاصل المادة الجافة للعلف الأخضر من تجربة أصناف الجت. يوجد 4 أصناف وزعت عشوائيا في خمسة قطاعات كاملة. من أجل تبسيط الحالة، سوف نعتبر البيانات من أربعة حصدات فقط. اثنين مبكرة واثنين متأخرة. ولمدة سنتين فقط.

التحليل الإحصائي لكل سلسلة من المشاهدات

Analysis for each set of Observations

يمكن تنفيذ تحليل التباين ANOVA لكل حشة، أن تنظيم البيانات هي كما في الجدول 1.11. مبينة المجاميع الضرورية لحساب تحليل التباين لكل حشة بالإضافة إلى التحليل الموسمي.

إن تحليل التباين لكل حشة قد أعطي في جدول 2.11. درجات الحرية ومجموع المربعات للأصناف قد جزأت كما هو مبين وذلك بسبب أن الصنف رقم 1 و 2 متقاربين مع بعضهما. إن الصنف 2 يعتبر منتخبا من الصنف 1. الطريقة الإحصائية لإكمال تحليل التباين لموعد الحصاد الواحد قد وضع أسفل جدول 2.11 بالنسبة للحشة الأولى.

جدول 1.11، بيانات السنة الأولى من تجربة أصناف الجت نفذت كقطاعات عشوائية كاملة بأربعة أصناف (n = 4) وخمسة قطاعات (b = 5) وأربعة حشات (C = 4) البيانات تمثل طن بالايكر من الجت الجاف

الصنف Varienty (i)	الحشات Cutting(k)	قطاعات Blocks (j) 1	2	3	4	5	Y_{ik}	$\overline{Y}_{ik}$
1	1	2.69	2.40	3.23	2.87	3.27	14.46	2.89[a]
2	1	2.87	3.05	3.09	2.90	2.98	14.89	2.98
3	1	3.12	3.27	3.41	3.48	3.19	16.47	3.29
4	1	3.23	3.23	3.16	3.01	3.05	15.68	3.14
Y_{j1}		11.91	11.95	12.89	12.26	12.49	61.50 = $Y_{..1}$	
1	2	2.74	1.19	3.47	2.87	3.43	14.42	2.88
2	2	2.50	2.90	3.23	2.98	3.05	14.66	2.93
3	2	2.92	2.63	3.67	2.90	3.25	15.37	3.07
4	2	3.50	2.89	3.39	2.90	3.16	15.84	3.17
Y_{j2}		11.66	10.33	13.76	11.65	12.89	60.29 = $Y_{..2}$	
1	3	1.67	1.22	2.29	2.18	2.30	9.66	1.93
2	3	1.47	1.85	2.03	1.82	1.51	8.68	1.74
3	3	1.67	1.42	2.81	1.51	1.76	9.17	1.83
4	3	2.60	1.92	2.36	1.92	2.14	10.94	2.19
Y_{j3}		7.41	6.41	9.49	7.43	7.71	38.45 = $Y_{..3}$	
1	4	1.92	1.45	1.63	1.60	1.96	8.56	1.71
2	4	2.00	2.03	1.71	1.60	1.96	9.30	1.86
3	4	2.03	1.96	1.85	1.82	2.40	10.06	2.01
4	4	.072	.891	.921	.821	.781	9.48	1.90
Y_{j4}		8.02	7.33	7.11	6.84	8.10	37.40 = $Y_{..4}$	
		Variety x block totals مجموع (الصنف × القطاع)						
		(main plots, Y_{ij}) القطع الرئيسية					$Y_{i..}$	$\overline{Y}_{i..}$
1		9.02	6.98	10.62	9.52	10.96	47.10	9.42[b]
2		8.84	9.83	10.06	9.30	9.50	47.53	9.51
3		9.74	9.28	11.74	9.71	10.60	51.07	10.21
4		11.44	9.93	10.83	9.65	10.13	51.94	10.39
	Y	39.00	36.02	43.25	38.18	41.19	197.64 = Y	

(α) بالطن لكل أيكر لكل حصدة.

(b) بالطن لكل أيكر لكل سنة.

جدول 2.11: تحليل التباين لكل حشة للسنة الأولى

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية df	الحشة 1 SS	الحشة 1 MS	الحشة 2 SS	الحشة 2 MS	الحشة 3 SS	الحشة 3 MS	الحشة 4 SS	الحشة 4 MS
Total المجموع	19	1.1801		3.1045		3.3016		0.8376	
Blocks القطاعات	4	0.1651	0.0413	1.7249	0.4312	1.256	0.3140	0.3112	0.0778
Varieties الأصناف	3	0.4729	0.1576	0.2547	0.0849	0.5660	0.1887	0.2295	0.0765
1+2 vs. 3+4	1	0.3920	0.3920 *	0.2268	0.2268	0.1567	0.1567	0.1411 *	0.1411
1 vs. 2	1	0.0185	0.0185	0.0058	0.0058	0.0960	0.0960	0.0548	0.0548
3 vs. 4	1	0.0624	0.0624	0.0221	0.0221	0.3133	0.3133	0.0336	0.0336
Error الخطأ	12	0.5421	0.0452	1.249	0.0937	1.4794	0.1233	0.2969	0.0247

❖ نسبة MS إلى MS للخطأ تزيد عن قيمة F الجدولية المطلوبة للمعنوية على مستوى احتمال 5٪

F. 05 (الجدولية) (12.1 درجة حرية) = 4.75.

V= الأصناف، v = 4 , C = الحشات، c4 =

B= القطاعات، b5 = .

$$C = \frac{Y..1^2}{vcb} = \frac{61.50^2}{4(4)5} = 189.1125$$

$$SSB = \frac{\sum Y.j^2 1}{v} - C = \frac{11.91^2 + ... + 12.49^2}{4} - C$$
$$= 0.1651$$

$$SSV = \frac{\sum Y^2 i.1}{b} - C = \frac{14.46^2 + ... + 15.68^2}{5} - C$$
$$= 0.4729$$

$$SS(V1+2 \;\; vs. \; 3+4) = (14.46 + 14.89 - 16.47 - 15.68)^2 / 5(4) = 0.3920$$

لاحظ بأن حساب درجة الحرية الواحدة أو الاثنين التي تتبع تتضمن استعمال القانون:

$$SS = (\sum C_i Y_i)^2 \; / \; (r \sum C_i)^2$$

ولهذه الحسابات الثلاثة فإن C_i تكون جميعها إما + أو 1− .

$$SS(V1 \quad vs. \quad V2) = \frac{(44.46-14.89)^2}{5(2)} = 0.0185$$

$$SS(V3 \quad vs. \quad V4) = \frac{(16.47-15.68)^2}{5(2)} = 0.0621$$

مجموع مربعات المجموع: SS (Total) = $2.69^2 + \ldots + 3.05^2 - C = 4.1801$

مجموع مربعات الخطأ: SS (Error) = SS (Total) – SSB – SSV = 0.5421

أن متوسطات المربعات يحصل عليها بقسمة مجموع المربعات (SS) على ما يقابلها من درجات الحرية المناسبة، كمثال، متوسط مربعات الصنف 0.4729 = (MSV) مقسوما على 3 ويساوي 0.1576. أن قيم F لاختبار تأثيرات الأصناف يحصل عليها بقسمة متوسط المربعات لمكونات الأصناف على متوسط مربعات الخطأ لتلك الحشة المعينة، كمثال، للحشة 1، فإن قيمة F لـ V1+2 مقابل V3+4 يكون 0.3920 مقسوماً على 0.0452 = 8.67، أن متوسطات الصنف 3 و 4 هي 0.28، 0.18، 0.17 طن / ايكر أكثر من الصنف 1 و 2 للحشات من 1 وحتى 4، على التوالي، بما أن الفرق (V1+2) – (V3+4) يكون إحصائيا معنويا للحشات 1 و 4، فإنه يبدو منطقيا بافتراض فروقات حقيقية لهذه المقارنة بالنسبة للحشة 2 و 3 أيضا، بالرغم من أن قيم F لم تكن معنوية على مستوى احتمال 5٪.

التحليل السنوي Annual Analysis

التحليل الإحصائي السنوي ينفذ وينظم كما في الجدول 3.11. إن الطريقة الإحصائية التدريجية للحسابات مماثلة لتلك المستعملة في القطع — المنشقة، قد وضحت في أدناه:

$$C = \frac{Y\ldots^2}{vcb} = \frac{197.64^2}{4(4)5} = 488.2696$$

لاحظ بأن وضع c في المقام يجعل المشاهدات على أساس كل

$$SSB = \frac{\sum Y^2.j.}{vc} = \frac{39.00+\ldots+41.19^2}{4(4)} = -C$$

$$= 420.2082 - C = 1.9386$$

إذا كانت لديك حاسبة مبرمجة مسبقاً لحساب:

$$, S = \sqrt{\sum(Yi-\overline{Y})^2 / (r-1)}$$

SSB ومجموع المربعات الأخرى فإنه يمكن إيجادها بالطريقة التالية:

ادخل المجاميع المناسبة، احصل على S , ربع S، ثم اقسم S^2 على عدد قيم المتغير في كل مجموع قد أدخل، النتيجة ستكون هي متوسط المربعات (MS) والذي يضرب بدرجات الحرية المناسبة فيساوي مجموع المربعات (SS)، كمثال، S^2 لمجاميع القطاعات = 7.75437، اقسم على 16 ينتج MSB0 = 48465. اضرب x 4 = 1.9386 = SSB.

مجموع مربعات الأصناف:

$$SSV = \frac{\sum Y^2 i..}{cb} - C = \frac{71.10^2 + ... + 51.94^2}{4\,(5)}$$

$$= 489.1710 - C = 0.9014$$

$$SS(V1+2 \ \ vs. \ 3+4) = \frac{(\sum C_i\, Y_i)^2}{bc \sum c_i^{\,2}}$$

لاحظ بأن معاملات المقارنات تلك، الـ Ci جميعها + أو 1− .

$$SS(V1+2 \ \ vs. \ 3+4) = \frac{(47.10 + 47.53 - 51.07 - 51.94)^2}{5\,(4)\,4}$$

$$= 0.8779$$

مجموع مربعات القطع الرئيسية:

$$SS(MP) = \frac{\sum Y^2 ij.}{c} - C = \frac{9.02^2 + ... + 10.13^2}{4} - C$$

$$= 5.0769$$

مجموع مربعات، خطأ القطع الرئيسية:

$$SS(Mp\ error) = SS(MP) - SSB - SSV = 2.2369$$

مجموع مربعات الحشات:

$$SSH = \frac{\sum Y^2 ..k}{bc} - C = \frac{61.50^2 + ... + 37.40^2}{4\,(5)} - C$$

$$= 26.4452$$

مجموع مربعات الصنف × الحشات:

$$SS(V\times C)=\frac{\sum Y^2 i.k}{b}-C-SSV-SSC$$
$$=\frac{14.46^2+........+9.48^2}{5}-C-SSV-SSC$$
$$=???$$

مجموع مربعات القطع الثانوية:

$$SS(Sub\ Plots)=\sum Y ijk-C=(2.692+...+1.78)-C$$
$$=523.1386-C=34.8690$$

لاحظ أيضاً بأن:

مجموع مربعات القطع الثانوية:

SS (H1 Total) ... + ... SS (H2 Total) + SSH

=1.1801+.....+0.8376+26.4452=14.8690

مجموع مربعات خطأ القطع (SP) :

SS(SP) – SS(MP) – SSH – SS(V x H)

= 34.8690 - 5.769 - 6.440 - 0.6217 = 2.7252

يمكن الحصول على متوسطات المربعات (MS) بقسمة مجموع المربعات (SS) على درجات الحرية (df)، كمثال، متوسط مربعات الأصناف MCV = 0.9014 على 3 = 0.3005.

جدول 3.11 تحليل التباين، السنة الأولى، تجربة أصناف الجت

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	قيمة F المحسوبية	قيمة F الجدولية
Sub Plots القطع الثانوية	79	34.8690			
Main plots القطع الرئيسية	19	5.0769			
Blocks , B القطاعات	4	1.9014	0.4846		
Varieties , V الأصناف	3	0.9014	0.3005	1.61	3.49 5.95
1+ 2 vs. 3 + 4	1	0.8878	0.8778	4.71	4.75 9.33
1 vs. 2	1	0.0046	0.0046		
3 vs. 4	1	0.0189	0.0189		
Mp err., BV خطأ القطع الرئيسية	12	2.2369	0.1864		
Cutting, C الحشات	3(1)	26.4452	8.815	155.2	4.49[a] 8.53[a]
V x C الأصناف × الحشات	9(3)	8.6217	0.0690	1.21	3.24[a] 2.29[a]
خطأ القطع الثانوية Sup Plot Error {BC+B(VxC)}	48 (16)	2.7252	0.0568		

a- قيم F الجدولية هي بدرجات الحرية في الأقواس.

قيم F واختبار المتوسطات F Values and Mean Separation

إن الأسهم التي تربط متوسطات المربعات في جدول 3.11 تشير إلى الخطأ الذي يستعمل في حساب نِسب F. قيم F للحشات وللتداخل ما بين الأصناف والحشات (VxC) يفترض أن يكون كبيرا قبل قرار وجود الفروقات الحقيقية، إن الطريقة المعتدلة التي يوصى بها عدد من الإحصائيين هي بأن يتطلب قيم F أكبر للمعنوية، أنه يقترح بأن درجات الحرية لموعد الحش يمكن أن تستعمل لقسمة درجات الحرية للـ C و VxC، وخطأ القطع الثانوية (القيم التي في الأقواس في جدول 3.11). ولاختيار قيم F الجدولية على أساس درجات الحرية الناتجة (تلك التي في جدول 3.11 مع حرف a صغير فوق الأرقام). إذا أخذنا بنظر الاعتبار قيمة أكبر لـ F للحشات فإن هناك شك بسيط بأن هناك فروقات حقيقية ما بين تأثيرات المتوسطات لمواعيد الحش، أنه لا يوجد دليل على وجود تداخل حقيقي لـ VxC. لاحظ بأن معظم الاختلافات ما بين الأصناف يكون ناشئ عن V1 + 2 مقابل V3 + 4 وأن قيمة F تلك لهذه المقارنة تقريبا معنوية على مستوى احتمال 5٪.

الأخطاء القياسية Standard errors:

إن الأخطاء القياسية المستعملة في اختيار أقل فرق معنوي (LSD) ولاختيار متعدد الحدود هي نفسها لتصميم القطع المنشقة الاعتيادي بالنسبة إلى تأثيرات المتوسطات للعامل المخصص للقطع الرئيسية (في هذه الحالة الأصناف)، ولكنها تختلف عن القطع المنشقة للمتوسطات الخاصة بالمشاهدات المكررة (مواعيد الحش) والتداخل ما بين القطع الرئيسية × المشاهدات المكررة (VxC). في المناقشة التالية، فإننا سنتبع بدرجة أكبر أو أقل الطريقة الإحصائية المذكورة بواسطة Steel and Torrie (1960).

من أجل مراجعة استخدام الخطأ القياسي في حسابات LSD أو اختبار دنكن متعدد الحدود، انظر الفصل السادس، باختصار: $Lsd = t\ S_{\bar{d}}\ ,\ D = R(LSD)$

1- مقارنة متوسطين لـ A , V2 – V1

أ- على أساس بكل حشة:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(MP\ error)}{bc}}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(0.1864)}{5(4)}} = 0.1363$$

$LSD_{.05} = 2.179\ (0.1363) = 0.30$ طن / ايكر

ب- على أساس الموسم:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2C(MP\ error)}{b}}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(4)(0.1864)}{5}} = 0.5461$$

$LSD = 2.179\ (0.5461) = 1.19$ طن / ايكر

2- مقارنة متوسطين لـ B , C2 – C1:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(SP\ error)}{bv}}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(0.0568)}{5(5)}} = 0.075$$

$LSD_{.05} = 2.120\ (0.0754) = 0.16$ طن / ايكر

حيث أن $t_{.05}$ تكون بـ 16 درجة حرية.

3- مقارنة متوسطين لـ A لنفس مستوى B ‏, V2C1 – V1C1

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(Ei)}{b}}$$

حيث أن Ei هو خطأ تحليل الحشة المأخوذة بنظر الاعتبار.

لـ C1:
$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(0.0452)}{5}},\ S_{\bar{d}} = 0.1345,$$

LSD = 2.179 (0.1345) = 0.29 طن / ايكر

4- مقارنة متوسطين لـ B لنفس أو لـ A مختلف:

V1C2 – V1C1 أو V2C2 – V1C1:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(E_1 + E_2)}{2b}}$$

حيث أن E1 و E2 هي متوسطات مربعات الخطأ لحشتين ومن ثم إيجاد متوسطهما.

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(0.0452 + 0.0937)}{2(5)}} = 0.1667$$

LSD = 2.179 (0.1667) = 0.36 طن / ايكر

إشراك سنتين أو أكثر Combining Two or More Years

بالإضافة إلى تحليل سلوك الأصناف في كل سنة غالباً ما يرغب الباحث في سلوك الصنف على طول سلسلة من السنين والتداخل المحتمل للأصناف مع السنين. نتائج عدة سنين، تتضمن عدة حشات كل سنة، قد تجمع سوية كتحليل القطع المنشقة — المنشقة على أساس أن الأصناف تكون كقطع رئيسية، السنين كقطع ثانوية، والحشات كقطع تحت ثانوية، على أية حال، فإن تداخل الأصناف × السنين × الحشات عادة لا يكون ذو أهمية رئيسية، إن التحليل الموسمي زائدا تحليل مجاميع القطع الكاملة السنوية على طول سلسلة من السنين كلها تكون مطلوبة لعمل القرارات عن الصنف الملائم.

لتوضيح الطريقة الإحصائية في المجموع السنوي لحاصل قطع الأصناف على مدى فترة من السنين، فإننا سوف نستعمل البيانات من سنتين فقط، إن الطريقة الإحصائية هي نفسها كما تحليل الحشات ضمن السنة. جدول 4.11 يبين البيانات اللازمة، لاحظ بأن مجاميع الصنف × القطاع للسنة الأولى، جدول 1.11 هي بيانات السنة الأولى في جدول 4.11.

التحليل لكل سنة The Analysis for each Year:

إن التحليل الموسمي المطلوب يكون تحليل القطع الرئيسية لجدول 3.11 لكل سنة، حيث أننا الآن نرغب في البيانات بأن تكون على أساس بكل قطعة بكل سنة عن أن تكون على أساس بكل قطعة بكل حشة كما في الجدول 3.11، فإننا نضرب مجموع المربعات في جدول 3.11 بعدد الحشات لإكمال جدول 5.11، بذلك، للسنة الأولى فإن تحليل التباين (ANOVA) لجدول 5.11 يكمل بواسطة:

مجموع مربعات القطاع = (مجموع مربعات القطاع للسنة الأولى) × 4

مجموع مربعات القطاع (SSB) = (1.9386) × 4 = 7.7544

مجموع مربعات الصنف (SSV) = (0.9014) × 4 = 3.6056

مجموع مربعات الخطأ (SS error) = (2.2369) × 4 = 8.9476

تستخدم نفس الطريقة الإحصائية لإكمال الجدول 5.11 للسنة الثانية. لاحظ في السنة الثانية بأنه لا يوجد تأثير معنوي إحصائي للصنف لكل الجزء الرئيسي من الاختلاف ما بين (الأصناف) يرجع إلى المقارنة، الصنف 2+1 مقابل 4+3.

جدول 4.11: عدد أطنان مادة العلف الجافة بكل قطعة رئيسية بكل سنة للسنة 1 و 2. تجربة أصناف الجت. (لاحظ بأن البيانات للسنة الأولى هي نفسها كما موجودة في الجزء السفلي من جدول 1.11)

الصنف	السنة	قطاعات Blocks (j)						
Variety (i)	Year (K)	1	2	3	4	5	Y_{ik}	$\overline{Y}_{ik}$
1	1	9.02	6.98	10.62	9.52	10.96	47.10	9.42
2	1	8.84	9.83	10.06	9.30	9.50	47.53	9.51
3	1	9.74	9.28	11.74	9.71	10.60	51.05	10.21
4	1	11.40	9.93	10.83	9.65	10.18	51.94	10.39
	$Y_{.j1}$	39.00	36.02	43.24	38.18	41.19	$197.64 = Y_{..1}$	
1	2	11.88	11.33	11.81	12.22	10.65	57.89	11.58
2	2	12.15	10.98	12.20	11.30	12.54	59.15	11.33
58.64	11.73	12.92	11.95	12.05	11.88	13.19	61.99	12.40
4	2			11.74	11.62	11.54	12.00	11.74
	$Y_{.j2}$	48.69	45.86	47.60	47.40	48.12	$237.67 = Y_{..2}$	
		Variety x block totals مجموع (الصنف × القطاع)						
		(main plots, Y_{ij}) القطع الرئيسية					$Y_{i..}$	$\overline{Y}_{i..}$
1		20.90	18.31	22.43	21.74	21.64	104.99	10.50
2		20.99	20.79	22.26	20.60	22.04	106.68	10.67
3		22.66	21.23	23.79	21.59	23.79	113.06	11.31
4		23.14	21.55	22.37	21.65	21.87	110.58	11.06
	$Y_{.j.}$	86.69	81.88	90.85	85.58	89.31	$435.31 = Y$	

جدول 5.11: تحليل التباين للحاصل الكلي بكل لوح لكل سنة

Table 5.11
Analyses of variance of total yield per plot for each year

مصادر الاختلاف			Year 1 السنة الأولى		Year 2 السنة الثانية	
Source of Variation		df	SS	MS	SS	MS
Blocks	القطاعات	4	7.7544	1.9386	1.1261	0.2815
Varieties	الأصناف	3	3.6054	2.2018	1.9254	0.6418
1+2 vs. 3+4		1	3.5112	3.5112	0.6444	0.644
1 vs. 2		1	0.0112	0.0184	0.1588	0.1588
3 vs. 4		1	0.0184	0.0756	0.1122	0.1122
Error	الخطأ	12	8.9476	0.7456	3.7462	0.3120

جمع السنين سوية Putting the Years Together

إن تحليل التباين (ANOVA) في جدول 6.11 قد أكمل من البيانات في جدول 4.11 وقد جمع المجموع السنوي للسنتين في حالة مشابهة لجمع الحشات ضمن السنة (جدول 3.11). أن مجموع المربعات قد حصل عليه كما هو مبين أدناه. متوسطات المربعات عبارة عن مجموع المربعات مقسوما على درجات الحرية التابعة لكل منهما.

جدول 6.11: تحليل التباين ANOVA للحاصل الموسمي للسنتين

مصادر الاختلاف Source of Variation	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	قيمة F المحسوبة F	قيمة F الجدولية 5%	1%
القطع الثانوية	39	67.1654				
القطع الرئيسية	19	14.0138				
القطاعات، B	4	6.1058	1.5264			
الأصناف، V	3	4.0323	1.3441	4.16	3.49	5.95
1+2 مقابل 3+4	1	3.5820	3.5820	11.09	4.75	9.33
1 مقابل 2	1	0.1428	0.1428			
3 مقابل 4	1	0.3075	0.3075			
خطأ القطع الرئيسية، VB	12	0.8757	0.3230			
السنين، Y	1	40.0600	40.0600	55.29	4.49	8.53
الأصناف × السنين V x Y	3	1.4985	0.4995			
(V1 + 2 مقابل 3+4) x Y	1	0.5736	0.5736			
(V1 مقابل 2) x Y	1	0.0344	0.0344			
(V3 مقابل 4) x Y	1	0.8904	0.8904			
خطأ القطع الثانوية BY + B (V x Y)	16	11.5931	0.7246			

V = الأصناف، v = 4 , B = القطاعات، b = 5 , Y السنين، y = 2.

معامل التصحيح:

$$C = \frac{\sum Yi^2\, jk}{vby} = \frac{435.312}{4(5)2} = 4737.3699$$

مجموع مربعات القطاعات:

$$SSB = \frac{\sum Yi^2\, j.}{vy} - C = \frac{80.69^2 + ... + 89.31^2}{4(2)} - C = 6.1058$$

مجموع مربعات الأصناف:

$$SSV = \frac{\sum Y^2 i..}{by} - C = \frac{104.99^2 + ... + 110.58^2}{5(2)} - C = 4.0323$$

مجموع مربعات المقارنة (V1 + 2 مقابل 3+4): $SS(V1+2\ vs.\ 3+4)=\dfrac{(\sum C_i\, Y_i..)}{by\sum C_i^2}$

حيث أن C_i هي معاملات المقارنة الفئوية، في هذه الحالة +، 1- .

$$=\frac{(104.99+106.68-113.06-110.58)^2}{5(2)4}=3.5820$$

مجموع مربعات المقارنة (الصنف 1 مقابل 2):

$$SS(V1\ vs.\ V2)=\frac{(104.99-106.68)^2}{5(2)2}=0.1428$$

مجموع مربعات المقارنة (الصنف 3 مقابل 4):

$$SS(V3\ vs.\ V4)=\frac{(113.06-110.58)^2}{5(2)2}=0.0075$$

مجموع مربعات القطع الرئيسية:

$$SS(MP)=\frac{\sum Yi^2 j.}{vb}-C=\frac{20.90^2+...+21.87^2}{4(5)}-C=14.0138$$

مجموع مربعات خطأ القطع الرئيسية:

$$SS(MP)\ -\ SSB\ -\ SS=3.8757$$

مجموع مربعات السنين:

$$SSY=\frac{\sum Y^2..k}{vb}-C=\frac{197.64^2+237.67^2}{4(5)}-C=40.0600$$

مجموع مربعات التداخل (الصنف × السنة):

$$SS(VxY)=\frac{\sum Yi^2.k}{b}-C-SSV-SSY$$
$$=\frac{47.10^2+...+58.64^2}{5}-C-SSV-SSY=1.4985$$

إن مجموع مربعات هذا التداخل قد جزئ مع الانتباه إلى معاملات المقارنة الفئوية المعطاة في الجدول 7.11.

جدول **7.11**: معاملات المقارنات المستقلة لتجزأة التداخل ما بين السنة والصنف

المقارنة	Annual Veriety total مجموع الصنف السنوي							
	V1V1	V2V1	V3Y1	V4Y1	V1Y1	V2Y2	V3Y2	V4Y2
Comparison	47.10	47.53	51.07	51.94	57.89	59.15	61.99	58.64
Y	+	+	+	+	-	-	-	-
V1+2 vs. 3+4	+	+	-	-	+	+	-	-
V1 vs. 2	+	-	0	0	+	-	0	0
V3 vs. 4	0	0	+	-	0	0	+	-
(V1+2 vs. 3+4) x Y	+	+	-	-	-	-	+	+
(V1 vs. 2) x y	+	-	0	0	-	+	0	0
(V3 vs. 4)	0	0	+	-	0	0	-	+

$$SS(V1+2\ vs.\ 3+4)\times Y = \frac{(47.10+47.53-51.07-51.94-57.89-59.15+61.99+58.64)}{5(8)} = 0.5736$$

$$SS\,(V1\ vs.\ V2)\times Y = \frac{(47.10-47.53-57.89+59.15)^2}{5(4)} = 0.0344$$

$$SS(V3\ vs.\ 4)\times Y = \frac{(51.07-51.94-61.99+58.64)^2}{5(4)} = 0.8904$$

مجموع مربعات القطع الثانوية:

$$SS(\ Sub\ Plots\ ) = \frac{\sum Yijk^2}{vby} - C = \frac{9.02^2+...+11.74^2}{4(5\ )2} - C = 67.1654$$

مجموع مربعات خطأ القطع الثانوية:

SS (SP error) = SS (SP) – SS (MP) – SS (Y) – SS (VxY) = 11.5931

تقدر قيم F بقسمة متوسطات المربعات المشار إليها بالأسهم على الخطأ المناسب المشار إليه أسفل الأسهم في جدول 6.11، أنه لا توجد إشارة على وجود تداخل ما بين الأصناف والسنين، لكن قيم F العالية للسنين تشير إلى وجود تأثير حقيقي للسنة بالرغم من الحكمة المشكوك فيها لاستعمال متوسط مربعات الخطأ لعمل اختبار F.

إن حقيقة أن متوسط مربعات خطأ القطع الثانوية أكبر من متوسط مربعات خطأ القطع الرئيسية يضيف مبررا لهذا الاستنتاج.

لاحظ بأنه يوجد شك بسيط بأن الصنف 3 و 4 هما أفضل من 1 و 2، وذلك بسبب أن قيمة F تزيد على القيمة الجدولية لمستوى 1٪. أنه لا يوجد دليل على أن الصنف 2 هو حقيقة أفضل من 1 أو أن الصنف 3 هو أفضل من 4.

الأخطاء القياسية: Standard errors

إن حسابات الأخطاء القياسية هي مماثلة لتلك للتحليل الموسمي. أن الأخطاء القياسية واختبارات أقل فرق معنوي (LSD) ذات العلاقة بالتأثيرات المعنوية لهذا التحليل قد أعطيت أدناه:

1- مقارنة متوسطي صنفين:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(MP\ error)}{by}}$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2\,(0.3230)}{5\,(2)}} = 0.2542 \quad LSD = 2.179\,(0.2542) = 0.55$$

2- مقارنة الصنف 1 و 2 مقابل 3 و 4:

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2(MP\ error)}{by^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\,(0.3230)}{5\,(2)2}} = 0.1797 \quad LSD = 2.179\,(0.1797) = 0.39$$

عند حساب الأخطاء القياسية، فإن القاعدة التي تتبع هي أن المقام يجب أن يساوي عدد الأصناف الداخلة في حساب المتوسطات التي تقارن، بذلك، فإن 2 توضع في المقام وذلك بسبب أننا نقارن متوسط الصنفين 1 و2 مع متوسط الصنفين 3 و 4.

الخلاصة Summary

المعاينة الدورية للقطع الرئيسية من أجل الحاصل، حشات متكررة من قطع الصنف المعمر، جني الثمار المتكرر من نفس الأشجار، أو المعاينة المتكررة لقطع التربة على إحدى وقت من الزمن من أجل المحتوى من العناصر غالبا ما تحلل كتصميم قطع منشقة، إن تحليل البيانات هو كما في القطع المنشقة، ولكن هناك حذرا ينتبه إليه عند استنتاج بأنه يوجد تأثيرات حقيقية للمشاهدات المكررة وتداخلاتها مع معاملات القطعة الرئيسية والتي تكن قيم F عالية.

الفصل الثاني عشر

12

التحويلات
Transformation

- الافتراضات حول تحليل التباين.
- الاستواء.
- تجانس التباينات.
- استقلالية المتوسطات والتباينات.
- التجميعية.
- اختبارات خرق الافتراضات.
- التحويل اللوغاريتمي.
- التحويل باستخدام الجذر التربيعي.
- التحويل الزاوي.
- مقاييس التحويل المسبق.
- الخلاصة.

الفصل الثاني عشر

التحويلات

(ماذا يجب أن نعمل عندما تنقض البيانات القوانين)

Transformations
(What to do When Data Break The Rules)

إن العاملين في مجال الأبحاث الراغبين في تعلم (طريقة إجراء) تنفيذ تحليل التباين بدون أن يحاولوا تعلم وتفهم القوانين الأساسية، فإنهم قد يواجهوا مشاكل مهمة. سواء كانوا يدركوا ذلك أم لا، فإنهم يعملوا افتراضات معينة عن البيانات عندما يقوموا بإجراء تحليل التباين إذا لم تتطابق البيانات مع هذه الافتراضات، فإن مثل ذلك التحليل قد يسبب للباحثين التوصل إلى استنتاجات ليس لها ما يبررها. قد يهملوا استنتاجات مهمة ربما يمكن التوصل إليها إذا تم تحليل البيانات بشكل ملائم.

الافتراضات حول تحليل التباين Assumptions of the Analysis of Variance

إن الافتراضات التي على أساسها يتم إجراء تحليل التباين هي بالاختصار كما يلي:

1- أن الأخطاء توزع عشوائياً، وبصورة مستقلة وبصورة طبيعية.

2- أن تباينات عينات مختلفة يكون متجانساً.

3- ليس هناك علاقة بين التباينات والمتوسطات التابعة لعينات مختلفة.

4- أن التأثيرات الرئيسية تعتبر إضافية Additive.

الاستواء أو الاعتدال Normality

لحسن الحظ فإن الانحراف عن افتراض الاعتدال لا يؤثر على صلاحية نتائج تحليل التباين بشكل كبير ومهم. يوجد هناك اختبار للاعتدال، لكن تكون نوعما غير مهمة كثيرا لتنفيذها ما لم يكون عدد العينات التي نتعامل معها نوعما كبيرة. أن الاستقلالية تتضمن بأنه لا يوجد علاقة بين حجم الخطأ والمجاميع التجريبية التي تقود إليه. بما أن القطع المتجاورة في الحقل تميل لأن تكون ذات علاقة أكبر فيما بينها من تلك القطع العشوائية المتناثرة فإنه يكون مهما بأن نتجنب بأن يكون لدينا كل القطع المستعملة معاملة معينة وتشغل الأماكن المتجاورة في الحقل. أن هذا هو أحد الأسباب الرئيسية للإلحاح بعدم تقسمة القطعة التي تستلم معاملة معينة إلى قطعة ثانوية، ويشار إلى هذه على أنها قطاعات. إن أفضل تأمين ضد

الخرق الخطير للافتراض الأول لتحليل التباين يكون بتنفيذ العشوائية المناسبة للتصميم التجريبي الذي نستعمله.

تجانس التباينات Homogenity of Variances:

إن أول ذكر لتحليل التباين (الفصل الثالث)، تعامل مع مثال بسيط بمعاملتين كل منها مكررة خمسة مرات. يجب أن تلاحظ بأنه قد افترضنا بأن كلا التباينات في كل معاملة تعتبران قيمتين تقديريتين لنفس التباين العام، بعد ذلك ارتأينا أن هناك مبررا باستعمال متوسط التباين كأفضل تقدير لـ δ^2 من كل منهما لوحده. بالمقابل، فإن في الفصل الرابع، استخدمنا (متوسط مربعات الخطأ المحسوب كمعدل) أو متوسط أربعة تباينات لكي يعطينا أفضل تقدير للتباين العام. إذا كانت التباينات ضمن معاملات مختلفة، والتي تكون في قيم مختلفة، فإنه ليس هناك ما يبرر لنا بيان متوسط لها. افترض، كمثال، بأن التكرارات في المعاملتين كانت اعتياديا مسحوبة عشوائيا من مجتمعات بتباينات كبيرة، بينما تلك للمعاملتين الأخريتين كانتا من مجتمعات بتباينات أصغر بكثير. أنه سوف يكون من المعقول بأن الاختلاف المطلوب لغرض المعنوية سيكون أكبر للمعاملات ذات التباين الكبير من تلك الاثنين ذات التباين الأقل، بأخذ معدل التباينين الصغير والكبير سوف يعني نتائج مضللة. إن الفرق ما بين المعاملتين ذات التباين الكبير قد يظهر المعنوية عندما، في الحقيقة، ممكن بالسهولة أن تظهر بالصدفة، من ناحية أخرى، فإن الفرق ما بين المعاملتين بتباينات صغيرة قد تظهر عدم المعنوية، عندما في الحقيقة، تكون الفروقات حقيقية. إن البيانات التالية من تجربة مفترضة بأربعة معاملات، كل منها قد كرر خمسة مرات، وأنها سوف توضح هذه الحالة.

المعاملة Treatment	التكرار Replicate 1	2	3	4	5	المجموع Total	المتوسط Mean	التباين S
A	3	1	5	4	2	15	3	2.5
B	6	8	7	4	5	30	6	2.5
C	12	6	9	3	15	45	9	22.5
D	20	14	11	17	8	70	14	22.5

عند القيام بتحليل التباين بالطريقة الاعتيادية نحصل على:

مصادر الاختلاف Source Of Variation	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	F
Treatments المعاملات	3	330	110	8.8**
Error الخطأ	16	200	12.5	

لاحظ بأن متوسط مربعات الخطأ يكون متوسط التباينات الأربعة المفردة ضمن المعاملات. قيمة F هي عالية المعنوية، ودعنا الآن نحسب قيمة LSD:

$$LSD_{.05} = t\sqrt{2\ EMS / r}$$

حيث أن EMS = متوسط مربعات الخطأ

r = عدد التكرارات

$$= 2.12\sqrt{5} = 4.74$$

بما أن الفرق بين متوسط المعاملة A و B هو فقط 3، فإننا نستنتج بأنه لم يكن معنوياً. أن الفرق بين متوسط المعاملة C و D هو 5، وأن هذا يكون معنويا على مستوى احتمال 5٪، نحن نلاحظ، على أية حال، بأن تبايني C و D هو أكبر من تبايني A و B بتسعة مرات. أن الافتراض بأن التباينات هي متجانسة يكون متعرضا لاعتباره مشكوكا فيه. أنه بعد ذلك يكون معقولا أكثر لتحليل A و B بصورة منفصلة عن C و D.

أن تحليل A و B يكون:

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	F
Treatments	المعاملات	1	22.5	22.5	9*
Error	الخطأ	8	20.0	2.5	

ولـ C و D يكون:

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	F
Treatments	المعاملات	1	62.5	62.5	2.78(ns)
Error	الخطأ	8	180	22.5	

نحن الآن قد توصلنا إلى استنتاج عكس تماماً عن الفرق ما بين A و B وما بين C و D. في الآخر سوف يتبين كيف نختبر البيانات عن تجارب لتباينات، فيما يتعلق بماذا يمكن أن نفعل عندما تواجهنا بيانات يكون فيها التباينات غير متجانسة، فإنه يوجد عدة طرق يمكن اتباعها.

أولاً: يمكننا أن نفصل البيانات إلى مجاميع حيث تكون التباينات في كل مجموعة متجانسة. بعد ذلك فإن كل مجموعة يمكن أن تحلل بصورة منفصلة كما عملنا ذلك في المثال أعلاه.

ثانياً: يمكننا استعمال طريقة مشروحة بشيء من التفصيل في مصادرٍ إحصائية أخرى، والتي تتضمن طريقة إحصائية معقدة نوعما عن وزن المتوسطات استنادا إلى تبايناتها.

ثالثاً: ربما يمكننا تحويل البيانات بطريقة ما بحيث يمكن أن تجعلها متجانسة. سوف تشرح هذه الطريقة بعد ذلك في هذا الفصل.

استقلالية المتوسطات والتباينات Independence of Means and Variances

في بعض البيانات، فإنه يوجد علاقة محددة بين المتوسطات، تبايناتها، أن هذه هي حالة خاصةٍ أنها أكبر سبب عام لعدم تجانس التباين، لارتباط الموجب بين المتوسطات والتباينات غالبا ما يحصل عليه عندما يكون هناك مدى واسع من متوسطات العينات.

افترض، كمثال، أن أحد الباحثين قد قام باختبار تأثيرات عدد من مبيدات الحشرات على المن وتسببت الفعالية بحساب عدد حشرات المن بكل ورقة بعد عملية الرش. إذا كان متوسط معاملتين نوعما غير فعالتين 305 و 315، فإنه من الطبيعي سيتردد في أن يعلق أهمية كبيرة على هذا الفرق، من ناحية أخرى، إذا كانت متوسطات معاملتين أخريتين 5 و 15، فإنه ربما يميل إلى الشعور بأن هذا الفرق ممكن تقديره، بالانطباع في الذهن الحقيقة بأن أحد هذين المتوسطين أكبر من الآخر ثلاث مرات، تحت الافتراض بأن التباينات متجانسة وليس لها علاقة بالمتوسطات، فإنه سوف يعلق أهمية كبيرة على الفرق بين 305 و 315 كما هو ذلك بين 5 و 15، للفرق الحقيقي الذي يكون متساويا في كلا الحالتين. أنه يكون من الممكن من أن عنده شعور صعب بأن هناك خطأ ما. أنه يفحص عينات مختلفة فإنه غالبا ما تظهر، في العموم بأن العينات ذات المتوسطات العالية فإن لها تباينات عالية أيضا وأن تلك التي متوسطاتها واطئة فإنه سوف يكون لها تباينات صغيرة أيضا. لذلك فإن الافتراض بأن المتوسطات والتباينات ليس بينهما علاقة سوف يكون خاطئ، وأن تحليل التباين الاعتيادي للبيانات الأصلية ليس لها فائدة.

دعنا نأخذ مثال أكثر تطرفاً، بعض الباحثين يرغبوا باختبار تأثير فيتامين جديد على أوزان الحيوانات. أنهم يرغبوا بأن يتضمن اختبارهم مدى واسع من الحيوانات، لذلك فإنهم يختاروا الفئران، الدجاج، والأغنام، الرأي البديهي يذكر لنا بأن الفرق بمقدار نصف باوند في متوسط أوزان مجموعتين من الأغنام يمكن إهماله، ومن السهولة أن يعزى إلى الصدفة، أن الفرق بنصف باوند في متوسط أوزان مجموعتين من الدجاج سوف يعتبر كبيرا جدا. ولكن ليس وراء نطاق حقل الإحتمالية، أن الفرق بنصف باوند في متوسط أوزان مجموعتين من الفئران سوف يبدو وكأنه شيء خيالي تماما، اعترافا فإن هذا المثال غالبا ما يكون متطرفا ومضحكا ولكن يؤكد النقطة بأن افتراض استقلالية التباينات والمتوسطات لا يمكن قبولها على نحو أعمى، سوف نتفحص البيانات وإذا كان ضروريا اختبار مدى صلاحية الافتراض قبل أن نكمل تحليل التباين.

أنواع أخرى من البيانات غالباً ما تبدي علاقة ما بين التباينات والمتوسطات هي البيانات المبنية على أساس العد والبيانات التي تتألف من أجزاء أو نسب مئوية. الآن، افترض بأنه وجدنا بأن هناك علاقة ما بين التباينات والمتوسطات. هل هذا هو المتوسط الذي أجبرناه ليسلم لتحليل التباين كطريقة لتحليل البيانات؟ لحسن الحظ، أنه على الأغلب ليس هي الحالة. نحن نستطيع باستمرار تحويل البيانات بطريقة ما بحيث أن افتراض الاستقلالية بين

التباينات والمتوسطات سوف يكون فعالا. بعد ذلك نستطيع أن نكمل مع تحليل التباين مع البيانات المحولة.

التجميعية: Additivity

لكل تصميم تجريبي فإن هناك نموذج رياضي Mathmatical Model يسمى بالنموذج الخطي الإضافي (الجمعي). للتصميم العشوائي الكامل، فإن هذا النموذج يكون: $Y_i = \overline{Y} + t_i + e_i$, والذي يشير إلى أن قيمة أي وحدة تجريبية هي مكونة من المتوسط العام زائدا تأثير المعاملة زائدا تأثير الخطأ. أن النموذج المماثل لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة يكون: $Y_{ij} = \overline{Y} + t_i + bj + e_{ij}$ والذي يشير إلى أن قيمة أي وحدة تجريبية هي عبارة عن المتوسط العام زائدا تأثير المعاملة زائدا تأثير القطاع زائد تأثير الخطأ. إن الشيء المهم في هذه النماذج هو أن الحدود تضاف إلى بعضها، إذن المصطلح التجميعية Additivity.

أن نموذج القطاعات العشوائية الكاملة، كمثال، يتضمن بأن تأثير المعاملات يكون نفسه لجميع القطاعات، وأن تأثير القطاع يكون نفسه لجميع المعاملات. بمعنى آخر. إذا وجدت المعاملة بأنها تزيد الحاصل كمية متوسطة معينة أعلى من المتوسط العام. فإنه يفترض بأن يكون نفس هذا التأثير في القطاع العالي الحاصل كما في القطاع الواطئ الحاصل.

يمكن لشخص ما أن يفكر في عدة حالات يكون فيها هذا الافتراض غير صحيح، كمثال، في أحد التجارب لاختبار تأثير النتروجين على الحاصل، فإن بعض القطاعات قد تعطي حاصلا أقل من الأخرى بسبب مستوى النتروجين الطبيعي المنخفض في التربة. أنه قد تقبل بالقطع في بعض القطاعات بأن تستفاد أكثر من النتروجين المضاف من القطع في القطاعات حيث أن تجهيز النتروجين الطبيعي فيها يكون أصلا كافيا، من ناحية أخرى، افترض بأن الحاصل الواطئ كان بسبب التجهيز غير الكافئ من الرطوبة، بعد ذلك يمكننا أن نتوقع بأن النتروجين المضاف سوف لا يعمل جيدا في هذه القاطاعات المنخفضة الحاصل ولكن ينتج زيادة مقبولة في الحاصل في القطاعات التي فيها كمية كافية من الماء. حالة أخرى قد يكون فيها تأثير المعاملة هو لزيادة الحاصل بنسبة مئوية أو بنسبة معينة. أن هذه ترجع إلى تأثير المعاملة المضاعف في أي من الحالات أعلاه، فإن افتراض التجميعية سوف يكون غير صحيحا، وأن هذه الحقيقة يجب إدراكها في تحليل البيانات، في حالة تأثيرات المعاملة المضاعف، فإنه يكون هناك ثانية تحويلات التي سوف تغير البيانات لتطابق النموذج الإضافي.

الاختبارات خرق الافتراضات Tests for Violations of the Aassumptions

نحن الآن على استعداد لنعطي أمثلة معينة للبيانات التي تفشل بأن تتطابق مع واحد أو أكثر من افتراضات تحليل التباين. سنوضح كيف نختبر هذه الافتراضات والطرق التي يتم فيها تحويل البيانات وبذلك سوف تطابق. جدول 1.12 يبين بعض البيانات الافتراضية التي

يمكن الحصول عليها من أحد التجارب كالتي تم شرحها مؤخراً، والتي تتعامل مع تأثيرات الفيتامين الجديد على الفئران، الدجاج، والأغنام.

جدول 1.12: الأوزان، بالباونات، للحيوانات المعاملة بالفيتامين وحيوانات المقارنة في تجربة بتصميم القطاعات العشوائية الكاملة

المعاملة Treatment	Block القطاع I	II	III	IV	المجموع Total	المتوسط Mean
فأر – كمقارنة	0.18	0.30	0.44	0.44	1.2	0.3
فأر – فيتامين	0.32	0.40	0.42	0.46	1.6	0.4
المجاميع الثانوية	0.50	0.70	0.70	0.90	2.8	0.35
دجاج – كمقارنة	2.0	3.0	1.8	2.8	9.6	2.40
دجاج – فيتامين	2.5	3.3	2.5	3.3	11.6	2.90
المجاميع الثانوية	4.5	6.3	4.3	6.1	21.2	2.65
أغنام – كمقارنة	108.0	140.0	135.0	165.0	548.0	137.0
أغنام – فيتامين	127.0	153.0	148.0	176.0	604.0	151.0
المجاميع الثانوية	238.0	293.0	283.0	341.0	1152.0	144.0
المجاميع الكلية	.240	300.0	288.0	348.0	1176.0	49.0

إن تحليل البيانات بواسطة الطرق المشروحة في الفصل الخامس والسادس ينتج عنها تحليل التبيان أدناه:

النوع Species	مصادر الاختلاف Source of Var.	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	القسمة المحسوبة F
Mice الفئران	Blocks القطاعات	3	0.0400	0.0133	8.31
	الفيتامينات .V	1	0.0200	0.0200	12.50*
	Error الخطأ	3	0.0048	0.0016	
Chicken الدجاج	Blocks القطاعات	3	1.64	0.547	41.00**
	الفيتامينات .V	1	0.50	0.500	37.50**
	Error الخطأ	3	0.04	0.013	
Sheep الأغنام	Blocks القطاعات	3	2834.0	944.7	157.4**
	الفيتامينات .V	1	392.0	392.0	66.3**
	Error الخطأ	3	18.0	6.0	

أن الفرق المعنوي العالي ما بين الأنواع لن يدهشنا تماماً. أنه يبدو غريباً بأننا لم نحصل على فرق معنوي نتيجةٍ استخدام الفيتامين، خاصة بأن كل حيوان في كل قطاع قد استلم الفيتامين قد أعطى وزنا عاليا مقارنة بالحيوان المماثل غير المعامل، أنه يبدو غريبا أيضا بأنه لم نحصل على دليل لوجود التداخل ما بين تأثيرات الفيتامين والأنواع. بالرغم من أن الاستجابة الأولية للفيتامين تكون مختلفة جدا في الأنواع المختلفة إذا قبلنا هذا التحليل كما في القيم التي حملناها، فإنه سوف نستنتج بأن هذه التجربة كانت من الناحية العملية ضعيفة كلية. أنه يبدو لنا بأن نتعلم بأن هل أن الفئران، الدجاج والأغنام مختلفة في الوزن. حتى هنا. إذا قمنا بتجزأة تأثير الأنواع إلى مقارنتين، أحدهما مقارنة الأغنام مع الدجاج والفئران. والأخرى مقارنة الدجاج مع الفئران، نجد بأننا لم نستطيع حتى تبيان الفرق المعنوي ما بين الدجاج والفئران.

دعنا نرى البيانات مع الافتراضات الخاصة بتحليل التباين التي في ذهننا ونرى كل ما يمكن عمله إذا كانت بعض الافتراضات أثبتت خاطئة.

أولاً: يمكننا تفحص الأخطاء لنرى فيما إذا كانت عشوائية مستقلة، وموزعة توزيعاً طبيعيا. لعمل هذا فإننا نزيل المتوسط العام، تأثيرات المعاملات، وتأثيرات القطاع من كل خلية في الجدول كما فعلنا في الفصل الخامس. هذا يعطي جدولاً بالأخطاء. جدول 2.12.

جدول 2.12: مكونات الخطأ في تجربة الفيتامين

المعاملة	القطاع Block				المجموع
Treatment	I	II	III	IV	Total
فأر — كمقارنة	8.88	-1.00	0.98	-8.86	0
فأر — فيتامين	8.92	-1.00	1.02	-8.94	0
دجاج — كمقارنة	8.62	-0.40	0.40	-8.60	0
دجاج — فيتامين	8.60	-0.60	0.60	-8.60	0
أغنام — كمقارنة	-20.00	2.00	-1.00	19.00	0
أغنام — فيتامين	-15.00	1.00	-2.00	16.00	0
المجموع	0	0	0	0	0

إن هذه الأخطاء بالتأكيد لا تظهر بأنها موزعة طبيعياً، أنها تماماً غير مستقلة، بسبب أنه في كل قطاع فإن الأخطاء لكل عضوين من كل نوع بينهما علاقة قوية، وأخيرا فإن توزيعها يبدو مشتتا عن الطبيعي، طالما أنه يوجد نموذجين فئويين واحد بين 8.5 و 9.0 والآخر بين 8.5- و 9.0- . أن الافتراض الأول لتحليل التباين لم يكن صحيحا بشكل جيد تحت التفحص الدقيق.

جدول 3.12: التباينات ولوغارتماتها للمجاميع في تجربة الفيتامين

المعاملة Treatment	درجات الحرية df	التباين Si²	11.5 Coded S3.5i²	لوغاريتم التباين بالشفرة Log Coded Si²
الفئران – كمقارنة	3	0.0115	11.5	1.06
الفئران – فيتامين	3	0.0035	3.5	0.54
الدجاج – كمقارنة	3	0.3467	346.7	2.54
الدجاج – فيتامين	3	0.2133	213.3	2.33
أغنام – كمقارنة	3	546.0	546000.	5.74
أغنام – فيتامين	3	425.3	425300.	5.63
المجاميع Totals	18		161979.	17.84
المتوسط Mean			5.209	
لوغاريتم المتوسط Long Mean				

بعد ذلك، نختبر افتراض تجانس التباينات. لعمل هذا، فإننا نحتاج لتعلم اختباراً يعرف باختبار بارتلت لتجانس التباينات Bartletts Test for Homogeneity of variances.

أولاً: نحتاج لحساب التباين ما بين القطاعات الأربعة لكل توافق معاملة. أنه للفئران غير المعاملة (كمقارنة) سيكون:

$$\frac{0.18^2+0.30^2+0.28^2+0.44^2-(1.2^2/4)}{b-1}$$

حيث أن b= عدد القطاعات.

بعد إجراء حسابات كل تباين، فإنها تبين في جدول 3.12.

أن الغرض من إجراء الشفرة Coding للتباينات هو لتجنب قيمة اللوغاريتم السالب.

نستطيع أن نضرب التباينات في أي قيمة ثابتة نختارها دون أن نغير من الاختبار. أنه يفضل أن تكون جميع القيم ذات الشفرة 1 أو أكثر، لذلك فإنه يتم شفر القيم بضرب قيمة كل S^2 بـ 1000. أنه أسهل باستعمال اللوغاريتم الاعتيادي، رقمين صحيحين في الجزء العشري من اللوغاريتم عادة ما يكون كافيا. إن متوسط التباينات المشفورة يحصل عليها بقسمة المجموع الكلي على عدد العينان، وأن لوغاريتم هذا المتوسط يدخل.

أن المعادلة العامة للعينات ذات الأحجام غير المتساوية تكون:

$$\chi^2 = 2.3026(Log\ S^2 \times \sum df) - (df \times \log\ S^2 i)$$

عندما تكون كل العينات بنفس الحجم، كما في مثالنا، فإن هذا يختصر إلى:

$$\begin{aligned}\chi^2 &= 2.3026\ \ df(n\ \ Log\ \ S^{-2} - LOG\ \ S^2 i)\\ &= 2.3026\,(3)\{6\,(5.209) - 17.84)\}\\ &= 92.66\end{aligned}$$

أن المعامل 2.3026 في هذه المعادلات هو معامل تحويل اللوغاريتم العام إلى اللوغاريتم الاعتيادي n = عدد العينات، df = درجات الحرية بكل عينة، أن مربع كاي غير المعدل يجب أن يعدل بالقسمة على معامل التصحيح C. عندما يكون أحجام العينات غير متساوي، فإن القانون المطلوب:

$$C = 1 + \frac{1}{3(n-1)}(\sum \frac{1}{df} - \frac{1}{\sum df})$$

مع العينات ذات الأحجام المتساوية، فإن المعادلة تختصر إلى:

$$C = 1 + \frac{(n+1)}{3\,n(df)}$$

في مثالنا:

$$C = 1 + \frac{\quad}{3(6)(3)} = 1.13$$

ثم بعد ذلك، فإن قيمة مربع كاي (χ^2) المعدلة=

$$82.00 = \frac{92.66}{1.13} = \frac{\text{قيمة } X^2 \text{ غير المعدلة}}{C}$$

الآن، نرجع إلى قيمة مربع كاي في جدول A.6 تحت درجة حرية 5 (عدد العينات ناقص واحد)، ونجد أن القيمة 82 تزيد كثيرا عن القيمة الجدولية عند مستوى احتمال 1٪ (20.517) الدليل على أن التباينات مختلفة تكون عندئذ مقنعة تماما.

أن الافتراض التالي المطلوب اختباره هو الاستقلالية ما بين المتوسطات والتباينات، لمحة سريعة على البيانات تكون كافية لإقناعنا بأن هذا الافتراض يكون بالتأكيد غير صحيحا بسبب أن المتوسطات العالية لها تباينات عالية وأن المتوسطات الواطئة لها تباينات واطئة جدا.

السؤال المهم المطلوب الإجابة عنه، كي نقرر أي نوع تحويل يستعمل، هو هل أن التباينات أو الانحرافات القياسية تكون أكثر تناسبا مع المتوسطات، نحن نبين جدول بالنسب كما هو موضح في جدول 4.12.

جدول 4.12: نسب التباينات والانحرافات القياسية إلى المتوسطات في تجربة الفيتامين

المعاملة Treatment	المتوسط $\overline{Y}$	التباين S^2i	الانحراف القياسي Si	$S^2i/\overline{Y}$	$Si/\overline{Y}$
الفئران — كمقارنة M-C	0.3	0.01147	0.107	0.04	0.36
الفئران — فيتامين M-V	0.4	0.00347	0.059	0.01	0.15
الدجاج — مقارنة C-C	2.4	0.34670	0.589	0.14	0.24
الدجاج — فيتامين C-V	2.9	0.21330	0.462	0.07	0.16
الأغنام — مقارنة S-C	137.0	546.0	23.361	3.98	0.17
الأغنام — فيتامين S-V	151.0	425.3	20.624	2.82	0.14

نلاحظ بأن نسب التباينات إلى المتوسطات تزداد بصورة ملحوظة مع المتوسطات بينما النسبة ما بين الانحرافاتٍ القياسية إلى المتوسطات تبقى ثابتة نسبيا. (بعبارة أخرى، الانحرافات القياسية تقريبا تتناسب إلى المتوسطات).

عرضياً، إذا كانت التباينات والمتوسطات ليس بينهما علاقة، فإن كل من هذه النسب يتوقع أن تقل كلما ازدادت المتوسطات.

إن الافتراض الأخير المطلوبٍ اختباره هو التجميعية، تحت هذا الافتراض فإننا نتوقع بأن تأثيرات القطاعات تكون تقريبا متشابهة لجميع المعاملات، من جدول 1.12 فإننا نرى بأن متوسط الفرق بين القطاع 1 والقطاع 4 كان 18 باوند. على أي حال، فإن متوسط الفروقات بين هذين القطاعين في حالة الفئران، الدجاج والأغنام كانت 0.2 و 0.8 و53.0 باوند على التوالي.

أنٍ الاختبار الأساسي للتجميعية يسمى باختبار توكي Tukeys Test، هذا الاختبار يعتبر مناسبا لأي تصنيف ذو اتجاهين مثل تجربة القطاعات العشوائية الكاملة والتي فيها تصنف البيانات بواسطة القطاعات والمعاملات.

نحن نحتاج إلى جدول مثل جدول 5.12، الذي يحتوي على البيانات الأساسية من جدول 1.12 مع تأثيرات القطاعات والمعاملات المحسوبة في الحواف.

لاحظ بأن مجموع كل من تأثير القطاعات وتأثير المعاملات ينجمع إلى الصفر. كي ننفذ اختبار التجميعية فإننا نحتاج لحساب:

$$Q = \sum Yij\,(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)\,(\overline{Y}i.j - \overline{Y}..)$$

والذي يبين بأننا نضرب كل خلية في الجدول بما يقابلها من تأثير المعاملات والقطاعات ونجد مجموع ناتج الضرب.

في مثالنا:

Q = 0.18 (-48.7) (-9.0) + ….+176.0 (102.0) (9.0) = 90,140.56

جدول 5.12: حساب تأثيرات القطاعات والمعاملات

المعاملة	Block			القطاع	المتوسط	تأثير المعاملة
Treatment	I	II	III	IV	$(\overline{Y}i.)$	$Yi. - \overline{Y}..$
الفئران — مقارنة	0.18	0.30	0.28	0.44	0.3	-48.7
الفئران — فيتامين	0.32	0.40	0.42	0.46	0.4	-48.6
الدجاج — مقارنة	2.00	3.00	1.80	2.80	2.4	-46.6
الدجاج — فيتامين	2.50	3.30	2.50	3.30	2.9	-46.1
الأغنام — مقارنة	108.0	140.0	135.0	165.0	137.0	88.0
الأغنام — فيتامين	127.0	153.0	148.0	176.0	151.0	102.0
Mean المتوسط	40.0	50.0	48.0	58.0	49.0	
$\overline{Y}.j - \overline{Y}..$	-9.0	1.0	-1.0	9.0		

أن مجموع مربعات عدم التجميعية توجد بعد ذلك كما يلي:

SS (non additivity) = :(مجموع مربعات عدد التجميعية)

$$\frac{(\text{مجموع الوحدات التجريبية} \times Q^2)}{(SSTr \times SSB)}$$

حيث أن SSB = مجموع مربعات القطاع

SSTr= مجموع مربعات المعاملات

لتطبيق هذه المعادلة على مثالنا فإنها تعطي:

$$SS(non.addiv.) = \frac{(90140.56^2 \times 24)}{(108713.68 \times 984.} = 1822.94$$

هذا هو جزء من مجموع مربعات القطاع × لمعاملة أو الخطأ، والذي يمكن تجزئته كما يلي:

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	القسمة المحسوبة F
Error (B x Tr)	الخطأ	15	1869.72		
Non additivity	عدم التجميعية	1	1822.94	1822.94	545.79
Residual	المتبقي	14	46.78	3.34	

إن قيمة F الملاحظة (المحسوبة) تزيد كثيراً عن قيمة F المطلوبة (الجدولية) والتي تكون 8.68 على مستوى احتمال 1٪ بدرجات حرية 1 و 14 (من جدول A.3) , ولذلك فإن هناك دليلا قويا بأن افتراض التجميعية يكون غير صحيحا. نحن الآن قمنا بتحقيق جميع الافتراضات الخاصة بتحليل التباين وقد وجدنا بأن بياناتنا غير منطبقة على أي منها أنه لا عجب بأن تحليل التباين يعطي نتائج مخيبة للآمال.

ربما أن الطريقة الأكثر إقناعاً لتحليل هذه البيانات تكون بتحليل بيانات كل نوع بصورة منفصلة. أن التحاليل تكون كما يلي:

أن هذه النتائج بالتأكيد أكثر إقناعاً من تحليل التباين الشامل الرئيسي. أن هذه التحاليل تعتبر فعالة، بسبب أنه ضمن أي نوع فإن البيانات تطابق الافتراضات الأساسية بشكل جيد، أن عيب هذه التحاليل يكون فقط أنها تخبرنا الشيء القليل عن فيما إذا كانت الأنواع المختلفة تستجيب بصورة متشابهة إلى الفيتامينات. ربما يكون هذا سؤالا غير مهما، ومن الناحية العملية فإن الباحث بدون شك سوف يكون مقتنعا بأن يتوقف عند هذه النقطة.

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	القسمة المحسوبة F
Blocks	القطاعات	3	984.00	328.00	2.63
Treatments	المعاملات	5	108 ‎،713.68	21 ‎،742.74	174.43**
Species	النوع	2	108 ‎،321.16	54 ‎،160.58	434.51**
Vitamins	الفيتامين	1	142.11	142.11	1.14
Species x Vitamin	النوع × الفيتامين	2	250.41	125.20	1.00
Error	الخطأ	15	1 ‎،869.72	124.65	

على أي حال، سوف نتبع طرق إحصائية أخرى لتحويل البيانات لنبين النتائج الرائعة التي يمكن التوصيل إليها.

التحويل اللوغاريتمي The Log Transformation:

يجب علينا الآن أن نجيب على السؤال، كيف نحول البيانات، أينما وجدت بيانات حيث الانحرافات القياسية (ليست التباينات) للعينات باختصار. تتناسب مع المتوسطات، فإن التحويل الأكثر فعالية هو التحويل اللوغاريتمي. المعيار الآخر للتقرير عن هذا التحويل هو الدليل عن التأثيرات الرئيسية المضاعفة بدلا من التأثيرات الرئيسية التجميعية. كلا هذين المعيارين تتقابل مع البيانات التي تتعامل معها، وبذلك سوف نحاول تحويل البيانات إلى اللوغاريتمات لنرى ماذا سيحدث.

جدول 6.12: بيانات تجربة الفيتامين المحولة إلى لوغاريتم 10 (Log 10 x)

المعاملة - النوع Species-Treatment	Block I	II	III	القطاع IV	المجموع Total	المتوسط Mean
مقارنة - الفئران	0.26	0.48	0.45	0.64	1.83	0.4575
فيتامين - الفئران	0.51	0.60	0.62	0.66	2.39	0.5975
المجاميع الثانوية	0.77	1.08	1.07	1.30	4.22	0.5275
مقارنة - دجاج	1.30	1.48	1.26	1.45	5.49	1.3725
فيتامين - دجاج	1.40	1.52	1.40	1.52	5.84	1.4600
المجاميع الثانوية	2.70	3.00	2.66	2.97	11.33	1.41625
مقارنة - أغنام	3.03	3.15	3.13	3.22	12.53	3.1325
فيتامين - أغنام	3.10	3.18	3.17	3.26	12.70	3.1750
المجاميع الثانوية	6.13	6.33	6.30	6.47	25.23	3.15375
Totals المجاميع	9.60	10.41	10.03	10.74	40.78	
Mean المتوسط	1.60	1.763	1.672	1.790		1.69917

قبل أن نبدأ، بعض الملاحظات العامة حول تطبيقٍ هذا التحويل. البيانات بالقيم السالبة لا يمكن تحويلها بهذه الطريقة. إذا كانت هناك أصفارا في البيانات، فإننا سنواجه مشكلة وهي أن لوغاريتم صفر يكون ناقص ما لا نهاية، للتغلب على هذه فإنه ينصح بإضافة 1 لكل من البيانات الأقل من واحد قبل التحويل. أن البيانات التي تحتوي على رقم كبير من الأصفار من المحتمل أن تعامل بشكل أفضل بواسطة طرق أخرى. أن اللوغاريتماتٍ لأي أساس يمكن استعمالها. ولكن اللوغاريتمات الاعتيادية (إلى الأساس عشرة)، عموما تكون أسهل. قبل

التحويل، أنه يعتبر صحيحاً بأن نضرب جميع البيانات الأقل من واحد بمقدار ثابت، طالما أن هذا لا يكون له تأثير على التحاليل المتتابعة. أن هذه فكرة جيدة إذا كانت أي من البيانات بأرقام عشرية أقل من واحد، وفي هذه الحالة يمكن تجنب اللوغاريتم السالب.

في البيانات التي نعمل معها، لا يوجد أصفار، ولكن أقل قيمة هي 0.18. ولذلك فإننا نضرب البيانات بواسطة الرقم 10 قبل أن نجد اللوغاريتمات. أن هذا يعطينا جدول من القيم المحولة (جدول 6.12).

أن تحليل التباين يكون:

	مصادر الاختلاف	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	القسمة المحسوبة
	Source Of Variation	df	SS	MS	F
Blocks	القطاعات	3	0.12075	0.04025	13.77**
Treatments	المعاملات	5	28.60738	5.72148	1959.41**
Vitamins	الفيتامينات	1	0.04860	0.04860	16.62**
Species	الأنواع	2	28.54926	14.27463	4883.00**
S x V	الأنواع × الفيتامينات	2	0.00952	0.00476	1.63
Error	الخطأ	15	0.04385	0.00292	

أن هذه بالتأكيد نتيجة أكثر إقناعاً من تحليل البيانات الأصلية بسبب النتائج الموجبة التي حصل عليها، لإنزال لم نحصل على تداخل معنوي ما بين الأنواع والفيتامينات، ولكن الآن نسأل سؤالاً بطريقة أخرى. قبل ذلك نسأل (هل أن مقدار التغيير في الوزن بسبب إضافة الفيتامينات يختلف من نوع إلى نوع؟). والآن نسأل (هل أن جزء أو النسبة المئوية لمقدار التغيير في الوزن بسبب الفيتامينات تختلف من نوع إلى نوع)؟. هل نحصل على نتائج إيجابية أكثر هذه المرة بسبب أننا ببساطة نتلاعب بالأرقام حتى نحصل على النتيجة التي نرغبها؟ للتأكد، فإننا سوف نتفحص افتراضات تحليل التباين مع بيانات جديدة.

كالسابق، فإننا نضع جدولاً بالأخطاء بواسطة شرح المتوسطات، تأثير المعاملات، تأثيرٍ القطاعات من كل خليةٍ بالجدول (جدول 7.12). أن هذه الأخطاء تبدو موزعة عشوائيا بدرجة أكبر وأنها تقريبا موزعة طبيعيا بشكل أكبر من تلك البيانات الأصلية.

جدول 7.12: مكونات الخطأ للبيانات المحولة

المعاملة Treatment		Block I	II	III	القطاع IV
M-C	الفئران — مقارنة	-0.10	-0.01	0.02	0.09
M-V	الفئران — فيتامين	0.01	-0.03	0.05	-0.03
C-C	الدجاج — مقارنة	0.03	0.07	-0.08	-0.01
C-V	الدجاج — فيتامين	0.04	0.02	-0.03	-0.03
S-C	الأغنام — مقارنة	0.00	-0.02	0.02	0.00
S-V	الأغنام — فيتامين	0.02	-0.03	0.02	-0.02

لاختبار تجانس التباين، فإننا ثانية، نقوم بإجراء اختبار بارتليت Bartletts Test من البيانات في جدول 8.12.

$$\chi^2 = 2.3026\ \{(18\times 0.9614)-(3\times 5.11)\} = 4.548$$

كما هو سابقا: c = 1.13

مربع كاي المعدل: $$\chi^2\ adjusted = \frac{4.548}{1.13} = 4.03$$

جدول 8.12: اختبار بارتليت المطبق على البيانات المحولة لتجربة الفيتامين

المعاملة Treatment		المتوسط Mean	التباين Si^2	التباين بالشفرة Coded Si^2	لو. التباين بالشفرة Log Coded Si^2
M – C	الفئران — مقارنة	0.4575	0.0243	24.3	1.39
M - V	الفئران — فيتامين	0.5975	0.0040	4.0	0.60
C - C	الدجاج — مقارنة	1.3725	0.0118	11.8	1.07
C - V	الدجاج — فيتامين	1.4600	0.0048	4.8	0.68
S – C	الأغنام — مقارنة	3.1325	0.0062	6.2	0.79
S - V	الأغنام — فيتامين	3.1750	0.0038	3.8	0.58
Totals	المجاميع			54.9	5.11
Mean	المتوسط			9.15	
Log of Mean	لوغاريتم المتوسط			0.9614	

ووفقاً لقيمة مربع كاي (χ^2) جدول A.6 , فإنها سوف تزيد نتيجة الصدفة بأكثر من 50٪ من المرات. نظرة سريعة على جدول 8.12 يتبين بأنه لا يوجد أي دليل للعلاقة ما بين المتوسطات والتباينات.

ولتنفيذ اختبار التجميعية فإننا سنحسب تأثيرات القطاع والمعاملة في جدول 9.12 للبيانات المحولة تماماً كما عملنا في جدول 5.12 مع البيانات الأصلية.

وكما هو سابقا،

$$Q = \sum Yij(\overline{Y}i. - \overline{Y}..)(\overline{Y}.j - \overline{Y}..)$$
$$= 0.26(-1.24)(-0.10) + ... + 3.25(1.48)(0.09)$$
$$= -0.023768$$

مجموع مربعات عدم التجميعية: SS non additivity =

$$\frac{Q^2 \times \text{مجموع الوحدات التجريبية}}{SSTr \times SSB}$$

$$\frac{-0.023768^2 \times 24}{28.60738 \times 0.12075} = 0.00392$$

جدول 9.12: حسابات تأثيرات القطاع والمعاملة للبيانات المحولة

المعاملة Treatment	القطاع Block I	II	III	IV	المتوسط ($\overline{Y}i.$)	تأثير المعاملة $\overline{Y}i. - \overline{Y}..$
الفئران – مقارنة	0.26	0.048	0.45	0.64	0.46	-1.24
الفئران – فيتامين	0.51	0.60	0.62	0.66	0.60	-1.10
الدجاج – مقارنة	1.30	1.48	1.26	1.45	1.37	-0.33
الدجاج – فيتامين	1.40	1.52	1.40	1.52	1.46	-0.24
الأغنام – مقارنة	3.03	3.15	3.13	3.22	3.13	1.43
الأغنام – فيتامين	3.10	3.18	3.17	3.25	3.18	1.48
Mean المتوسط	1.60	1.74	1.67	1.79	1.70	
$\overline{Y}.j - \overline{Y}..$	-0.10	0.04	-0.03	0.09		

إن مجموع مربعات الخطأ يمكن تجزئته كما يلي:

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	القسمة المحسوبة F
Error	الخطأ	15	0.04385		
non addit.	عدم التجميعية	1	0.00392	0.00392	1.37
Residual	المتبقي	14	0.03993	0.00285	

إن قيمة F لم تصل حتى 10٪ من مستوى المعنوية لـ 1 و 14 درجة حرية (أن قيمة $F_{0.10}$ المطلوبة = 3.10).

نحن الآن نشعر بثقة بأن التحليل الجديد يعتبر صالحاً، وذلك بسبب أن البيانات المحولة طابقت جميع افتراضات تحليل التباين، أنه مع البيانات الأصلية، لم يكن أي من الافتراضات صحيحا.

التحويل باستخدام الجذر التربيعي The Square Root Transformation

كلما نتعامل مع الأشياء المعدودة للأحداث النادرة rare events فإن البيانات تميل لتتبع توزيعا خاصا يسمى توزيع بويسن Poisson distribution بواسطة الأحداث النادرة فإنا نعني بأن أحدا له احتمالية واطئة جدا للظهور في أي فرد. كمثال، افرض أنه في كمية من بذور الخس فإن 0.1٪ من البذور كانت حاملة لمرض الموزائيك الفايروسي. أن احتمالية بأن أي بذرة مفردة تحتوي على الموزائيك بعد ذلك تكون فقد ، $\frac{1}{1000}$ وبذلك بقدر تعلق الأمر بالبذرة المفردة، فإن هذه تكون حادثة نادرة، إذا أخذنا 100 عينة تحتوي كل منها على 1000 بذرة من نفس الكمية، فإننا سنحصل بالتقريب على هذه النتائج:

37 عينة تحتوي على 0 بذرة مصابة

37 عينة تحتوي على 1 بذرة مصابة

18 عينة تحتوي على 2 بذرة مصابة

6 عينات تحتوي على 3 بذور مصابة

2 عينة تحتوي على 4 بذور مصابة

أنه بات واضحاً بأن هذه النتائج تشبه بشكل بسيط جداً التوزيع الطبيعي، أن توزيع بويسن له خصائص مرغوبة — التباين يساوي المتوسط. في النواحي العملية الطبيعية، فإن التباين عموماً يكون أكبر بقدر ما من المتوسط وذلك بسبب عوامل أخرى، بالإضافة إلى اختلافات المعاينة، تؤثر على ظهور الحوادث المحسوبة. في أي نسبة، فإن التباين يميل لأن يتناسب مع المتوسط، بذلك فإنه يخرق الافتراض بأن التباينات والمتوسطات ليس بينهما أي علاقة. مثال آخر على البيانات من هذا النوع قد وجدت مع الحشرات المعدودة، مثل تلك المعمولة من رقم قياسي من الجاذوف بالشبكة. هنا من الصعوبة أن نحدد ماذا نعني بالمشاهدة المفردة. قد نعتبرها مكان مفرد الذي فيه يمكن أن نجد الحشرات. بالجرف بواسطة الشبكة، قد يتم معاينة آلاف من مثل هذه الأماكن ونجد فقط عدد بسيط من الحشرات لذلك فإن احتمالية إيجاد أي حشرة ببقعة معينة مختارة عشوائياً في وقت معين تكون فعلاً حادثة نادرة. أن البيانات من هذا النوع يمكن أن تعمل أقرب إلى الطبيعي وبنفس الوقت فإن التباينات يمكن أن تعمل بصورة مستقلة عن المتوسطات بواسطة تحويلها إلى الجذور التربيعية. اعتياديا فإنه من المفضل لاستعمال $\sqrt{=Y+\frac{1}{2}}$ خاصة إذا كانت تعد بأقل من 10.

جدول 10.12: عدد حشرات لايكس بكل 50 جرفة

المعاملة Treatment	Block I	II	III	القطاع IV	المجموع Total	المتوسط Mean	التباين S^2i
A	7	5	4	1	17	4.25	6.25
B	6	1	2	1	10	2.50	5.67
C	6	2	1	0	9	2.25	6.92
D	0	1	2	0	3	0.75	0.92
E	1	0	1	2	4	1.00	0.67
F	5	14	9	15	43	10.75	21.58
G	8	6	3	6	23	5.75	4.25
H	3	0	5	9	17	4.25	14.25
I	4	10	13	5	32	8.00	18.00
J	6	11	5	2	24	6.00	14.00
K	8	11	2	6	27	6.75	14.25

أن البيانات في جدول 10.12 تبين عدد البق المتحصل عليه من 50 جرفة من كل لوح في تجربة لاختبار 10مبيدات حشرية ومعاملة المقارنة، مكررة 4 مرات في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة.

إن تحليل التباين يكون:

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	القسمة المحسوبة F
Blocks	القطاعات	3	12.25	4.08	0.40
Treatments	المعاملات	10	380.00	38.00	3.70**
Error	الخطأ	30	308.00	10.27	

أن تحويل البيانات بأخذ $\sqrt{=Y+\frac{1}{2}}$ تعطي جدول 11.12.

جدول 11.12: تحويل بيانات حشرة لايكس

المعاملة Treatment	القطاع Block I	II	III	IV	المجموع Total	المتوسط Mean	التباين S^2i
A	2.74	2.35	2.12	1.22	8.43	2.11	0.41
B	2.55	1.22	1.58	1.22	6.57	1.65	0.39
C	2.55	1.58	1.22	0.71	6.06	1.52	0.60
D	0.71	1.22	1.58	0.7	4.22	1.06	0.18
E	1.22	0.71	1.22	1.58	4.73	1.18	0.13
F	2.35	3.81	3.08	3.94	13.18	3.29	0.54
G	2.92	2.55	1.87	2.55	9.89	2.45	0.19
H	1.87	0.71	2.35	3.08	8.01	2.00	0.99
I	2.12	3.24	3.67	2.35	11.38	2.84	0.53
J	2.55	3.39	2.35	1.58	9.87	2.47	0.55
K	2.92	3.39	1.58	2.55	10.44	2.61	0.59

إن تحليل التباين يكون:

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	القسمة المحسوبة F
Blocks	القطاعات	3	0.532	0.177	0.36
Treatments	المعاملات	10	19.993	1.999	4.04**
Error	الخطأ	30	14.841	0.495	

أن التحليلين لا يختلفا كثيراً، طالما أن كليهما قد أظهرا تأثيراً معنوياً عالياً للمعاملات أن قيمة F هي حوالي 10٪ أعلى بعد التحويل. سوف تظهر بعض الفروقات المهمة في فصل المتوسطات كما هو مبين في جدول 12.12.

سوف تلاحظ بأن في البيانات المحولة، G و D , G , E , J , D , J و E قد أظهرت اختلافاً معنوياً في حين لم يتبين ذلك في البيانات الأولية، أن المتوسطات الموزونة المبينة في جدول 12.12 قد حصل عليها بواسطة إعادة التحويل detransforming لمتوسطات البيانات المحولة ثانية إلى الوحدات الأصلية. هذا يعمل بواسطة توزيع المتوسطات المحولة وإنقاص نصف، إن المتوسطات

المتحصل عليها بهذه الطريقة هي أصغر من تلك المتحصل عليها مباشرة من البيانات الأولية وذلك بسبب وزن أكثر قد أعطي إلى التباينات الصغيرة أن تكون كما يجب، طالما في توزيع بويس أن المتغيرات الصغيرة تقاس بخطأ معاينة أقل من تلك الأكبر.

جدول 12.12: اختبار دنكن متعدد الحدود للبيانات الأولية والمحولة (مستوى 5٪)

فصل المتوسطات لـ	المعاملات والمتوسطات										
Mean Separation	D	E	C	B	H	A	G	J	K	I	F
البيانات الأصلية	0.75	1.00	2.25	2.50	4.25	4.25	5.75	6.00	6.75	8.00	10.75
المتوسطات الموزونة للبيانات المحولة	0.62	0.89	1.81	2.22	3.50	3.95	5.50	5.60	6.31	7.57	10.32

أن التأثير العام للتحويل باستخدام الجذر التربيعي يكون بزيادة الدقة التي بها نستطيع قياس الفرق ما بين المتوسطات الصغيرة. إن هذا مرغوب بدرجة كبيرة في أعمال مكافحةٍ الحشرات، طالما أننا بصورة عامة غير راغبين بالفروقات ما بين المعاملات غير الفعالة نسبيا مثلما الحال عند مقارنة المعاملات التي تعطي مقاومة جيدة.

نظرة سريعة على البيانات في الجدولين سوف تبين بأنه قبل التحويل كانت هناك علاقة موجبة قوية ما بين المتوسطات والتباينات. إن معامل الارتباط الخطي Linear Correlation ما بينهم 0.89 معنوياً عند مستوى 0.1٪. بعد التحويل، الارتباط كان فقط 0.37 وأنه غير معنوي حتى على مستوى احتمال 10٪، وهكذا، فإن أحد الافتراضات لتحليل التباين قد انتهك في البيانات الأولية، وأن هذا قد عولج بواسطة التحليل.

كما للافتراضات الأخرى في تحليل التباين، فإنه لم يظهر أي انتهاك خطير. إن اختبار مكونات الخطأ يبين عدم وجود انحراف خطير عن التوزيع العشوائي والطبيعي. بتطبيق اختبار بارتليت Bartlett's test الخاص بتجانس التباين للبيانات الأولية تعطي قيمة لمربع كاي

المعدل تقدر 12.56 والتي لها احتمالية 25٪ بأنها تتفوق نتيجة الصدفة لوحدها. بعد التحويل، فإن قيمة مربع كاي هذه تنخفض إلى 4.81، والتي لها احتمالية 90٪ بأنها تتفوق نتيجة الصدفة. وهكذا فإن التحويل قد خفض من مقدار عدم التجانس في البيانات الأولية ولكن في كلا الحالتين لم تظهر معنوية.

عند إجراء اختبار توكي Tukeys test للتجميعية حتى مع البيانات الأولية، فإن قيمة F لعدم التجميعية أقل من واحد.

على العموم، يمكن القول بأن تلك البيانات التي تتطلب تحويل الجذر التربيعي لا تنتهك افتراضات تحليل التباين تقريبا بالقسوة كما في البيانات التي تتطلب التحويل اللوغاريتمي. وبناءا على ذلك، فإن التغيرات في التحليل التي تحدث بواسطة التحويل لم تكن بالشكل المذهل.

جدول 13.12: عدد بذور الخس الناتجة في العينات ذات 50

المعاملة	Replicates التكرارات			المتوسط	التباين	
Treatment	1	2	3	Mean	S_i^2	Log (10 x s_i^2)
1	0	0	1	0.33	0.33	0.519
2	0	1	0	0.33	0.33	0.519
3	0	0	1	0.33	0.33	0.519
4	0	2	0	0.67	1.33	1.124
5	2	0	0	0.67	1.33	1.124
6	0	2	3	1.67	2.33	1.367
7	7	10	7	8.00	3.00	1.477
8	11	12	15	12.67	4.33	1.637
9	13	18	18	16.33	8.33	1.921
10	22	16	13	17.00	21.00	2.322
11	24	13	18	18.33	30.33	2.482
12	23	21	29	24.33	17.33	2.239
13	24	29	29	27.33	8.33	1.921
14	37	28	27	30.67	30.33	2.482
15	42	41	40	41.00	1.00	1.000
16	39	41	45	41.67	9.33	1.970
17	41	45	40	42.00	7.00	1.845
18	47	41	43	43.67	9.33	1.970
19	45	42	48	45.00	9.00	1.945

20	46	42	48	45.33	9.33	1.970
21	49	46	48	47.67	2.33	1.367
22	48	49	48	48.33	0.33	0.519
23	50	49	48	49.00	1.00	1.000
24	49	49	50	49.33	0.33	0.519
				المجموع Totals	178.00	35.767
				x Mean10	74.167	
				Log (10 x mean)	1.8702	

التحويل الزاوي The Arcsine or Angular Transformation

النوع الآخر من البيانات التي قد تحتاج إلى تحويل هي تلك المبنية على أساس العدٍ والتي يعبر عنها كنسب مئوية أو نسبة من المجموع الكلي للعينةٍ. مثل هذه البيانات عموما لها ما يسمى بالتوزيع المتعدد الحدود Binomial distribution بدلا من التوزيع الطبيعي. أحد صفات هذا التوزيع هو أن التباينات لها علاقة مع المتوسطات ولكن بطريقة مختلفة تماما عن أنواع البيانات التي قد أخذناها بعين الاعتبار، حتى الآن، فإن الحالات التي شرحناها هي تلك التي تكون فيها المتوسطات الكبيرة تميل لأن تكون لها تباينات كبيرة والعكس بالعكس. في البيانات المتعددة الحدود، فإن التباينات تميل لأن تكون صغيرة في نهايتي قيم المدٍى (قريبة من الصفر و 100٪)، ولكن تكون أكبر في الوسط (حوالي 50٪)، أن هذه طبيعيا فكرة اعتيادية نوعما حتى لغير مختصي الرياضيات. نحن نميل لأن نتمسك بأهمية أكبر إلى الفرق ما بين الصفر و 6٪، أو بين 94٪ و 100٪، من أن نتمسك بالفرق بين 47٪ و 53٪ بالرغم من أن جميعها تكون بنفس المقدار.

أن التحويل المناسب للبيانات من هذا النوع تسمى بالتحويل الزاوي. أنه يحصل عليها بإيجاد الزاوية التي يكون جيبها الجذر التربيعي للنسبة (النسبة المئوية /100). بالكتابة بالصيغة الرياضية المختصرة، فإنها تكون $Arcsin\ e\sqrt{Y}$ أو جا$^{-1}$ $\sqrt{Y}$. جدول A.8 يمكن استعماله لإيجاد التحويلات مباشرة من النسبة المئوية.

يجب أن تحول البيانات إذا كان مدى النسب المئوية أكثر من 40. وإلا، فإنها نادراً ما تكون ضرورية. البيانات في جدول 13.12 هي من تجربة قطاعات عشوائية على بذور الخس بـ 24 معاملة، كل منها كرر ثلاث مرات، لقد رتبت المعاملات حسب كبر قيمة متوسطاتها. لاحظ بأنه يوجد ميل قوي إلى التباينات في النهايات لأن تكون أصغر من تلك التي في وسط المدى.

إن هذا يكون نموذجي بالنسبة للبيانات المتعددة الحدود. إن لوغاريتمات التباينات (لقد شفرت بالضرب × 10) قد وضعت كي يمكن تنفيذ اختبار بارتليت.

$$unadjusted\ X^2 = 2.3026\{(log\ mean \times \sum df) - (df\ per\ sample \times log\ coded\ S^2 i)\}$$

ويعني ذلك:

χ^2 (غير المعدل) = 2.3026 {لو المتوسط × مجموع درجات الحرية) – (درجات الحرية بكل عينة × مجموع لو التباين المشفر)}.

$$unadj.\ \chi^2 = 2.3026\{(1.8702 \times 48) - (2 \times 35.767)\} = 41.99$$

معامل التصحيح:

$$\text{(معامل التصحيح) } C = 1 + \frac{1}{3\,(\text{عدد العينات} - 1)} - \frac{\text{عدد المعاملات}}{\text{درجات الحرية بكل معاملة}} - \frac{1}{\Sigma df}$$

$$= 1 + \frac{1}{3 \times 23} - (\frac{24}{2} - \frac{1}{48}) = 1.1736$$

$$\text{(مربع كاي المعدل) } Adjusted\ \chi^2 = \frac{\chi^2}{C} = 35.78$$

إن هذا تماماً معنوياً على مستوى احتمال 5٪ (القيمة المطلوبة 37.172) وبذلك فإنه لدينا دلالة جيدة نسبيا بأن التباينات هي ليست متجانسة، بتحليل البيانات الأصلية فإنها تعطينا النتائج التالية:

مصادر الاختلاف Source Of Variation		درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	القسمة المحسوبة F
Treatments	المعاملات	23	25266.0	1098.52	148.12**
Error	الخطأ	48	356.0	7.42	

البيانات المحولة مبنية في الجدول 14.12، بما أن البيانات في الجدول 13.12 مبنية على أساس عينات بـ 50، فإن كل متغير وجب ضربة في 2 لتحويله إلى نسبة مئوية. أن نماذج التباينات الملاحظة في البيانات الأصلية ليس بعيدا أن تظهر في البيانات المحولة.

للقيام باختبار بارتليت:

$$Unadjusted\ \chi^2 = 2.3026(1.411\times 48) - (31.39\times 2) = 11.3933$$ (مربع كاي غير المعدل)

كما هو سابقا C = 1.1736 (معامل التصحيح).

$$Adjusted\ \chi^2 = \frac{\chi^2}{C} = 9.708$$ (مربع كاي المعدل)

بالرجوع إلى جدول A.6 , عكس 23 درجة حرية فإننا نرى تلك القيمة بهذا الكبر سوف تتفوق بالصدفة أكثر من 99٪ من المرات.

تحليل التباين للبيانات المحولة لا تبدو بأنها تقودنا إلى استنتاج مختلف عن تحليل البيانات الأصلية:

مصادر الاختلاف		درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	القسمة المحسوبة
Source Of Variation		df	SS	MS	F
Treatments	المعاملات	23	59487.8	2589.43	100.29**
Error	الخطأ	48	1237.9	25.79	

إن الفرق المهم هو ليس في التحليل الشامل، لكن في فصل المتوسطات (اختبارها). أن اختبار دنكن متعدد الحدود قد أوضح بأن:

1- خمسة فروقات قد أظهرت المعنوية قبل التحويل وليس بعده: 7 – 8، 8 – 11، 10-12، 11- 2 وكذلك 12- 14.

2- خمسة فروقات قد أظهرت المعنوية بعد التحويل ولكن ليس قبله: 18- 22، 19- 23، 19- 24، 20- 23 وكذلك 20- 24.

جدول 14.12: التحويل الزاوي للبيانات في الجدول 13.12

المعاملة Treatment	التكرارات Replicates 1	2	3	المتوسط Mean	التباين S_i^2	لو التباين Log s_i^2
1	0.0	0.0	8.1	2.70	21.870	1.34
2	0.0	8.1	0.0	2.70	21.870	1.34
3	0.0	0.0	8.1	2.70	21.870	1.34
4	0.0	11.5	0.0	3.83	44.083	1.64
5	11.5	0.0	0.0	3.83	44.083	1.64
6	0.0	11.5	14.2	8.57	56.863	1.75
7	22.0	26.6	22.0	23.53	7.053	0.85
8	28.0	29.3	33.0	30.17	7.323	0.86
9	30.7	39.9	36.9	34.83	12.813	1.11
10	41.6	34.4	30.7	35.57	30.723	1.49
11	43.9	30.7	36.9	37.17	43.613	1.64
12	42.7	40.4	49.6	44.23	22.923	1.36
13	43.9	49.6	49.6	47.70	10.830	1.03
14	59.3	48.4	47.3	51.67	44.003	1.64
15	66.4	64.9	63.4	64.90	2.250	0.35
16	62.0	64.9	71.6	66.17	24.243	1.38
17	64.9	71.6	63.4	66.63	19.063	1.28
18	75.8	64.9	68.0	69.57	31.543	1.50
19	71.6	66.4	78.5	72.17	36.843	1.57
20	73.6	66.4	78.5	72.83	37.043	1.57
21	81.9	73.6	78.5	78.00	17.410	1.24
22	78.5	81.9	78.5	79.63	3.853	0.59
23	90.0	81.9	78.5	83.47	34.903	1.54
24	81.9	81.9	90.0	84.60	21.870	1.34
			المجموع	Totals	618.941	31.39
			المتوسط	Mean	25.789	
			لوغاريتم المتوسط	Log mean	1.411	

أي مجموعة من الاستنتاجات ممكن أن نقبلها؟ الجواب بسيط: أنه من الممكن أن نقبل الاستنتاجات المبنية على أساس التحليل الأكثر فعالية في هذه الحالة، تحليل البيانات المحولة،

تذكر، أننا لا نحول البيانات لتعطينا نتائج حسب أهوائنا، نحن نحول البيانات كي يكون التحليل فعالا والاستنتاجات صحيحة. نقطة أخرى يجب وضعها في الأذهان عندما نقوم بالتحويل هو أن كل اختبارات المعنوية وفصل المتوسطات يجب تنفيذها على البيانات المحولة بدلا من على البيانات الأصلية. إضافة لذلك، أنه من الأفضل حساب المتوسطات للبيانات المحولة قبل إعادة التحويل إلى الوحدات الأصلية. في هذه الطريقة نحن نحصل بصورة صحيحة على المتوسطات الموزونة.

مقاييس التحويل المسبق Pretransformed Scales

أنه يحدث دائماً بأننا نرغب بأن نعبر عن البيانات بشكل نسب مئوية، ولكن نجد بأن ذلك صعبا جدا وضياع في الوقت لعمل مثل هذه القياسات الدقيقة، اعتبر كمثال، مشكلة تقييم كمية الجرب على درنات البطاطا، المقياس الملائم ممكن أن يكون النسبة المئوية لمساحة الدرنة المغطاة بالجرب، ولكن أنه من الصعب جدا قياس مثل هذا بشكل صحيح. مثال آخر، هو النسبة المئوية لمساحة الدرنة المغطاة بالضرر الناتج عن المرض. لا يزال أيضا كمثال آخر، هو النسبة المئوية للأدغال المسيطر عليها نتيجة لإضافة مبيدات الأدغال المختلفة. في جميع هذه الحالات فإننا نستطيع قياس النسبة المئوية بدقة نوعما باستعمال بعض الخدمات العالية التي نتعامل معها، ولكن العمل يتضمن استهلاكا أكثر للوقت من عدد الألواح التي يمكن قياسها وتكون محدودة إلى درجة كبيرة. لكي يمكن القيام بكمية أكبر من القياسات ضمن فترة زمنية محددة، فيمكن كإجراء عملي أخذ تقديرات بالمشاهدة كنسبة مئوية بدلا من القيام بقياسات دقيقة.

عادة يوضع مقياس، مثل المقياس من 0 إلى 10 والذي اعتيادياً يستعمل في مكافحة الأدغال حيث يدل الصفر في المقياس على عدم وجود سيطرة على الأدغال no control في حين يمثل القياس 10 على السيطرة على الأدغال بنسبة 100٪. إذا كانت الدرجات في هذا المقياس تمثل إضافة متساوية من النسبة المئوية فإن البيانات ممكن أن تحول بواسطة التحويل الزاوي تماما كما تم لقياسات النسب المئوية الدقيقة.

لماذا لم نحول مقياساً مسبقاً؟ بعبارة أخرى، فإننا نستطيع انتخاب درجات من النسب المئوية بطريقة بحيث عندما تحول بطريقة التحويل الزاوي سوف تنتج مجاميع من الدرجات ذات الإضافات المتساوية والتي يمكن انقاصها إلى أعداد صحيحة. افرض، كمثال، بأننا نرغب استخدام مقياس من صفر إلى خمسة، فإن الإضافات المتساوية بصورة زوايا تكون 90 درجة مقسومة على خمسة، أو 18 درجة. بعد ذلك نحتاج لأن نجد النسب المئوية والتي عند تحويلها تعطي زوايا 0، 18، 36، 54، 72، 90 درجة.

بالرجوع إلى جدول A.8 , فإن أقرب شيء إلى 18 يكون 18.4 والذي هو عبارة عن التحويل الزاوي لـ 10٪. الخطوة التالية في المقياس تبدو بطرح مشكلة. بالنظر إلى 36 درجة لتحويل النسب 35٪. قد نغرى لتحديد هذه الخطوة في المقياس كـ 34.5٪ ولكن هذا سيعطينا معنى خاطئ عن الدقة. بعد كل هذا، فقط نخطط بإجراء تقديرات تقريبية للنسب المئوية عن طريق المشاهدة. من وجهة النظر هذه، ليس لدينا ما يبرر تحديد أجزاء النسبة في مقياسنا ما عدا في المدى أقل من 5٪ أو أكثر من 95٪.

جدول 15.12 يبين النسب المئوية المناسبة لكل المقاييس الشائعة الاستعمال، هذه المقاييس تستغل الحقيقة بأنه عموماً يكون أسهل لتحديد الفروقات الصغيرة القريبة من الصفر و 100٪ من تلك حول 50٪. طبيعيا، بعض المقاييس قد استعملت في الماضي وقد صممت بشكل مدروس أو متأني لتطابق مقاييس النسب المئوية هذه، في البطاطا، المقياس من صفر إلى 10 قد استعمل، والمبني على أساس صور فوتوغرافية قياسية والتي باختصار تمثل النسب المئوية المبنية في جدول 15.12. في التفاح، لقد استخدمت نسب النشا لتقابل بالتقريب المقياس من صفر إلى 8. في أعمال الأدغال، حيث أن المقياس من صفر إلى 10 يستعمل، فإن هناك ميلا لاستعمال النسبة 1 للسيطرة الصغيرة النادرة بدلا من 10٪ والنسبة 9 للسيطرة الكاملة، لتقدير أي مقياس مستعمل، يجب أن نقرر كم من الدرجات يمكن تباينها مع الثقة الملائمة، أن المقياس بالدرجات الكثيرة جدا يعتبر غير ضروري لهذا التعقيد ويتضمن درجة عالية من الدقة لا مبرر لها إذا استعملنا مقياس بدرجات قليلة جدا، فإن هناك ميلا لتسجيل نسب كسرية.

جدول 15.12: مقاييس بدرجات محولة مسبقاً. المقياس من صفر إلى

Rating النسب	4	5	6	8	10	15	18	20	24
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	15	10	7	4	2.5	1	0.75	0.7	0.5
2	50	35	25	15	10	4	3	.52	2
3	85	65	50	30	21	10	7	5	4
4	100	90	75	50	35	17	12	10	7
5		100	93	7	50	25	18	15	10
6			100	85	65	35	25	20	15
7				96	79	45	33	27	20
8				100	90	55	42	35	25
9					97.5	65	50	42	31
10					100	75	58	50	37
11						83	67	58	43
12						90	75	65	50
13						96	82	73	57
14						99	88	80	63
15						100	93	85	69
16							97	90	75
17							99.25	95	80
18							100	97.5	85
19								99.3	90
20								100	93
21									96
22									98
23									99.5
24									100

عند تحليل البيانات المبنية على أساس مقاييس الدرجات المحولة مسبقاً فإن البيانات يجب ألا تحول بالإضافة لذلك، فإن المتوسطات يجب أن تحسب من الدرجات قبل إعادة التحويل ثانية إلى النسب المئوية. لغرض إجراء التحويل ثانية فإننا نضرب المتوسط المحسوب من الدرجات بمقدار الإضافة من الزاوية ثم نجد النسبة المقابلة بالرجوع إلى جدول A.8.

كمثال، إذا كانت هناك معاملة لها متوسط درجات بمقدار 1.8 بمقياس من صفر إلى خمسة، فإن الإضافة من الزاوية تكون 90/5= 18 درجة، وأن 18°× 1.4 = 25.2 درجة. وبالرجوع إلى جدول A.8 فإننا نجد القيمة 25.1 تقابل النسبة 18٪، وأن هذه هي المتوسط الموزون الملائم لأن يسجل، إن تدوين كسور النسب المئوية من الصعوبة تبريرها ماعدا القيم العالية والصغيرة جدا. يجب أن نقول شيئا عن درجات ألواح المقارنة. أن هناك فرقا فيما إذا أضمنت هذه في التجربة كمستوى صفر لبعض العوامل وخصصت إلى نفس التغاير كبقية مستويات المعاملات أو فيما إذا استعملت كألواح مراجعة والتي مقابلها تقارن بقية الألواح. في الحالة الأخيرة، فإنه اعتباطيا تعطى الدرجة صفر، والألواح الأخرى في القطاع تقارن بهم في تحليل التباين، ألواح المقارنة المخصصة لها عشوائيا قيمة صفر، ليس لها تباين. من ثم فإن تبايناتها تختلف عن تلك من المعاملات الأخرى، وبذلك فإن اعتراض تجانس أو تماثل التباين يكون تلقائيا قد انتهى.

الخلاصة Summary

1- أن الافتراضات الرئيسية لتحليل التباين هي: التوزيع الطبيعي العشوائي للأخطاء، تجانس التباينات، استقلالية التباينات والمتوسطات والتأثيرات الرئيسية تجميعية.

2- عندما تكون هذه الافتراضات بجدية من الخطأ فإن تحليل التباين يكون غير فعالاً.

3- غالباً ما يمكن عمل التحويلات لتصحيح فشل البيانات بأن تطابق الافتراضات.

4- عندما تكون للانحرافات القياسية علاقة خطية المتوسطات، وأن التأثيرات الرئيسية تبدو متضاعفة، فإن التحويلات باستخدام اللوغاريتم غالبا ما يصحح كلا الحالتين.

5- البيانات المبنية على أساس العد للحوادث النادرة، حيث أن التباينات لها علاقة مع المتوسطات، فإنها تخضع لتحويلات الجذر التربيعي.

6- البيانات المبنية على أساس النسب أو النسب المئوية فإنه يعطى لها التحويل الزاوي.

7- المقاييس بالدرجات ممكن أن تحول مسبقاً بوضعها على أساس مقياس متغير من النسب المئوية.

8- عند استخدام التحويل، فإن جميع اختبارات المعنوية وفصل المتوسطات يجب أن تنفذ على البيانات المحولة.

9- إذا كنا نرغب بإعادة التحويل ثانية إلى الوحدات الأصلية، فإن ذلك يجب أن يعمل فقط بعد أن يتم حساب المتوسطات من البيانات المحولة.

الفصل الثالث عشر

13

الارتباط والانحدار الخطي

Linear Correlation and Regression

- الفكرة.
- قياس الارتباط.
- الانحدار.
- الارتباط مقارنة بالانحدار.
- حساب الارتباط الخطي.
- طريقة مختصرة سريعة.
- الطريقة القياسية.
- المعنوية الإحصائية.
- خط الانحدار.
- حدود الثقة.
- الانحدار في التجارب المكررة.
- المخاطر.
- انتبه للارتباط بين الجزء والكل.
- الاستكمال مغري ولكنه خطر.
- الخلاصة.

الفصل الثالث عشر

الارتباط والانحدار الخطي

Linear Correlation and Regression

الفكرة:

قد يبدو المصطلحان Correlation و Regression صعبانٍ نوعاً ما، لكن الأفكار الأساسية المشمولة بالمصطلحين هي من البساطة بحيث أننا جميعا نستعملها في محادثاتنا اليومية، انظر على سبيل المثال الأقوال الشائعة الآتية:

(كلما كانت أكبر، كان سقوطها أشد).

(كلما كثرت، حليت).

(السهل المنال، سهل الفقدان).

(كلما كان اليوم أفضل، كان الفعل أفضل).

(عندما يثني الغصن، فإن الشجرة تنحني).

جميع هذه الأقوال لها عدة أفكار مشتركة. كل منها يتضمن كميتان متغيرتان، قيمة إحداهما تعتمد على قيمة الأخرى. يطلق الإحصائيون على هاتين الكميتين بالمتغيرين المستقل والتابع Independent and dependent variables. بالإضافة إلى ذلك يوجد في هذه الأقوال بالذات الفكرة بأنه بزيادة أحد المتغيرين فإن المتغير الآخر يزداد أيضا. في الإحصاء يعرف هذا بالارتباط الطردي أو الموجب Direct or positive correlation.

انظر مجموعة أخرى من الأقوال:

(استعجال كثير إنجاز قليل).

(الأباريق الصغيرة لها عروات كبيرة).

(أفضل الهدايا تأتي في علب صغيرة).

توجد لدينا هنا نفس الفكرة العامة لمتغيرين أحدهما يعتمد على الآخر، لكن مع انعكاس في العلاقات. الزيادة في متغير يرافقها نقصان في الآخر، يعرف هذا بالارتباط العكسي أو السالب Inverse or negative correlation.

لا تقتصر فكرة الارتباط على هذه النماذج البسيطة، فكر في الأسئلة التي نواجهها مرة بعد مرة في العمل الزراعي والتي تتعلق بالعلاقات بين متغيرين. ما هي العلاقة بين كمية السماد المستعملة وبين حاصل المحصول؟

ما هي العلاقة بين كمية العلف المستهلكة وبين الزيادة في وزن الماشية؟

كيف يتأثر سعر سلعة بالكمية المعروضة منها؟

ما هي العلاقة بين جرعة المبيد الحشري وبين النسبة المئوية للمكافحة أو بين كمية المتبقي من المبيد؟

ما هو الارتباط بين حجم المزرعة ودخلها؟

هذه القائمة من الأسئلة يمكن أن تمتد إلى ما لا نهاية، لكن يجب أن يكون واضحاً الآن أن كل شخص هو معني بموضوع الارتباط سواء سماه بذلك الاسم أم لا.

مثال آخر للارتباط نتعامل معه كل يوم تقريباً هو المنحني الاعتيادي. كل منحني تقريباً هو في الأساس صورة للعلاقة بين متغيرين. المقياس في الأسفل أي المحور السيني هو عادة المدى لقيم المتغير المستقل. القيم على المحور العمودي أي المحور الصادي هي تلك للمتغير التابع. رسم المنحنيات للبيانات غالبا يكون نقطة بداية مفيدة لإجراء تحليل الارتباط.

الآن وقد نظرنا في بعض الأمثلة الشائعة للارتباط يجب أن نتمكن من إدراك تعريف مختصر للمصطلح: الارتباط هو ميل متغيرين للتناسب بصغية محددة. في الواقع يمكن توسيع الفكرة إلى أكثر من متغيرين كما في قانون العرض والطلب حيث يوجد ثلاثة متغيرات مشتركة: السعر، العرض والطلب. لكي تبقى المناقشة بأبسط ما يمكن سوف نحددها في الوقت الحاضر بالارتباط بين متغيرين.

من المعتاد اعتبار أحد المتغيرين معتمداً على الآخر. الاختيار للمتغير الذي يعتبر مستقلاً وللمتغير الذي يعتبر تابعا يكون عادة واضحا. مثلا في دراسة علاقة الحاصل بالسماد يكون من المنطقي اعتبار الحاصل تابعا للسماد. بالنسبة للسعر والعرض نفكر عامة بأن السعر يتبع العرض. من ناحية أخرى هناك حالات يكون العرض تابعا للسعر. غالبا هناك انقضاء للوقت بين قياس أحد المتغيرين والقياس المناظر للمتغير الآخر، في هذه الحالات يعتبر المتغير الذي يقاس أولا هو المتغير المستقل. من المفيد أحيانا دراسة الارتباط بين أزواج من القياسات على نفس المتغير مثلا دراسة الارتباط بين أسعار نفس السلعة في سنوات متتابعة حيث أن الأسعار المناظرة في السنة السابقة قد تكشف اتجاها دوريا في الطراز السعري.

هناك حالات لا يكون فيها اهتمام حقيقي بأي من المتغيرين يعتبر المتغير التابع يمكن أن نريد ببساطة وصف التوزيع المشترك لمتغيرين حيث يكون كل منهما ذو توزيع طبيعي. يسمى هذا التوزيع توزيعا طبيعيا ثنائي المتغير Bivariate normal distribution، لوصف هذا التوزيع نحتاج تقديرا للمعلمة ρ (الحرف اليوناني رو rho) التي هي إحدى معلمات المجتمع. معامل الارتباط r هو أفضل تقدير للمعلمة ρ . دراسة الارتباط بين طول الساعد وطول الشخص يكون مثالا على الحالة التي لا يوجد فيها فرق إذا اعتبر أي من المتغيرين تابعا.

قياس الارتباط Measuring Correlation:

إلى الآن تكلمنا عن الارتباط كفكرة عامة عن متغيرين ذوي علاقة بصيغة معينة. لم يكن هناك الكثير من الرياضيات أو الإحصاء ضمن ذلك، الملاحظة البسيطة بأن متغيرين يبدوان ذو علاقة لا تعطينا الكثير من المعلومات. نحتاج إلى جوابين لسؤالين مهمين: ما هي درجة العلاقة بين المتغيرين؟ وهل أن العلاقة حقيقية أو يمكن أن تكون نتيجة صدفة؟ الجواب على السؤال الأول تحتاج لقياس معين لدرجة العلاقة بين متغيرين.

يعرف القياس بمعامل الارتباط Coefficient of correlation ويرمز له بالرمز r. بعد تعريف بضعة مصطلحات أخرى سنكون مستعدين لبيان كيفية حساب وتفسير هذه القيمة. الجواب على السؤال الثاني يمكن الحصول عليه بالرجوع إلى جداول الاحتمال الملائمة.

الانحدار Regression

إن مصطلح الانحدار Regression لم يستعمل في هذه المناقشة لحد الجملة الافتتاحية. ماذا يعني هذا المصطلح؟ لا يساعدنا القاموس كثيرا في هذه الحالة لأن هذا المصطلح هو أحد المصطلحات غير المحظوظةٍ (مثل المصطلح (خطأ Error) التي حصل عليها تطوير بحيث أن معناه الحالي لا يشابه كثيرا المعنى الأصلي، باختصار، الانحدار هو مقدار التغير Amount of change الذي يحصل في أحد المتغيرين مقترنا بتغير مقداره وحدة واحدة Unit change في المتغير الآخر. هذا التعريف يمكن انتقاده على أساس أنه غير دقيق بدرجة كافية أو أنه عام تماما من وجهة النظر الرياضية، ولكن بالنسبة لأهدافنا فإنه يفيد في بيان التمييز الرئيسي بين الارتباط والانحدار. لاحظ أن الارتباط يشير إلى حقيقة أن المتغيرين مرتبطان وإلى درجة هذه العلاقة. من الناحية الأخرى يشير الانحدار إلى طبيعة العلاقة.

دعنا نعود إلى بعض الأقوال الشائعة لنرى كيف أن فكرة الانحدار تبرز في تفكيرنا اليومي:

(الدرهم الذي يتم توفيره هو درهم يتم كسبه).

(عصفور في اليد يساوي عصفورين على الشجرة).

(غرزة في الوقت المناسب توفر تسع غرزات).

(صورة واحدة تساوي ألف كلمة).

لاحظ أن جميع هذه الأقوال تعني ارتباط متغيرين ولكنها تذهب أبعد وتخبرنا بصورة رقمية كيفية العلاقة بين المتغيرين. بأخذ هذه الأقوال بصورة حرفية يمكن وضع جدول مثل الجدول 1.13.

جدول 1.13: أقوال بصورة رياضية

المتغير المستقل (X)	المتغير التابع (Y)	معادلة الانحدار	معامل الانحدار
دراهم موفرة	دراهم مكتسبة	Y = X	1
عصافير باليد	عصافير على الشجرة	Y = 2X	2
غرزات في الوقت المناسب	غرزات موفرة	Y = 9X	9
صور	كلمات	Y = 1000 X	1000

لقد اتبعنا التقليد الاعتيادي باعتبار المتغير المستقل X والمتغير التابعY.

العمود الثالث من الجدول عنوانه معادلة الانحدار، جميع هذه المعادلات هي معادلات لخطوط مستقيمة. المعادلة العامة لخط مستقيم هي:

$$Y = a + b x$$

الرمز a يعرف بنقطة التقاطع Interecept لأنه عندما تكون قيمة x صفراً فإن Y = a , لذلك فإن الخط يقطع المحور الصادي عند a من الوحدات عن نقطة الأصل. عندما تكون قيمة a صفراً فإن الخط يمر خلال نقطة الأصل وذلك لأنه عندما تكون قيمة X صفرا فإن قيمة Y أيضا تكون صفرا. الرمز b يعرف بالميل Slope لأنه يحدد ميلان الخط. من السهولة رؤية أن b هي مقدار التغير في Y المرافق لتغير مقداره وحدة واحدة في X. هذه هي بالضبط الطريقة التي عرفنا بها الانحدار. لذلك من المنطقي أن يعرف b بأنه معامل الانحدار Regression coefficient.

الارتباط مقارنة بالانحدار Correlation Verses Regression

ما هو طراز التحليل الذي يجب استعماله لأية مسألة معينة؟ بعض الإحصائيين يصرون على وضع تمييز حاد بين الطرازين من التحليل. يعتمد التمييز على ما إذا كانت البيانات تنطبق على النموذج الأول Model 1 (الذي تكون فيه قيم x محددة) أو النموذج الثاني Model 11 (الذي تكون فيه قيم x عشوائية أو معرضة للخطأ).

خذ بنظر الاعتبار تجربة نستعمل فيها عمداً عدة مستويات من معاملة ما مع تكرار كل مستوى عدة مرات. في هذه الحالة نرغب أساسا في معرفة مقدار التغير في Y المرافق للتغيرات في مستوى المعاملة x. هذا هو الانحدار. من ناحية أخرى فإن معامل الارتباط r كتقدير لمعلمة المجتمع ρ لا يعني شيئا. أننا لا نتعامل مع مجتمع يملك مثل هذه المعلمة. لكن مربع هذا المعامل r والذي يعرف بمعامل التحديد Coefficient of determination له معنى حقيقي في مثل هذه المسألة. أنه يمثل النسبة من مجموع مربعات المعاملة والتي أمكن تعليلها بواسطة الانحدار.

خذ بنظر الاعتبار الحالات التي نتعامل فيها مع توزيع طبيعي ثنائي المتغير Bivariate normal distribution ولا يمكن اعتبار أي من المتغيرين معتمدا على الآخر. هذه الحالات بالتأكيد تنطبق على النموذج الثاني ونرغب أساسا في معرفة درجة العلاقة بين المتغيرين مقاسة بواسطة معامل الارتباط. معادلة الانحدار لتقدير قيمة أحد المتغيرين من الآخر تكون قليلة الأهمية. مع ذلك يمكننا حساب معادلتين للانحدار حسب أي متغير يعتبر مستقلا. في الواقع يكون معامل الارتباط هو المتوسط الهندسي لمعاملي الانحدار اللذين يتم الحصول عليها بذلك.

في الحالتين أعلاه يمكن أن نرى أن طراز البيانات سوف يحدد ما إذا كان الارتباط أو الانحدار هو المرغوب أساسا. ولكن لا نتمكن من فصل الطرازين من التحليل تماما.

بين هاتين الحالتين الواضحتين تماماً هناك الكثير من الحالات التي لا يكون فيها شك حول أي من المتغيرين يعتبر تابعا ولكن هناك بعض الشك فيما إذا يعتبر المتغير المستقل عشوائيا Random أو محددا Fixed. حتى في التجارب التي تكون فيها المعاملات كميات معينة من مادة ما لا يمكن أن ندعي أن كل لوح يستلم تماما الكمية المعنية أو أن كل مكرر يستلم بالضبط نفس الكمية. مع ذلك فإن هذه الأخطاء في القياس تكون صغيرة جدا عند مقارنتها بأخطاء المعاينة في عينة عشوائية من مجتمع ذو معدلات متغايرة تماما، لذلك إن قيم x في مثل هذه التجربة تعتبر محدودة.

تكون الحالة أقل وضوحاً عند التعامل ليس مع تجربة مخططة وإنما مع أزواج من القياسات المأخوذة على سلسلة من الوحدات الفردية المنتخبة من مجتمع. إذا كان اختيار الوحدات الفردية عشوائيا تماما فلا يوجد شك في أننا نتعامل مع مسألة في الانحدار من النموذج الثاني حيث تكون قيم x عشوائية. من ناحية أخرى إذا تعمدنا اختيار الوحدات الفردية لإعطاء سلسلة من قيم x تغطي مدى معينا فمن المسلم به بصورة عامة أنه يمكننا اعتبار قيم x محدودة.

يمكن ملاحظة أن التمييز بين مسائل الانحدار للنموذجين الأول والثاني ليس حاداً جداً. في المسائل التي سنأخذها. وفي الواقع في معظم البحث الزراعي، فإننا نرغب أساسا في توفيق معادلات انحدار جيدة نوعا ما لوصف العلاقة بين متغيرين. بالإضافة إلى ذلك نرغب في تحديد درجة مطابقة معادلة الانحدار للبيانات المأخوذة ولهذا الغرض نحسب معامل التحديد الذي هو مربع معامل الارتباط.

لتوضيح الطرق العامة للارتباط والانحدار الخطي سوف نستعمل أولاً مثالاً لسلسلة من الأزواج المنفردة من الملاحظات.

حساب الارتباط الخطي Calculating Linear Correlation

مثال شائع للارتباط هي العلاقة بين العرض والسعر. الجدول 2.13 يبين العروض والأسعار للأبقار من 1950 إلى 1959.

جدول 2.13 العروض والأسعار للخنازير

السنة	الأبقار المسوقة x (بالملايين)	السعر Y (بالدولارات)
1950	73	18.0
1951	79	20.0
1952	80	17.8
1953	69	21.4
1954	66	21.6
1955	75	15.0
1956	78	14.4
1957	74	17.8
1958	74	19.6
1959	84	14.1

هل يوجد علاقة حقيقية بين العرض والسعر خلال هذه الفترة؟ من أول الأشياء التي نلاحظها أن السعر الأعلى رافقه الإنتاج الأوطأ والعكس بالعكس. هذا دليل مشجع على الارتباط السالب الذي يمكن أن نتوقعه. بعد ذلك دعنا نحصل على فكرة أفضل عن البيانات برسم صورة. يمكن عمل ذلك بسهولة بوضع نقاط على ورق مربعات بجعل الارتفاع فوق المحور السيني يمثل السعر والمسافة إلى يمين المحور يمثل عدد الخنازير في السنة المناظرة (شكل 1.13). الرسم من هذا الطراز يعرف بالمخطط المبعثر Scatter diagram، إذا اعتقدنا أن الارتباطٍ بين العرض والسعر كان عاليا جدا فإن التبعثر العشوائي لهذه النقاط يمكن أن يكون مثبطا. مع ذلك يبدو أن هناك اتجاها عاما للنقاط على اليسار أن تكون أعلى من تلك على اليمين. يبدو أن النقاط تقع ضمن شكل بيضوي طويل نسبيا (شكل 1.13)، وهو نموذج للرسوم التي تمثل ارتباطا متوسطا. الطرز الأخرى من المخططات المبعثرة (شكل 2.13) تكون دليلا لتفسير هذه الرسوم. اتجاه محور الشكل البيضوي في مثالنا يدل على ارتباط سالب. نحن الآن على استعداد لحساب درجة هذه العلاقة. نستعمل أولا طريقة مختصرة تقريبية.

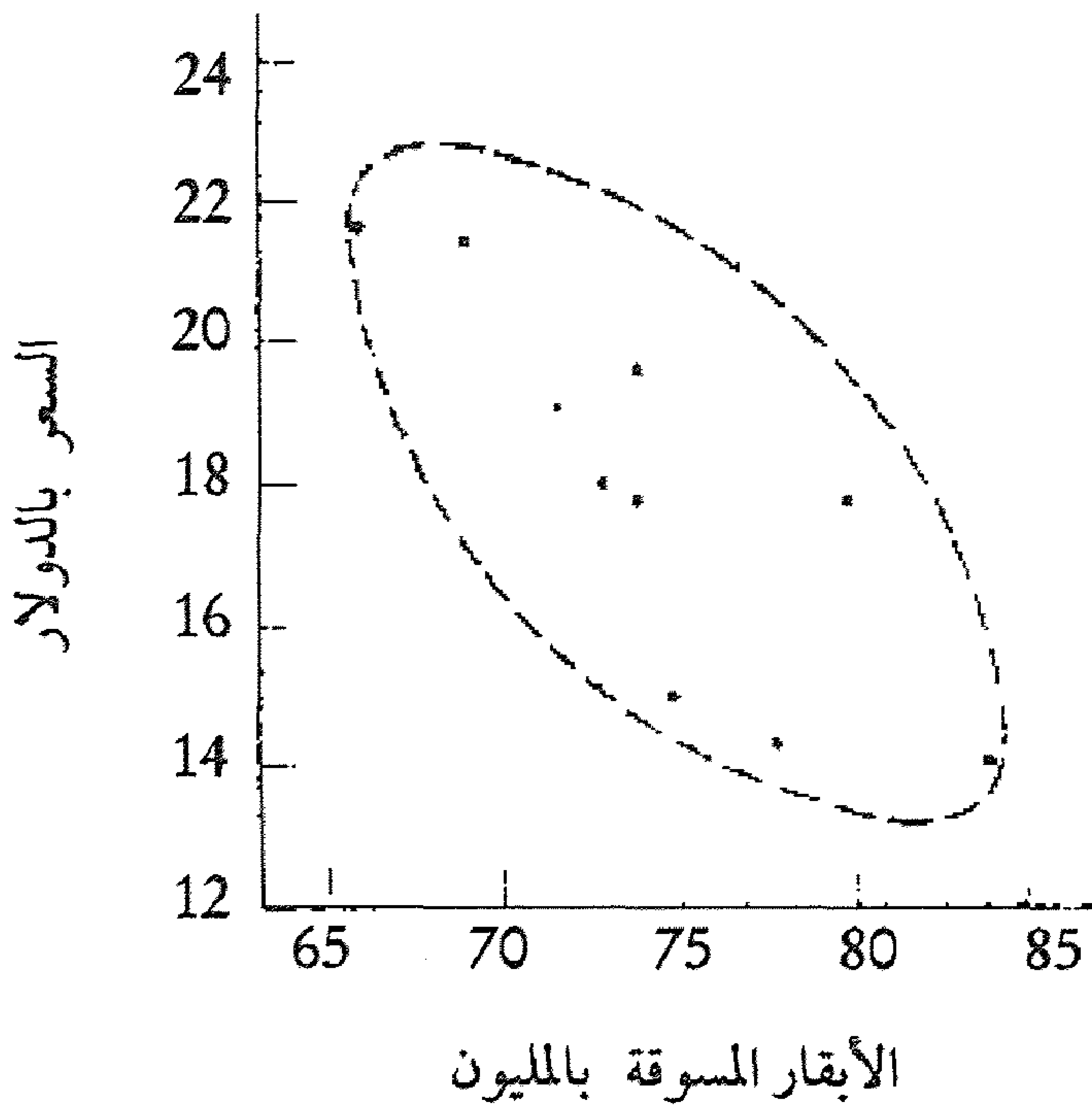
طريقة مختصرة سريعة Quick Shortcut Method:

تعرف هذه الطريقة أيضاً بطريقة فرق الرتبة Rank difference method ومعامل سبيرمان لارتباط الرتب Spearman's coefficient of rank correlation. هذان الاسمان لا يؤكدان السهولة التي يمكن تطبيق الطريقة بها حتى بدون مساعدة الحاسبة. بالرغم من أن الطريقة ذات مساوئ جدية فإنها سهلة جدا للحصول على تقدير تقريبي سريع لمعامل الارتباط. يبين الجدول 3.13 كيفية إجراء الحسابات بالنسبة لبيانات أسعار الأبقار.

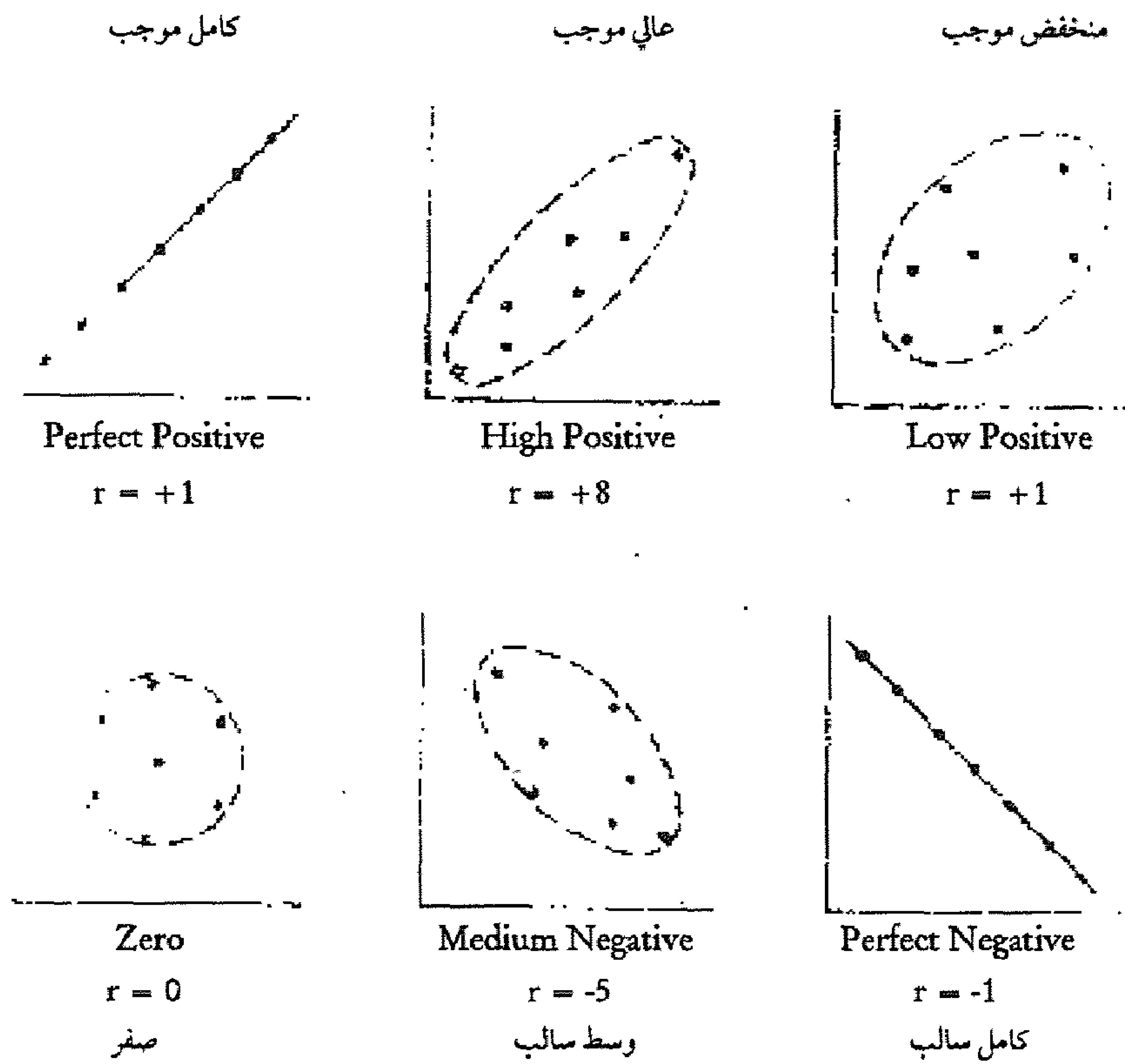
أولا: رتب الملاحظات في كل عمود من الأعلى إلى الأوطأ. في حالة تساوي القيم تعطي كل قيمة معدل رتبها. مثلا في كلا العمودين هناك تعادل في الرتبتين 6 و 7 لذلك تعطي كلاهما 6.5.

ثانياً: اطرح الرقم الثاني من الرقم الأول في كل سطر وادخل الفرق في العمود ذو الرمز d. مجموع هذا العمود يجب أن يكون دائما صفرا وبذلك يمكن تدقيقه.

ثالثاً: ربع الأرقام في العمود d وادخل المربعات في العمود d^2. في الواقع يمكن حذف الخطوة الثانية حيث من السهولة تربيع الأرقام ذهنيا وكتابة العمود d^2 مباشرة.



شكل **1.13**، مخطط مبعثر يبين العلاقة بين سعر الأبقار وعدد الأبقار المسوقة سنوياً



شكل **2.13** طرز متعددة من المخططات المبعثرة مع معاملات الارتباط الموافقة لها

جدول 3.13 بيانات الأبقار حسب المراتب

رتبة العروض	رتبة السعر	الفرق في المراتب d	d^2
8	5	3	9
3	3	0	0
2	6.5	-4.5	20.25
9	2	7	49
10	1	9	81
5	8	-3	9
4	9	-5	25
6.5	6.5	0	0
6.5	4	2.5	6.25
1	10	-9	81
المجموع		0	280.5

رابعاً: حصل على مجموع العمود d^2، هذا المجموع يكتب بشكل $\sum d^2$.

خامساً: احسب معامل الارتباط r بواسطة المعادلة:

$$r = 1 - \left[\frac{6 \sum d^2}{n(n-1)(n+1)} \right]$$

حيث n هي عدد أزواج الملاحظات:

في مثالنا نجد:

$$r = 1 - \left[\frac{6 \times 280.5}{(10)(9)(11)} \right] = 1 - 1.70$$
$$= -0.70$$

سيكون الجواب دائماً بين 1+ و 1- حيث يمثل المعامل رائد واحد أو ناقص واحد ارتباطاً تاما بينما المعامل صفر يدل على عدم وجود أي ارتباط، لذلك في مثالنا يظهر أن هناك ارتباطا سالبا عاليا نسبيا لذلك سوف نقوم بحساب المعامل بدقة أكثر باستعمال الطريقة القياسية.

الطريقة القياسية Standard Method:

تعرف هذه الطريقة بدقة أكثر بطريقة حاصل الضرب العزم لإيجاد معامل الارتباط الخطي Product moment method.

بينا في الفصل الثاني أن انحراف قيمة منفردة من Y عن المتوسط لقيم Y أي $(Y - \overline{Y})$ يمكن تمثيله بحرف y صغير. كذلك يمكن استعمال حرف x الصغير بالنسبة $(X - \overline{X})$. استخدام هذه الرموز المختصرة يبسط كثيرا من التعبيرات التي سوف تواجهنا وسوف تستعمل كثيرا في هذا الفصل والفصول القادمة.

يمكن أن تكتب المعادلة لمعامل الارتباط بعدة أشكال. من الملائم كتابة هذه المعادلات بدلالة r أولا ثم أخذ الجذر التربيعي للجواب النهائي.

$$r^2 = \frac{\{\sum(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})\}^2}{\sum(X - \overline{X})^2 (Y - \overline{Y})^2} \quad \text{(المعادلة (1))}$$

ولما كانت $X = X - \overline{X}$ و $y = Y - \overline{Y}$ فيمكن كتابة المعادلة (1) بشكل مختصر:

$$r^2 = \frac{(\sum X\, y)^2}{\sum X^2 \sum y^2} \quad \text{(المعادلة (2))}$$

في الوقت الذي تكون فيه هذه المعادلات بسيطة فإنها عادة ليست سهلة الحساب مباشرة لأنها تتضمن تربيع كسور عشرية متعبة. لتجنب هذا نستفيد من العلاقة:

$$\sum X^2 = \sum(X-\overline{X})^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}$$

بتعويض لا بد له من x حيث يكون ذلك ضرورياً يمكن إعادة كتابة المعادلة (2) بالشكل التالي:

$$r^2 = \left\{\sum XY - \frac{\sum X \sum y}{n}\right\}^2 \Big/ \left\{(\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n})(\sum Y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n})\right\}$$

المعادلة (3)

تعرف هذه المعادة بالصيغة الحسابية

يجب إعطاء انتباه خاص إلى التعبير بين الأقواس في بسط المعادلة (3). يعرف هذا بمجموع حواصل الضرب Sum of cross-products. على عكس مجموعات المربعات الاعتيادية الموجودة في المقام والتي يجب أن تكون دائما موجبة فإن مجموعات حواصل الضرب يمكن أن تكون موجبة أو سالبة.

باستخدام المعادلة (3) نتمكن الآن من حساب معامل الارتباط للبيانات في مثالنا باستعمال الطريقة القياسية، سوف نحتاج لحساب الكميات:

$$\sum X, \sum Y, \sum X^2,\ \sum Y^2 \textit{ and } \sum XY$$

من البيانات نجد:

$$\sum X = 752, \sum Y = 179.7, \sum X^2 = 5684.0$$
$$, \ \sum Y^2 = 3297.53 \textit{ and } \sum XY = 13420.40$$

لذلك فإن:

$$r^2 = \left\{13420.40 - \frac{752 \times 179.7}{10}\right\}^2 \Big/ \left\{(56804.0 - \frac{(752)^2}{10}(3297.53 - \frac{(179.7)^2}{10}\right\}$$

$$= \{13420.40 - 13513.44\}^2 / \{(56804.0 - 56550.4)(3297.53 - 3229.21)\}$$

$$= (-93.40)^2 / (253.6 \times 68.32)$$
$$= 0.4996$$
$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0.4996} = -0707$$

لاحظ أن الإشارة لمعامل الارتباط r يجب أن تكون مثل إشارة $\sum XY$ وهي سالبة في هذه الحالة. كان الجواب بالطريق المختصرة (0.70-) قريباً جداً من الجواب بالطريقة القياسية (0 .707-)، لا تكون متفائلا جدا بهذه المصادفة، سوف لا تكون عادة الأجوبة بالطريقتين بهذا التقارب، في الفصل الرابع عشر نوضح حالة تعطي فيها الطريقة المختصرة ارتباطا تاما وهو مضلل تماما. يمكن إيجاد حالات أخرى تعطي فيها الطريقة المختصرة جوابا واطئا جدا.

يمكن استعمال الطريقة المختصرة لفحص سريع بدون استعمال الحاسبة أو عندما يعتبر الجواب التقريبي كافيا. لإيجاد تقدير كفوء أكثر لمعامل الارتباط ولعمل اختبار للمعنوية يجب أن يستعمل الشخص الطريقة القياسية.

المعنوية الإحصائية Statistical Signiflcance

ذكرنا في الفقرة الأخيرة مصطلح المعنوية Significance. الفكرة العامة هي نفسها كما كانت في تحليل التباين. تكون الفرضية هي أنه لا يوجد ارتباط بين المتغيرين وأن أية علاقة ظاهرية تعود ببساطة إلى الصدفة. تدعى هذه الفرضية عادة فرضية العدم Null hypothesis. ثم نسأل السؤال (إذا كانت هذه الفرضية صحيحة فما هو الاحتمال في الحصول على قيمة لمعامل الاحتمال r مساوية أو أكبر من القيمة التي لاحظناها؟) إذا كان هذا الاحتمال هو 5٪ فنقول بأن الارتباط معنوي Significant. إذا ادعينا بأن الارتباط هو حقيقي فإننا نتحمل مخاطرة مقدارها 5٪ بأننا مخطئون. إذا كان الاحتمال هو 1٪ أو أقل فنقول أن الارتباط معنوي جدا Highly significant ونرفض فرضية العدم مع مخاطرة مقدارها 1٪ فقط بأننا مخطئون.

من حسن الحظ فإن الحسابات الصعبة المطلوبة لإيجاد الاحتمالات المطلوبة قد تم إجراؤها وتلخيصها (جدول A.7). بالنظر إلى الجدول على الخط المقابل لدرجات الحرية 8 نجد أن معامل الارتباط 0.7 سوف يحصل بالصدفة ما بين 1٪ و 5٪ من المرات. لذلك يمكن القول بأن الارتباط معنوي يجب أن نكون حذرين جدا من تفسير بيانات من هذا الطراز. حتى وإن كان الارتباط معنويا يجب أن نكون حذرين بالادعاء أن تذبذبا بالعرض يسبب تذبذبا بالسعر. يمكن أن كلا السعر والعرض متعلقان بالزمن وهو متغير ثالث لم يؤخذ بنظر الاعتبار في الحسابات في نهاية هذا الفصل سوف نناقش بعض المخاطر التي نواجهها عند التعامل مع الارتباط وسوف نعطي مثالا لبيان مدى الخطورة في تفسير الارتباط بين متغيرين كلاهما متعلقان بالزمن.

لماذا 8 درجات من الحرية؟ كنا قد تعودنا على استخدام واحد أقل من عدد المفردات كعدد لدرجات الحرية ولكن الآن مع 10 أزواج من الملاحظات نستخدم اثنين أقل (أي 8) كعدد لدرجات الحرية. لأول مرة يظهر واضحا السبب للقول بأن درجات الحرية تكون عادة واحد أقل من عدد المفردات. هذا هو أول استثناء نواجهه. السبب الذي يعطي عادة لطرح اثنين هو أن درجة واحد تخسر في حساب المعدل والأخرى تخسر للانحدار.

لجعل الأمور أبسط دعنا ننظر إليها بطريقة أخرى افترض لدينا زوجين من الملاحظات، أي زوجين بشرط أنهما غير متماثلين. يمكن تمثيلهما على الرسم كنقطتين ويمكن رسم خط يمر بهما. نسمي هذا الخط خط الانحدار والنقطتان تطابقه تماما. نظرا لأن هذا يكون صحيحا لأي زوجين من الملاحظات مهما كانا غير متعلقين ببعضهما فسوف يكون من غير المعقول ربط أي معنى لمعامل ارتباط مبني على زوجين فقط. تماما كما أن ملاحظة واحدة لا يمكن أن تخبرنا أي شيء عن الاختلاف فإن زوجين من الملاحظات لا تخبرنا شيئا عن الارتباط.

لاستعمال توضيح بسيط لهذه النقاط افترض أن جريدة هذا الصباح ذكرت أن فريق دوجرز الرياضي حصل على ثمانية أهداف في الليلة الماضية وأن أسهما معينة أغلقت بسعر 51. في اليوم السابق حصل فريق دوجرز على أربعة أهداف وأغلقت نفس الأسهم بسعر 49. من هذه البيانات يمكن أن نستنتج أن كلا أهداف فريق دوجرز وسعر هذه الأسهم معرضتين للتغاير. يمكن أيضا تقدير التغاير في كلا الحالتين ولكن التقدير سوف يكون تقريبيا جدا، لأنه مبني في كل حالة على درجة واحدة من الحرية (n -1). ماذا عن العلاقة بين المتغيرين؟ من السهولة إثبات أن:

$$r^2 = \frac{(\sum X y)^2}{\sum X^2 \sum y^2} = \frac{(4)^2}{(8)(2)} = 1$$

لذلك: $r = 1$

ألا يكون من العبث القول بأنه كان هناك ارتباطاً تاماً بين عدد أهداف فريق دوجرز وسعر أسهم معينة في نفس اليوم؟ لكن ظاهريا هذا هو ما يقوله معامل الارتباط. نتغلب على هذه الحالة إذا قلنا أن هذا الارتباط مبني على (n -2) أو صفر من درجات الحرية ولذلك فإنه بدون معنى. كم مرة سمعت أشخاصا يطلقون استنتاجات جارفة تتعلق بارتباطات مبنية على ملاحظات قليلة جدا؟ تصور شخصا يسافر بالطائرة من سان فرانسيسكو إلى دنفر لأول مرة ويطلق تعميما بأنه كلما سافر الشخص إلى الشرق أكثر كلما أصبح الجو أبرد. (أو حتى يبدو الشخص عميق التفكير يمكن أن يقول قد لاحظت ارتباطا موجبا بين درجة الحرارة وخط الطول). هذا التوضيح ليس خياليا جدا لأنه من المعتاد وجود أشخاص يعملون تعميمات عامة من ملاحظات قليلة. أنه خطأ يجب أن نحاول تحاشيه وعلم الإحصاء مصمم لمساعدتنا على تجنب هذه الهفوة.

خط الانحدار The Regression Line

إلى حد الآن في مثالنا حول العرض والسعر قمنا فقط بتحديد درجة العلاقة والاحتمال بأن العلاقة كانت بالصدفة. لم نتعلم أي شيء عن كيفية تعلق المتغيرين ببعضهما.

إذا افترضنا بأن العلاقة خطية أي أنها توصف بأفضل صورة بواسطة خط مستقيم فإن السؤال يختزل إلى إيجاد الخط المستقيم المعين الذي يوافق البيانات بأقرب ما يكون. ماذا نعني بالتوفيق الأقرب؟ يتضح من النظر إلى الرسم لهذه البيانات بأنه لا يوجد أي خط مستقيم يمكن أن يمر خلال جميع النقاط. بغض النظر عن أي خط مستقيم يتم رسمه فإن بضعة نقاط سوف تنحرف عن ذلك الخط. قمنا بقياس التغاير ضمن مجموعة منفردة من الملاحظات بإيجاد مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط. لذلك يبدو منطقيا قياس التغاير عن الخط بحساب مجموع مربعات الانحرافات عن الخط. باستعمال هذا القياس كدليل لقرب التوفيق نحاول إيجاد الخط المستقيم الذي يجعل مجموع مربعات الانحرافات أقل ما يمكن. تعرف هذه الطريقة بطريقة المربعات الصغرى Least squares method. القراء الذين لهم معرفة بالتفاصيل سوف يعرفون هذه المسألة مباشرة بأنها مسألة معروفة تشمل إيجاد القيمة الصغرى للدالة.

يتبين أن الحل للمسألة بسيط جداً. بدلالة الانحرافات عن المتوسطين لقيم X و Y تكون معادلة الخط ذو التوفيق الأفضل هي:

$$\hat{Y} = (\frac{\sum Y}{\sum X^2})\, X$$

(تقرأ $\hat{Y}$: القيمة المقدرة لـ y)

التعبير $\sum X\, y / \sum X^2$ هو معامل الانحدار Regression Coefficient لأنه يعطينا التغيير المقدر في y لكل وحدة تغير في χ. يوافق هذا تعريفنا للانحدار وقد سبق أن سمينا معامل الانحدار b لذلك يمكن الآن أن نقول:

$$b = \frac{\sum X\, y}{\sum X^2}$$

بدقة أكثر يجب أن نسمي هذا معامل الانحدار Y على X واستعمال الرمز b. بصورة عامة إذا استعمل b بدون حروف سفلى فإنه يكون المعامل المقصود.

المعادلة المذكورة أعلاه يمكن إعادة كتابتها بدلالة الملاحظات نفسها بدلاً من الانحرافات المعدلات. يمكن أن نكتب:

$$(\hat{Y} - \overline{Y}) = b\, (X - \overline{X})$$

والتي يمكن إعادة كتابتها:

$$\hat{Y} = (\overline{Y} - b\overline{X}) + bX$$

إذا اعتبرنا $\overline{Y} - b\overline{X} = a$ فإنه يمكن كتابة المعادلة $\hat{Y} = a + bX$ وهي صيغة الميل — التقاطع لمعادلة الخط المستقيم المذكورة في بداية المناقشة حول الانحدار.

لنرى الآن كيفية تطبيق هذه المعادلة على البيانات. يوجد لدينا سابقاً جميع المجاميع التي نحتاجها من حساب r أي معامل الارتباط. وجدنا هناك أن:

$$\sum X = 752 \qquad , \overline{X} = \frac{752}{10} = 75.2$$

$$\sum y = 179.7 \quad , \overline{Y} = 17.97$$

$$\sum Xy = -93.04$$

$$\sum X^2 = 253.6 \quad , b = \frac{93.04}{253.6} = -0.367$$

لذلك بالتعويض في المعادلة:

$$\hat{Y} = (\overline{Y} - b\overline{X}) + bX$$

نحصل:

$$\hat{Y} = \{17.97 - (-0.367)75.2\} + (-0.367)X$$

$$\hat{Y} = 45.57 - 0.367X$$

يمكن وضع هذه المعادلة بالكلمات التالية: (إذا ابتدأنا بسعر أساسي قدره 45.57 دولار لكل مائة باوند فإن كل وحدة (مليون) زيادة في التسويق السنوي للخنازير يرافقها متوسط نقصان في السعر مقداره 0.367 دولار لكل مائة باوند.

يقارن الجدول 13.4 القيم الملاحظة لـ y مع القيم المقدرة $(\hat{Y})$ استناداً إلى معادلة الانحدار.

جدول 4.13 الأسعار الملاحظة والمتوقعة للأبقار

X	Y	$\hat{Y} = 45.57 - 0.367X$	$d = Y - \hat{Y}$	d^2
73	18.0	18.8	-0.8	0.64
79	20.0	16.6	.43	11.56
80	17.8	16.2	. 61	2.56
69	21.4	20.2	.21	1.44
66	21.4	21.4	.20	0.04
75	21.6	18.1	-3.1	9.61
78	15.0	16.9	-2.5	6.25
74	14.4	18.4	-0.6	0.36
74	17.8	18.4	.21	1.44
84	19.6	14.7	-0.6	0.36
	14.1	Total	.00	34.26

حقيقةٍ أن مجموع الانحرافات هو صفر يفيد للتحقق من الحسابات. يكون هذا دائماً صحيحاً (عدا عن أخطاء التقريب). يمكن حساب مجموع مربعات الانحرافات بطريقة أبسط بكثير من المعادلة الآتية:

$$\sum d^2 = (1 - r^2) \sum y^2$$

في مثالنا:

$$\sum d^2 = (1 - 0.4996)\ 68.32 = 34.19$$

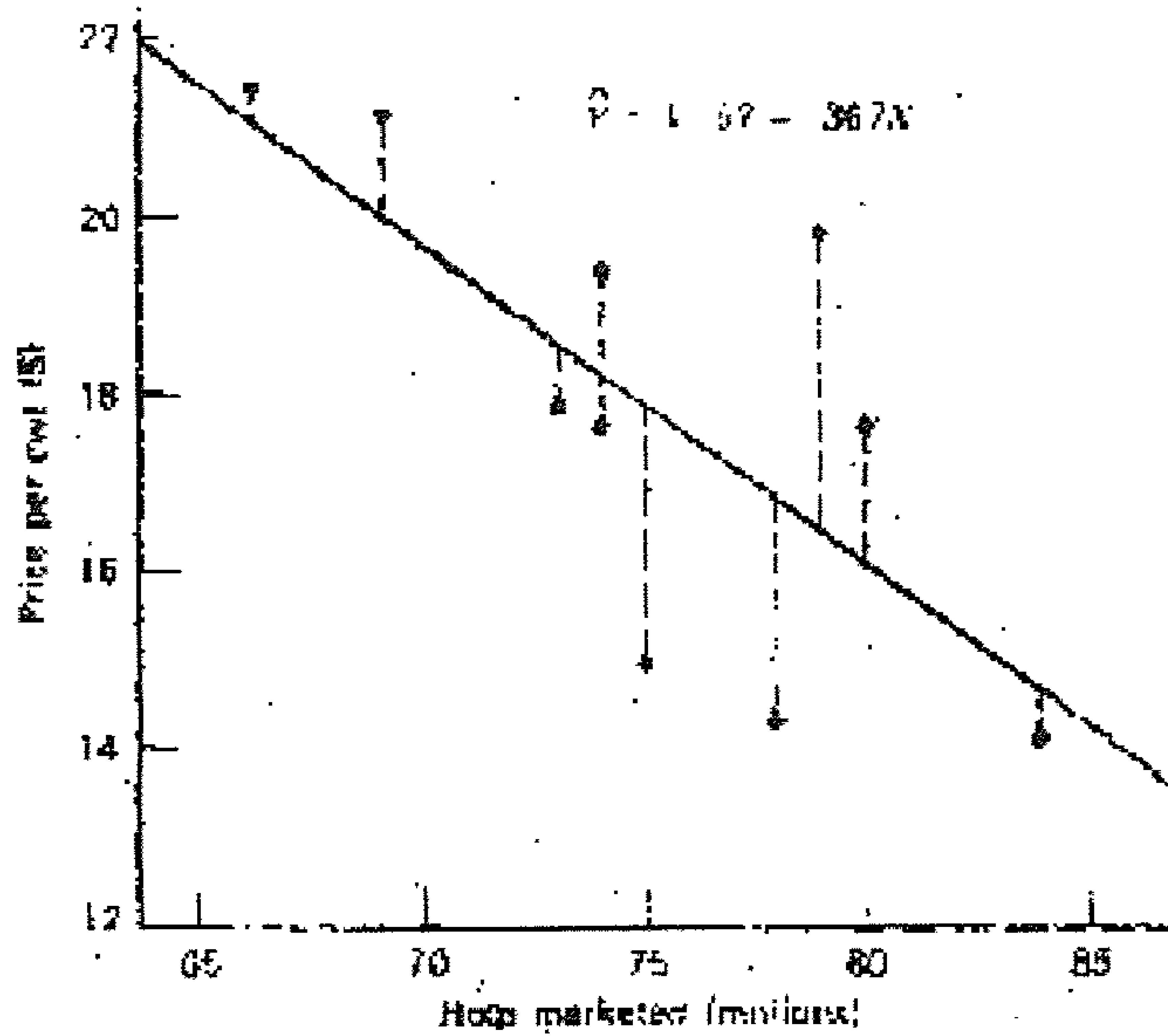
وهو جواب قريب جداً من 34.26 المبين في جدول 4.13. الفرق القليل سبب التقريب.

هذا المجموع للمربعات $(\sum d^2)$ يعرف بمجموع المربعات الناتج من الانحراف عن الانحدار Sum of squares due to deviation from regression والجذر التربيعي للكمية $\sum d^2 / (n-2)$ يعرف بالخطأ القياسي للتقدير Standared error of estimate. هذا هو نوع آخر فقط من الخطأ القياسي يشابه تلك التي واجهناها سابقاً. وهو مقياس لكمية التغاير عن خط الانحدار.

لا يكون عادة من الضروري تحمل عناء عمل جدول مثل جدول 4.13 للتحقق من صحة خط الانحدار. رسم الخط على المخطط المبعثر سوف يبين عادة أية أخطاء كبيرة. يكون

رسوم الخط بسيطاً جداً حيث نحتاج إلى نقطتين فقط لتحديد أي خط. إحدى النقطتين يمكن أن تكون على المحور الصادي على مسافة a من الوحدات (في هذه الحالة 45.57) عن نقطة الأصل. النقطة الأخرى يمكن أن تمثل X (معدل قيم X) و Y (معدل قيم Y). الخط الذي يمر خلال هاتين النقطتين سوف يكون خط الانحدار المطلوب. الشكل 3.13 يبين الخط في مثالنا والمرسوم خلال النقاط الملاحظة. الخطوط المنقطة المرسومة من النقاط الملاحظة إلى خط الانحدار تمثل الانحرافات. لاحظ أن المقياسين في أسفل وجانب الشكل لا يبدآن بالصفر. ثم تصميم المقياسين لكي يشملا أكثر بالقليل من مدى الملاحظات.

ستلاحظ أن الانحرافات تم تمثيلها كخطوط عمودية، مجموع مربعات هذه الانحرافات هو الذي تم تقليله إلى الحد الأدنى للحصول على الخط الأقرب توفيقاً. افترض أننا قرننا رسم خط بحيث أن مجموع مربعات الانحرافات الأفقية من النقاط إلى الخط يكون بالحد الأدنى. هل يعطي هذا نفس الخط؟ الجواب لا، إلا إذا كان الارتباط تاماً. هذا



شكل 313. خط الانحدار لبيانات الأبقار مبيناً الانحرافات عن الانحدار

الخط الجديد تكون معادلته:

$$\hat{X} = \left(\frac{\sum Xy}{\sum y^2}\right) y$$

التعبير $\sum Xy/X^2$ يعرف بمعامل انحدار X على Y ويرمز له b. يجب أن يكون واضحا الآن لماذا كنا حذرين في الإشارة إلى أن الرمز b يعني عادة b_{yx} (وهو انحدار Y على X) إلا إذا تم تحديده بعكس ذلك.

هناك سبب لذكر أن هناك خطان قريبا التوفيق حسب الاتجاه الذي تؤخذ به الانحرافات. لاحظ أن:

$$b_{yx} \cdot b_{xy} = \frac{\sum X y}{\sum X^2} \cdot \frac{\sum X y}{\sum y^2} = r^2$$

هذا يظهر العلاقة بين معاملي الانحدار ومعاملة الارتباط.

يمكننا الآن الجواب على الأسئلة المطلوبة عن البيانات في مثالنا.

1- ما هي درجة العلاقة بين العرض والسعر؟

الجواب: العلاقة جيدة. كان معامل الارتباط (0.7-) بينما 1± يجعل العلاقة تامة.

2- ما هو الاحتمال أن هذا الارتباط يمكن أن يكون نتيجة الصدفة؟

الجواب: ارتباط بهذه القيمة من 10 أزواج من الملاحظات يمكن أن يحدث بين 5٪ و 1٪ من المرات بالصدفة فقط.

3- ما هي أفضل معادلة تصف العلاقة بين السعر (Y) والعرض (X) من هذه البيانات؟

الجواب: $Y = 45.57 - 0.367\ X$.

4- ما هي جودة توفيق هذا الخط للبيانات؟

الجواب: مجموع مربعات الانحرافات للنقاط الملاحظة من الخط كان 34.19 أو حوالي نصف التغاير الكلي في السعر. لذلك فقط نصف التغاير في السعر كان مترافقا بطريقة ما بالتغاير في العرض. جدول بسيط لتحليل التباين يبين هذا (جدول 5.13).

لاحظ من هذا الجدول أن r^2 هي النسبة من مجموع المربعات التي يمكن تعليلها بالانحدار وأن $(1 - r^2)$ والتي تعرف أحيانا بمعامل التغريب Coefficient of alienation هي النسبة التي لم يتم تعليلها.

جدول 5.13 تحليل الانحدار مرتب بشكل تحليل التباين

مصدر التباين Source of Variation		درجات الحرية Degtees of Freedom	مجموع المربعات Sum of Squares	متوسط المربعات Mean Square	ف F
Total	المجموع	9	$\Sigma y^2 = 68.32$		
Reg	الانحدار	1	$r^2 \Sigma y^2 = 34.13$	34.13	7.99*
الانحـراف عـن الانحـدار Deviation form regression		8	$(1-r^2)\Sigma y^2 = 34.19$	4.27	

❖ نسبة متوسط المربعات للانحدار إلى متوسط المربعات للخطأ (الانحراف عن الانحدار) تتجاوز قيمة F الجدولية المطلوبة للمعنوية على مستوى 5٪ التي هي Tabular F (1 and 8 df) = 5.3?.

حقيقة أن قيمة F = 7.99 تقع بين قيمة F المطلوبة على مستوى 5٪ (وهي 5.32) والمطلوبة على مستوى 1٪ (وهي 11.26) لعدد 1 و 8 من درجات الحرية تؤكد ما وجدناه سابقا عند الإجابة على السؤال الثاني.

في الحقيقة لا يهم إذا لاحظنا قيمة F في جدول A3. أو قيمة r في جدول A7 .. يكون الاختباران متماثلين ويمكن بيان ذلك بسهولة. من تحليل التباين في جدول 5.13 يمكن أن نرى بالرموز:

$$F = \frac{r^2 \sum Y^2}{(1-r)\sum Y^2 / (n-2)} = \frac{r^2(n-^2)}{(1-r^2)}$$

وبحل هذه المعادلة لإيجاد قيمة r^2 نجد:

$$r^2 = \frac{F}{F+n-2}$$

يمكن أن نعوض عن قيمة F المطلوبة في هذه المعادلة ونأخذ الجذر التربيعي لإيجاد قيمة r المطلوبة. مثلا تكون قيمة F المطلوبة على مستوى 1٪ لعدد 1 و 8 في درجات الحرية هي 11.26.

بتعويض هذه القيمة في المعادلة أعلاه نحصل:

$$r^2 = \frac{11.26}{11.26+10-2} = 0.5846$$
$$r = 0.7646$$

وهذه هي القيمة في جدول A7. بالنسبة إلى 3 درجات من الحرية ومستوى 1٪.

حدود الثقة Confidence Limits:

يعطي متوسط مربع الانحراف "DMS" Deviation mean square الكمية الأساسية لحساب عدة حدود للثقة. التغاير لمعامل الانحدار هو:

$$S_b^2 = \frac{DMS}{SS}$$

وتكون حدود الثقة هي: $b \pm t(S_b)$

في مثالنا عن العروض والأسعار للأبقار:

$$S_b^2 = \frac{4.27}{253.6} = 0.0168$$
$$S_b = 0.1298$$

قيمة t الجدولية على مستوى احتمال 5٪ وثمان درجات حرية هي 2.306 لذا فإن حدود الثقة على مستوى 5٪ هي:

$$-0.367 \pm 2.306(0.1298)$$
$$= -0.367 \pm 0.299 = -0.666 \ and \ -0.068$$

قيمة t على مستوى 1٪ هي 3.355 لذلك فإن حدود الثقة على مستوى 1٪ هي:

$$-0.367 \pm 3.355(0.1298)$$
$$= -0.367 \pm 0.435 = -0.802 \ and \ +0.068$$

لاحظ أن حدود الثقة على مستوى 5٪ لا تشمل الصفر ولكن تلك على مستوى 1٪ تشمل الصفر. يتفق هذا مع الاستنتاجات السابقة بأن معامل الانحدار معنوي على مستوى 5٪ ولكنه غير معنوي على مستوى 1٪.

القيم المقدرة لـ Y والتي ترمز لها $\hat{Y}$ تكون خاضعة لنوعين من الخطأ: تباين المعدل وتباين معامل الانحدار. تباين $\hat{Y}$ هو:

$$S_{\hat{y}}^2 = DMS\ (\frac{1}{n} + \frac{X^2}{SSX})$$

لاحظ أن مقدار هذا التباين يعتمد على قيمة X (انحراف X عن المعدل $\overline{X}$).

حدود الثقة لـ $\hat{Y}$ هي: $\hat{Y} \pm t\,(S\,\hat{y})$

في مثالنا:

$$S_{\hat{y}} = 4.27\ (\frac{1}{10} + \frac{X^2}{253.6})$$
$$= 0.427 + 0.0168\ X^2$$

حدود الثقة المرافقة لعدة قيم من x موجودة في جدول 6.13. رسم هذه القيم يعطي حزام الثقة Confidence belt حول خط الانحدار بشكل منحنيين وهما الحزام الداخلي في شكل 4.13.

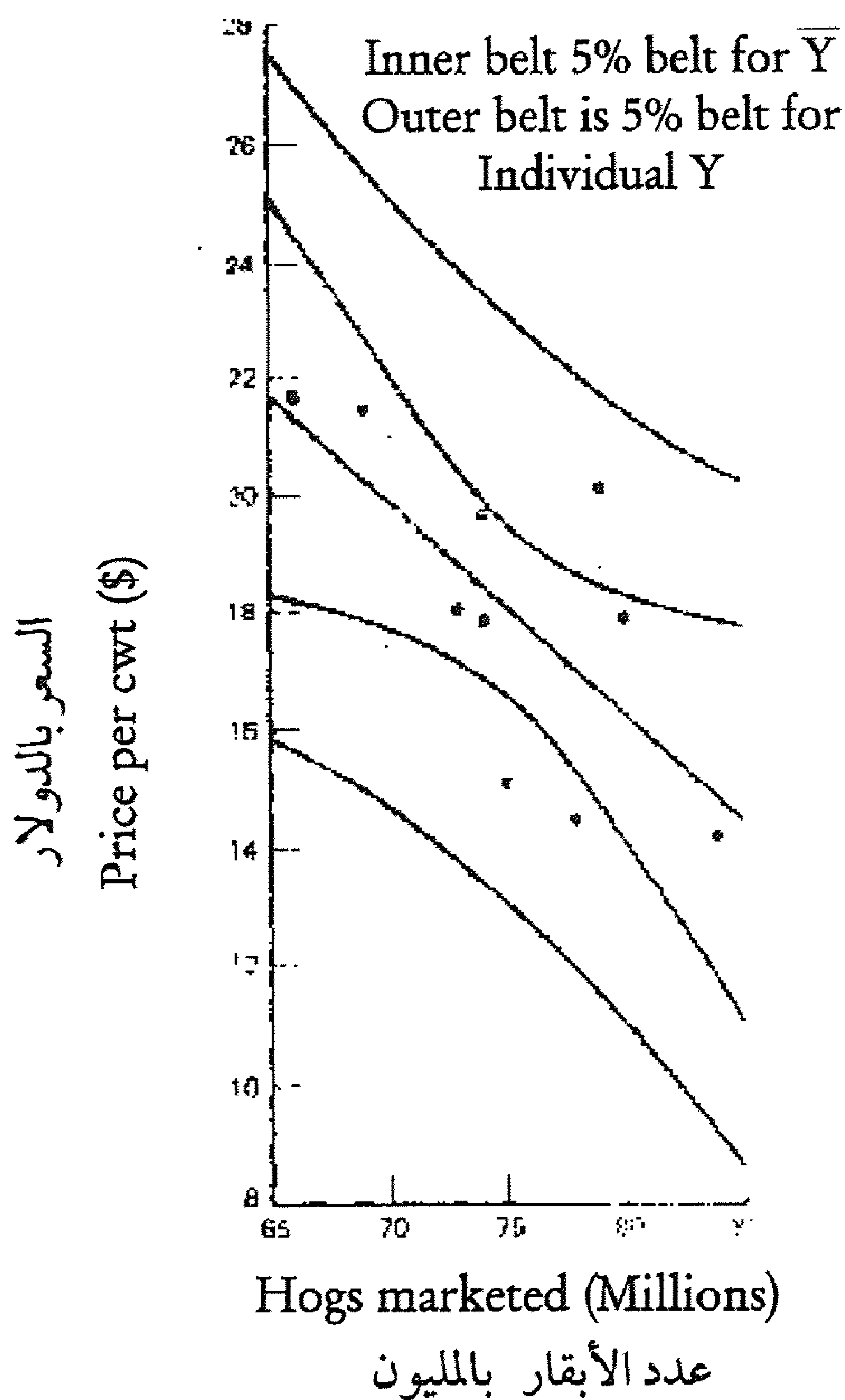
حدود الثقة التي قمنا بحسابها أعلاه هي لمعدلات مجتمعات من قيم Y المرافقة لقيم معينة من X. غالبا يكون من المرغوب وضع حدود للثقة على التوقعات لقيم مفردة من Y بإعطاء قيم معينة من X. يجب أن نأخذ بالحسبان هنا مصدرا إضافيا للخطأ. بالإضافة إلى خطأ معامل الانحدار وخطأ المعدل يوجد تغاير الأفراد حول المعدل المقدر. التباين الكلي لـ Y لقيمة معينة من $(X - \bar{X} = X)$ هو:

$$S_{\hat{y}}^2 = DMS(1 + \frac{1}{n} + \frac{X^2}{SSX})$$

وحدود الثقة هي:

$$\hat{Y} \pm t\,(S\,y)$$

الحدود لقيم منتخبة من x موجودة في جدول 6.13 ومرسومة في شكل 4.13 وهي حزام الثقة الخارجي في الشكل.



شكل **4.13**. أحزمة الثقة حول خط الانحدار لبيانات الأبقار

جدول **6.13**: التباينات، الأخطاء القياسية، وحدود الثقة على مستوى 5٪ لقيم $\hat{Y}$ و Y المرافقة لقيم مختارة من X في مثال العرض والسعر للأبقار

x	x	$\hat{y}$	$S^2\hat{y}$	$S^2\hat{y}$	$t(s\hat{y})$	Lower Limit	Upper Limit	S2y	S2y	t(Sy)	Lower Limit	Upper Limit
65.2	-10	21.64	2.11	1.45	3.35	18.29	24.99	6.28	2.53	5.82	15.82	27.46
67.2	-8	20.91	1.50	1.23	2.83	18.08	23.74	5.77	2.40	5.54	15.37	26.45
69.2	-6	20.17	1.03	1.02	2.34	17.83	22.51	5.30	2.30	5.31	14.86	25.48
71.2	-4	19.44	0.70	0.83	1.92	17.52	21.36	4.97	2.23	5.14	14.30	24.58
73.2	-2	18.71	0.49	0.70	1.61	17.10	20.32	4.76	2.18	5.03	13.68	23.74
75.2	0	17.97	0.43	0.65	1.51	16.46	19.48	4.70	2.17	5.00	12.97	22.97
77.5	2	17.23	0.49	0.70	1.61	15.62	18.84	4.76	2.18	5.03	12.20	22.26
79.2	4	16.50	0.70	0.83	1.92	14.58	18.42	4.97	2.23	5.14	11.36	21.64
81.2	6	15.77	1.03	1.02	2.34	13.43	18.11	5.30	2.30	5.31	10.46	21.08
83.2	8	15.04	1.59	1.23	2.83	12.21	17.87	5.77	2.40	5.54	9.50	20.58
85.2	10	14.30	2.11	1.45	3.35	10.95	17.65	6.28	2.53	5.82	8.48	20.12

ملاحظة: قيمة t المستعملة في هذه الحسابات كانت 2.306 وفي قيمة t الجدولية على مستوى 5٪ وثمان درجات حرية.

الانحدار في التجارب المكررة Regression in Replicated Experiments

بينا في الفصول السادس والتاسع والعاشر كيف نتمكن من استعمال طاقم من معاملات المقارنات المستقلة لإيجاد مجموع المربعات الخاص بالانحدار الخطي. هذه الطريقة يمكن تطبيقها بالنسبة لأطقم معينة من مستويات المعاملة بينما الطريقة العامة لهذا الفصل يمكن استخدامها لأية سلسلة من مستويات المعاملة.

سوف تستعمل البيانات من الفصل العاشر لتوضيح الطرق العامة وفي الفصل الخامس عشر شوف تحلل نفس البيانات بالطريقة المختصرة.

في جدول 7.13 نعطي الرمز Y لمجاميع تواريخ الحصاد الخمسة. استعمال المجاميع بدلاً من المعدلات يقلل مقدار أخطاء التقريب. سوف نوفق خط انحدار مستقيم لهذه القيم ونختبر معنويته.

$$\sum X^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X^2)}{5} = 55 - \frac{(15)^2}{5} = 10$$

$$\sum Y^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum y)^2}{5} = 571372.24 - \frac{(1600)^2}{5} = 59372.24$$

$$\sum Xy = \sum Xy - \frac{\sum X \sum y}{n} = 5551.0 - \frac{(15)(1600)}{5} = 751.0$$

$$b = \frac{\sum Xy}{\sum X^2} = \frac{751}{10} = 75.1$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = 320 - (75.1)(3) = 94.7$$

$$r^2 = \frac{(\sum Xy)^2}{\sum X^2 \sum y^2} = \frac{(751)^2}{(10)(59372.24)} = 0.94994$$

$$SSY(on\ a\ per-plot\ basis) = \frac{\sum y^2}{16} = \frac{59372.24}{16}$$

على أساس لكل لوح منفرد $= 3710.765$

$$\text{SS Regression} = r^2\,(SSY) = 0.94994(3710.765)$$

$$= 3525.004$$

$$\text{SS Deviation} = (1-r^2)\,(SSY) = 0.05006\,(3710.765)$$

$$= 185.761$$

مجموع مربعات الانحراف المبين في العمود الأخير من جدول 7.13 يمكن أن يختزل على أساس اللوح المنفرد بالتقسيم على 16 (التي هي مربع عدد المكررات 4 لكل معاملة):

$$\frac{2972.14}{16} = 185.759$$

والذي يتفق مع القيمة المعطاة أعلاه عدا أخطاء التقريب.

حسبت معادلة الانحدار من مجاميع المعاملات إذا رغبنا في الحصول على معادلة لتقدير المعدلات نقسم a و b على 16 للحصول على المعادلة:

$$\hat{Y} = 5.91875 + 4.69375\ X$$

يمكن تلخيص مجموع المربعات في جدول تحليل التباين (جدول 8.13).

لاحظ أنه في بيانات الأبقار عندما كنا نتعامل مع أزواج مفردة من الملاحظات استعملنا متوسط المربعات للانحرافات Deviation mean square لاختبار متوسط المربعات للانحدار Regression mean square, لكن في تجربة مكررة يوجد لدينا حد للخطأ يمكن استعماله لاختبار كلا متوسط المربعات للانحدار ومتوسط المربعات للانحرافات.

جدول **7.13**. المجاميع (Y) من معاملات موعد الحصاد (X)

في تجربة البنجر السكري في الفصل العاشر

	X	Y	X^2	XY	Y^2	$\hat{Y}$	$Y-\hat{Y}$	$(Y-\overline{Y})^2$
	1	140.0	1	140.0	19600.00	169.8	-29.8	888.04
	2	267.2	4	534.4	71395.84	244.9	22.3	497.29
	3	335.2	9	1005.6	112359.04	320.0	15.2	231.04
	4	417.0	16	1668.0	173889.00	395.1	21.9	479.61
	5	440.6	25	2203.0	194128.36	470.2	-29.6	876.16
Total	15	1600.0	55	5551.0	571372.24	1600.0	0.0	2972.14

جدول **8.13**. جدول تحليل التباين لانحدار حاصل البنجر السكري على موعد الحصاد (جدول **7.13**)

مصدار التباين Source of variation	df	SS	MS	F	Required F الجدولية 5%	1%
مواعيد الحصاد	4	3710.765	927.691	111.691	3.26	5.41
الانحدار	1	3525.004	3525.004	425.26	4.75	9.33
الانحراف	3	185.761	61.920	7.47	3.49	5.95
الخطأ	12	99.467	8.289			

في مثالنا تدل المعنوية العالية لمتوسط المربعات للانحدار عن أن هناك اتجاهاً معنوياً جداً لحاصل البنجر السكري للزيادة بتقدم موعد الحصاد (ضمن مدى المواعيد المستعملة في هذه التجربة). قيمة F للانحراف عن الانحدار. بالرغم من أنها ليست بالمقدار الذي عليه قيمة F للانحدار، فإنها معنوية جدا. يدلنا هذا على أن هناك مصدرا معنويا جدا للتغاير بالإضافة إلى الاتجاه الخطي الموجب الذي يؤثر على الحاصل. سوف نتفحص بعض المصادر المحتملة في الفصل القادم.

المخاطر Pitfalls

من المحتمل أنه لا يوجد جزء آخر من الإحصاء معرض إلى سوء استعمال أو تفسير أكثر من الارتباط والانحدار. يكون القول (يمكن أن يثبت الشخص أي شيء بالإحصاء) صحيحا فقط إذا تجاهل الشخص بعض القواعد الأساسية المشمولة. الأساسان الأكثر تجاهلا في الارتباط هما:

1- الاسم الكامل لمعامل الارتباط هو معامل الارتباط الخطي.

2- لا يوجد شيء في تعريف الارتباط يدل أو يتضمن أن العلاقة بين المتغيرين هي علاقة بين المسبب والتأثير، الأمثلة الآتية تبين السهولة التي يمكن أن يحصل فيها مشكلة.

ارتباط واطئ لا يعني دائماً عدم وجود علاقة

A Low Correlation Doesn't Always Mean Lack of Relation

انظر إلى أزواج الأرقام الآتية:

X	Y
0	0
1	144
2	256
3	336
4	384
5	400
6	384
7	336
8	256
9	144
10	0

إذا حسبنا معامل الارتباط بين X و Y نجد أنه صفر (جرب ذلك وسترى). لكن إذا استنتجنا أنه لا توجد علاقة بين X و Y فإننا سنكون مخطئين تماما .. حيث أن X هو الوقت الذي يمضي بالثواني بعد إطلاق سهم عموديا بسرعة 160 قدم بالثانية بينما Y هي ارتفاع السهم بالأقدام. بالطبع يكون من غير المعقول تماما الادعاء بأنه لا يوجد علاقة بين ارتفاع السهم والوقت الذي يمضي بعد إطلاقه. ما هو الخطأ في هذا التناقض؟ الكلمة المهمة (خطي Linear) المتضمنة عند الكلام عن معامل الارتباط ثم تجاهلها. صحيح أنه لا يوجد خط مستقيم يتمكن من توفيق هذه البيانات ولكن المعادلة $Y = 160\ x - 16\ x^2$ تعطي توفيقا تاما. هذه هي معادلة القطع المكافئ.

العبرة من هذا المثال هو أن الشخص يجب أن يكون متحسباً لعلاقات منحنية Curvilinear relations التي يمكن أن توفق البيانات بصورة أفضل من العلاقة الخطية البسيطة. الطرق لمعالجة البيانات من هذا النوع سوف تقدم فيما بعد.

ارتباط عالي لا يعني بالضرورة علاقة مسبب بالتأثير

A High Correlation Does Not Necessarily Mean A Cause and Effect Relationship

لاحظ جدول 9.13 الذي يمكننا منه حساب معامل الارتباط ومعادلة الارتباط

جدول **9.13** خمسة عشر زوجاً من البيانات المرتبطة بدرجة عالية

X	Y	
295	73	$\sum X = 5665$
339	78	$\overline{X} = 377.9$
343	85	$\sum X^2 = 2163935$
344	91	$(\sum X)^2 / 15 = 214250$
357	100	$\sum X^2 = 21431$
359	109	$\sum y = 176.8$
368	119	$\overline{y} = 117.9$
395	125	$\sum y^2 = 218482$
414	129	
406	135	
385	142	
394	139	$(\sum y)^2 / 15 = 208388$
404	140	$\sum y^2 = 10091$
420	147	$(\sum X \sum y) / 15 = 681962$
446	156	$\sum Xy = 13776$

$$r2 = (\sum Xy)^2 / \sum X^2 \sum y^2 = (13776)^2 / (21431)(10094)$$
$$= 189778176 / 216324514 = 0.8773$$

معامل الارتباط: $r = \sqrt{0.8773} = 0.937$

معامل الانحدار: $b = \Sigma Xy / \Sigma X^2 = 13776 \; / \; 21431 = 0.643$

التقاطع مع المحور الصادي: $a = \overline{Y} - b\overline{X} = 117.9 - 243.0 = 125.1$

معادلة الانحدار: $\hat{Y} = -125.1 + 0.643$

القيمة العالية لمعامل الارتباط (0.937) تدل على علاقة قريبة بين X و Y. يميل الشخص للقول بأن كل وحدة تغير في X يسبب تغيراً مقداره 0.643 في Y. دعنا الآن نرى ماذا تمثل X و Y. قيم X هي عدد السيكاير المستعملة سنوياً في الولايات المتحدة (بالبلايين) من 1944 إلى 1958. قيم Y هي أرقام المؤشرات للإنتاج لكل رجل — ساعة بالنسبة لمحاصيل الدريس والعلف خلال نفس الفترة. سوف يكون هناك حاجة إلى تخيل واسع للتفكير بأية علاقة مسبب وتأثير بين استهلاك السيكاير والكفاءة في إنتاج الدريس. الذي حدث فقط هو أن كلا هذين المتغيرين أبديا زيادة مضطردة مع الوقت خلال الفترة المأخوذة في الاعتبار.

العبرة من هذا المثال هو أن معامل الارتباط سوف يقيس درجة (العلاقة) بين المتغيرين ولكنه سوف لا يخبرنا عما إذا كانت العلاقة هي علاقة المسبب بالتأثير. القرار هو للباحث ويجب أن يستند إلى معرفة جيدة بالمتغيرات تحت الدراسة.

انتبه للارتباطات بين الجزء والكل Watch For Part – Whole Correlations

قبل بضعة سنوات تم تقديم بحث في مؤتمر للأنواء الجوية يتعلق بدراسات عن طول مواسم النمو بين تواريخ الصقيع التي تسبب موت النباتات. ذكر البحث أنه لم يكن هناك ارتباط أو ارتباط قليل بين تاريخ الصقيع الأخير في الربيع وبين تاريخ الصقيع الأول في الخريف لفترة طويلة من الزمن، الاستنتاج التالي الذي ذكره البحث هو وجود ارتباط عالي نوعا ما بين تواريخ الصقيع الأخير في الربيع وبين طول مواسم النمو.

إذا فحصنا هذا الاستنتاج الثاني نلاحظ أن طول موسم النمو يتحدد تماماً بجزئين هما البداية (الصقيع الأخير في الربيع) والنهاية (الصقيع الأول في الخريف). يمكن بسهولة إثبات أنه إذا كان المتغير مكونا من جزئين مستقلين أو أكثر فهناك تلقائيا ارتباط بين أي جزء من الأجزاء وبين الكل. تكون العلاقة بسيطة:

r = (الانحراف القياسي للجزء) / (الانحراف القياسي للكل)

في حالة بيانات الصقيع إذا كانت تواريخ الصقيع الربيعي وتواريخ الصقيع الخريفي متساوية تقريبا في التغاير فإننا نتوقع أن يكون الارتباط بين تواريخ الصقيع الربيعي وطول موسم النمو حوالي $\sqrt{0.5}$ أي 0.707. الاستنتاج عن الارتباط بين الصقيع الربيعي وطول موسم النمو كان صحيحا ولكنه واهيا.

الاستكمال مغري ولكنه خطر Extrapolation is Temting But Dangers

غالباً تقع سلسلة من الملاحظات ضمن مدى محدود نوعاً ما من القيم للمتغيرين تحت الدراسة. إذا أبدت هذه معامل ارتباط عالي فهناك إغراء كبير لمد خطٍ الانحدار إلى ما بعد المدى للملاحظات ومحاولة توقع ما يحدث لقيم Y إذا أخذت X قيما فوق أو تحت تلك التي تم ملاحظتها فعلا. يعرف هذا بالاستكمال Extrapolation. هذهِ الممارسة خطرة لأن كثيرا من المتغيرات التي ترتبط بشكل منحني سوف تعطي ارتباطا خطيا عاليا إذا تم معاينة مقطع قصير من المنحني.

جدول 10.13 يعطي القياسات لعشر بصلات ذات أقطار تتراوح بين 50 و 70 ملم مع الأوز المناظرة لها بالغرامات.

يكون حساب معامل الارتباط r ومعادلة الانحدار كالآتي:

$\Sigma X = 614.9$ $\Sigma y = 1031.9$

$\overline{X} = 61.49$ $\overline{Y} = 103.19$

$\Sigma X^2 = 38192.17$ $\Sigma Y^2 = 113247.79$ $\Sigma XY = 65014.60$

$(\Sigma X)^2 / n = 37810.20$ $(\Sigma Y)^2 / n = 106481.76$

$\Sigma X \Sigma Y / n = 63451.53$

جدول **10.13**. القياسات لعشر بصلات

Diameter (X) القطر	Weight (Y) الوزن
51.0	63.4
66.2	115.3
69.2	146.6
69.5	132.6
56.9	80.7
67.1	125.6
58.1	80.0
53.9	78.7
63.0	112.8
60.0	96.2

$$\Sigma X^2 = 381.97 \quad \Sigma Y^2 = 6766.03 \quad \Sigma XY = 1563.07$$

$$r2 = (1563.07)^2 / (381.97 \times 6766.03) = 0.9454$$

معامل الارتباط: $r = \sqrt{0.9454} = 0.97$

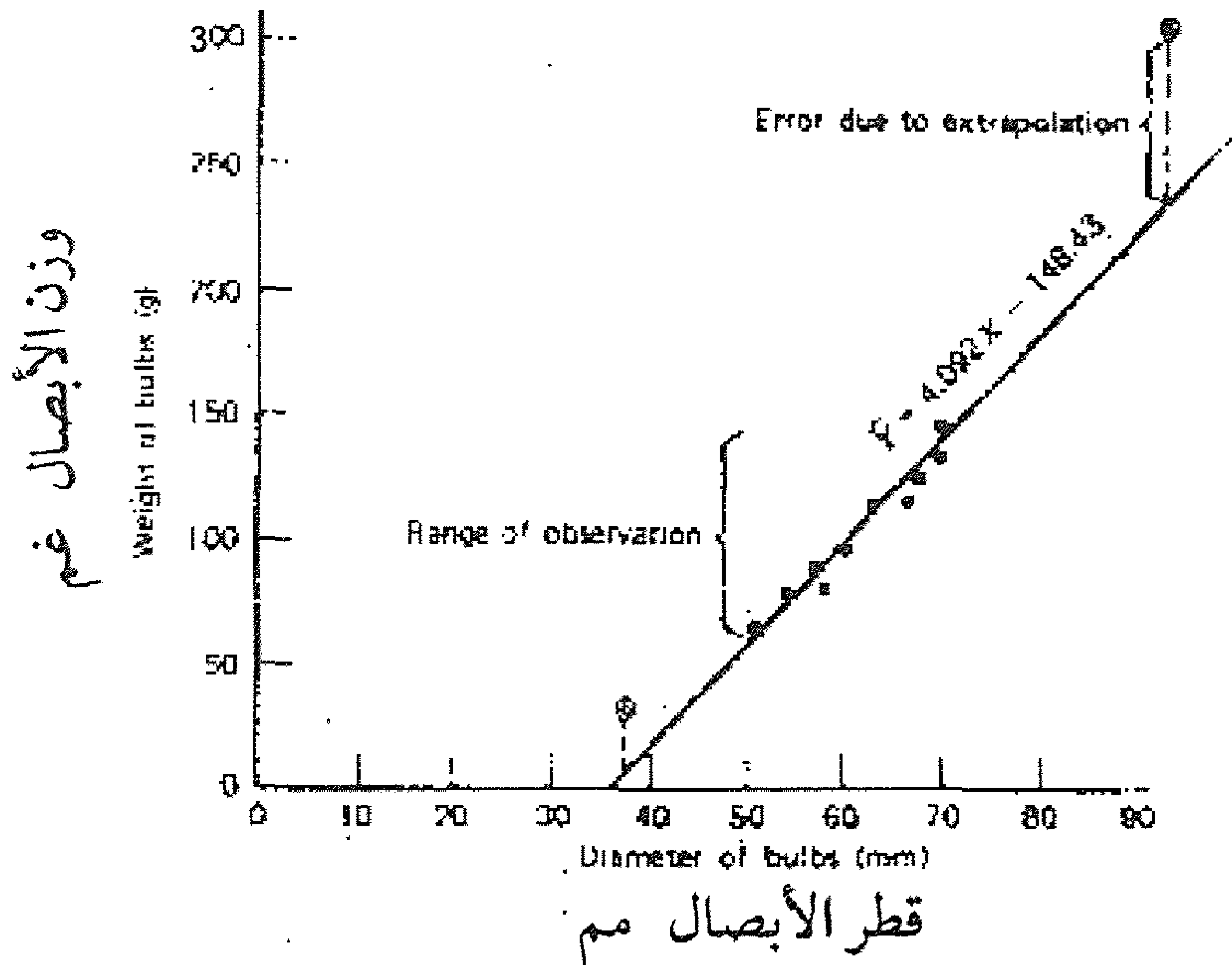
معامل الانحدار : $b = 1563.07 / 381.97 = 4.092$

التقاطع مع المحور الصادي: $a = 103.19 - (4.092)(61.49) = -148.43$

معادلة الانحدار : $\hat{Y} = 4.092 \times -418.43$

معامل الارتباط (0.97) بين القطر والوزن هو عالي جداً (وهذا غير مدهش). ضمن المدى من 50 إلى 70 ملم تصف معادلة الخط المستقيم العلاقة بين المتغيرين بشكل جيد جدا.

دعنا الآن نستكمل الخط لنرى ما يحدث. وجد أن جملة ذات قياس 92.4 ملم وزنها 300.2 غرام لكن تقديرنا للوزن من معادلة الانحدار هو 229.7 غرام. الاستكمال جعلنا نخطأ بمقدار 70.5 غرام في تقديرنا. إذا ذهبنا بالاتجاه الآخر فإن بصلة تقيس 37.8 ملم تزن 27.8 غرام لكن الاستكمال يعطي تقديرٍ 6.2 غرام. الاستكمال لقيم X أصغر من ذلك يعطي بسرعة قيم غير معقولة تماما من Y. مثلا التقدير لبصلة تقيس 36.27 ملم هو صفر غرام وجميع البصلات الأصغر من هذا دون الصفر. يبين الشكل 5.13 الخط الموفق للبيانات وتأثيرات الاستكمال.



شكل 5.13. خط الانحدار مرسوم خلال بيانات البصل ضمن مدى محدود مبيناً خطورة الاستكمال من ملاحظات محدودة

من السهولة رؤية السبب الذي يجعل الاستكمال يقودنا إلى هذا الشطط الكبير في هذه الحالةٍ. معادِلة الإنحدار المستقيم تعني أن إضافة مقدار معين إلى قطر البصلة سوف يضيف مقدارا ثابتا معينا إلى الوزن. لكن يجب أن يكون من الواضح أن هذا لا يمكن أن يكون كذلك. إضافة 1سم إلى بصلة قطرها 9سم بالتأكيد يؤدي إلى زيادة أكبر في الوزن من 1سم مضاف إلى بصلة ذات قطر 2سم.

إذا رغب الشخص في إيجاد كيفية العلاقة بين متغيرين خارج المدى لملاحظاته فإن Y من طريقة هو عمل ملاحظات أكثر في المنطقة المرغوبة.

الخلاصة Summary

الارتباط هو ميل متغيرين لأن يكون علاقة بينهما بطريقة معينة. يعرف المتغيران بالمتغير المستقل والمتغير التابع حسب المتغير الذي يعتبر معتمدا على المتغير الآخر. يرمز للعامل المستقل X وللعامل التابع Y، يقيس معامل الارتباط درجة العلاقة بين المتغيرين.

الانحدار هو مقدار التغير في المتغير التابع المرافق لوحدة تغير في المتغير المستقل. معادلة الانحدار الخطي هي: $\hat{Y} = a + bx$ حيث Y هي القيمة المقدرة للمتغير التابع Y. , و هي النقطة التي يقطع فيها الخط المحور الصادي، و b هي الميل أو معامل الانحدار.

عند رسم مجموعة من البيانات متكونة من أزواج من القيم المتغيرة نحصل على مخطط مبعثر. عادة تكون هذه خطوة أولى مناسبة في تحليل الانحدار. طريقة مختصرة سريعة تعرف بطريقة الفرق في المرتبة تعطي تقريبا سهولة الحساب لمعامل الارتباط المعادلة هي:

$$r = 1 - \frac{6\Sigma\ d^2}{n(n-1)(n+1)}$$

حيث أن r هو معامل الارتباط، و d هو الفرق في المرتبة لكل زوج من الملاحظات و n هو عدد الأزواج.

الطريقة القياسية أو طريقة حاصل الضرب — العزم يمكن التعبير عنها بعدة معادلات:

(الصيغة المباشرة للملاحظات)

$$r^2 = \frac{\{\Sigma(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})\}^2}{\Sigma(X-\overline{X})^2\ \Sigma(Y-\overline{Y})^2}$$

(صيغة الانحراف عن المتوسط)

$$r^2 = \frac{(\Sigma Y)^2}{\Sigma X^2\ \Sigma Y^2}$$

(الصيغة الحسابية)

$$r^2 = \left\{\Sigma XY - \frac{\Sigma X \Sigma Y}{n}\right\}^2 / \left\{(\Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n})(\Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}\right\}$$

(صيغة الانحدار)

$$r^2 = b_{yx} \quad b_{xy}$$

(الإشارة سوف تناظر إشارة الرقم داخل الأقواس للبسط في المعادلات الثلاث الأولى أعلاه وسوف تناظر إشارة b_{xy} في المعادلة الرابعة)

$$r = \pm \sqrt{r^2}$$

يمكن تحديد معنوية معامل الارتباط باستعمال جدول خاص بقيم r وباستعمال n − 2 درجات من الحرية حيث n هو عدد أزواج الملاحظات.

الارتباطات المبنية على زوجين فقط من الملاحظات سوف تكون دائماً إما زائد واحد أو ناقص واحد ولكنها لا تعني أي شيء.

معامل الانحدار هو: $b = \Sigma Xy / \Sigma X^2$

نقطة التقاطع مع محور الصادات هي: $a = \overline{Y} - b\overline{X}$ عند تحديد a و b يمكن كتابة معادلة الانحدار:

$$\hat{Y} = a + bX$$

عدم الاتفاق بين القيم الملاحظة والمقدرة لمتغير التابع لا يقاس بحساب مجموع مربعات الانحرافات عن الانحدار بواسطة العلاقة:

$$\Sigma d^2 = (1 - r^2) \ \Sigma y^2$$

خارج قسمة مجموع مربعات الانحرافات على درجات الحرية (n − 2) هو متوسط مربعات الانحرافات Deviation mean square (DMS). الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات يعرف بالخطأ القياسي للتقدير Standard error of estimate.

يمكن الحصول على مجموع المربعات للانحدار مباشرة:

$$SSR = r^2 \ \Sigma y^2$$

أو بالطرح:

$$SSR = \Sigma y^2 - \Sigma d^2$$

يكون متوسط المربعات للانحدار مساوياً في القيمة لمجموع المربعات للانحدار لأنه ذو درجة واحدة فقط من الحرية. يمكن إجراء اختبار للمعنوية بواسطة متوسط مربعات الانحرافات / متوسط مربعات الانحدار.

وباستعمال جدول F تحت 1 و (n − 2) من درجات الحرية سوف يعطي هذا نفس الاختبار كاستعمال جدول r.

التباين لمعامل الانحدار هو:

$$S_b^2 = DMS / SSX$$

حدود الثقة لمعامل الانحدار b هي:

$$b \pm t\ (S_b)$$

التباين لقيمة $\hat{Y}$ المقدرة هو:

$$S_{\hat{y}}^2 = DMS\ (\frac{1}{n} + \frac{X^2}{SSX})$$

حدود الثقة بالنسبة لقيمة $\hat{Y}$ المقدرة هي:

$$\hat{Y} \pm t\ (S_{\hat{y}})$$

التباين لقيمة المفردة المتوقعة من المتغير التابع Y هو:

$$S_y^2 = DMS\ (1 + \frac{1}{n} + \frac{X^2}{SSX})$$

حدود الثقة لقيمة مفردة مقدرة من Y هي:

$$\hat{Y} \pm t\ (S_y)$$

في تجربة مكررة يمكن اختبار متوسط مربعات الانحدار ومتوسط مربعات الانحرافات بنفس حد الخطأ المستعمل لاختبار متوسط المربعات لمجموع المعاملات.

يجب أن نتذكر دائماً أن معامل الارتباط الاعتيادي يفترض علاقة خطية بين المتغيرين. كذلك لا يمكنه أن يساعدنا على أن نقرر فيما إذا كانت العلاقة هي علاقة بين المسبب والتأثير.

إذا كان معامل الارتباط واطئاً فإن هذا لا يعني دائماً عدم وجود علاقة. قد يكون هناك علاقة منحنية جيدة جدا.

إذا كان معامل الارتباط عالياً فإن هذا لا يضمن علاقة مباشرة بين المسبب والتأثير. ببساطة يمكن أن يكون المتغيران متعلقين بمتغير ثالث مثل الزمن.

تجنب الارتباط بين متغير مع أحد الأجزاء المكونة له. الاستنتاجات التي يتم التوصل إليها تكون واهية.

تجنب الاستكمال لخط الانحدار خارج مدى الملاحظات.

الفصل الرابع عشر

14

العلاقات المنحنية

Curvilinear Relations

- القرار حول المنحنى المستعمل.
- منحنى الأسس.
- المنحنى الأُسي.
- المنحنيات المقاربة.
- الطراز المتعدد الحدود.
- المتعدد الحدود في التجارب المكررة.
- جمع طرز المنحنيات.
- الطرز الدوري.
- الخلاصة.

الفصل الرابع عشر

العلاقات المنحنية

Curvilinear Relations

في الفصل الماضي حذرنا بصورة متكررة أن نتذكر بأن المعاملات الاعتيادية للارتباط والانحدار تعتمد على علاقة خطية بين متغيرين، العلاقة الخطية هي أبسط طراز من العلاقة الموجودة بين متغيرين. حتى وإن كان هناك انحرافات واضحة عن العلاقة الخطية لقيم متطرفة من X و Y، فغالبا ما يحدث أنه ضمن المدى المفيد أو العملي من القيم للمتغيرين فإن الخط المستقيم يكون كافيا لتشخيص العلاقة. مثلا في اختبارات السماد نلاحظ غالبا أن هناك زيادة مضطردة في الحاصل بزيادة الإضافة لمغذي ما إلى نقطة معينة. بعد تلك النقطة يمكن أن تكون الزيادة في الحاصل أقل وضوحا. وأخيرا فإن الحاصل سوف يقل فعليا عندما نستعمل كميات زائدة من السماد. إذا كنا مهتمين فقط في استعمال كميات قليلة إلى متوسطة من السماد فإن خطا مستقيما يمكن أن يكون كافيا لوصف العلاقة بين الحاصل والسماد. إذا رغبنا بوصف هذه العلاقة خلال المدى الكامل للإضافات من الصفر إلى العالية جدا فربما يتوجب علينا أن نستعمل منحنيا الذي يصل إلى حد أعلى ومن ثم يتناقص.

القرار حول المنحنى المستعمل Deciding What Curve To Use

نظراً لوجود أنواع كثيرة جداً من المنحنيات التي يمكن أن تستعمل للتعبير عن العلاقة بين متغيرين لذلك يجب أن نقرر أولا ما هو نوع المنحنى الذي سوف نحاول توفيقه للبيانات. من المرغوب به إيجاد منحنى يعبر عن علاقة طبيعية بين المتغيرين ولكن هذا لا يكون ممكنا دائما. أحيانا نتمكن بواسطة معرفة جيدة وخبرة بالمتغيرين المدروسين من انتخاب طراز معين من المنحنى يكون منطقيا أكثر من المنحنيات الأخرى.

سوف نذكر بعض الأمثلة لهذا عندما نتقدم في الموضوع. أحياناً يكون العكس صحيحاً. إيجاد المنحنى الذي يوفق البيانات بصورة جيدة يمكن أن يعطينا دليلا مهما عن العلاقة الطبيعية الموجودة بين المتغيرين. كثير من القوانين الطبيعية لدينا تم اكتشافها بهذه الطريقة مثل قانون بويل وقانون تشارلز وقانون الأجسام الساقطة.

في حالة البيانات البايولوجية فإن العلاقة بين متغيرين يمكن أن تكون معقدة بدرجة كبيرة بحيث لا تكفي معادلة بسيطة لوصف العلاقة. غالبا يجب أن نكون معنيين بإيجاد معادلة توفق البيانات بدرجة جيدة بدون أية ادعاءات بأن المعادلة تعبر عن أية علاقة طبيعية. من الممكن دائما إيجاد منحني يوفق البيانات تماما لكن مثل هذا المنحنى يمكن أن يكون اصطناعيا تماما وخالي تماما من أي معنى فيزيائي أو بايولوجي.

من بين الكم الهائل من طرز المنحنيات انتخبنا خمسة للاعتبار. تم اختبار هذه الطرز **أولا** لأنها الأشيع بالمواجهة في البيانات البايولوجية والاقتصادية **وثانيا** لأننا نحتاج فقط إلى أفكار رياضية أولية لاستخدامها في مناقشتها.

منحنى الأس The Power Curve

هذا هو المنحنى الذي يكون فيه المتغير التابع Y دالة لأس ما للمتغير المستقل X. الشكل العام للمعادلة لمنحنى من هذا الطراز هو:

$$Y = a X^b$$

إذا أخذنا اللوغاريتم لطرفي المعادلة نحصل على:

$$\text{Log } Y = \log a + b \log X$$

إذا اعتبرنا لوغاريتم X ولوغاريتم Y هما المتغيرين ونرمز لهما $\overline{X}$ و $\overline{Y}$ ورمزنا للثابت لوغاريتم a بالرمز $\overline{a}$ يمكن إعادة كتابة المعادلة:

$$\overline{Y} = a' + bX'$$

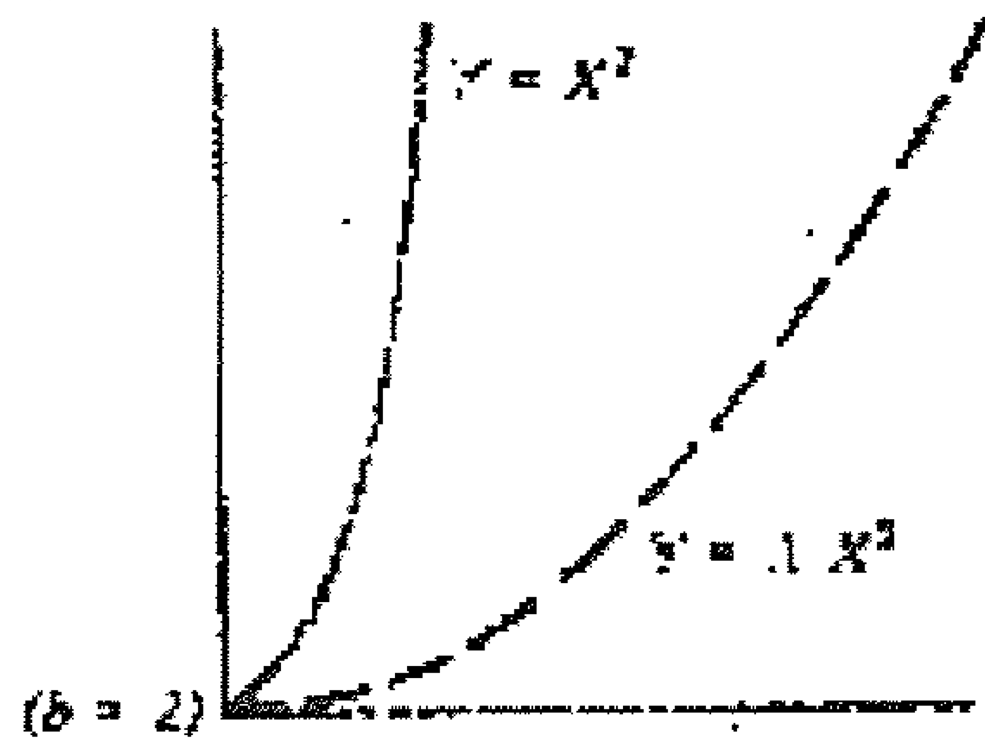
يمكن بسهولة تشخيص هذه المعادلة بأنها المعادلة العامة للخط المستقيم التي تم مناقشتها في الفصل السابق. لذلك كل ما يجب أن نفعله لتحليل البيانات من هذا الطراز هو تحويل الملاحظات إلى لوغاريتمات ثم العمل بالضبط كما فعلنا في الارتباط والانحدار الخطي.

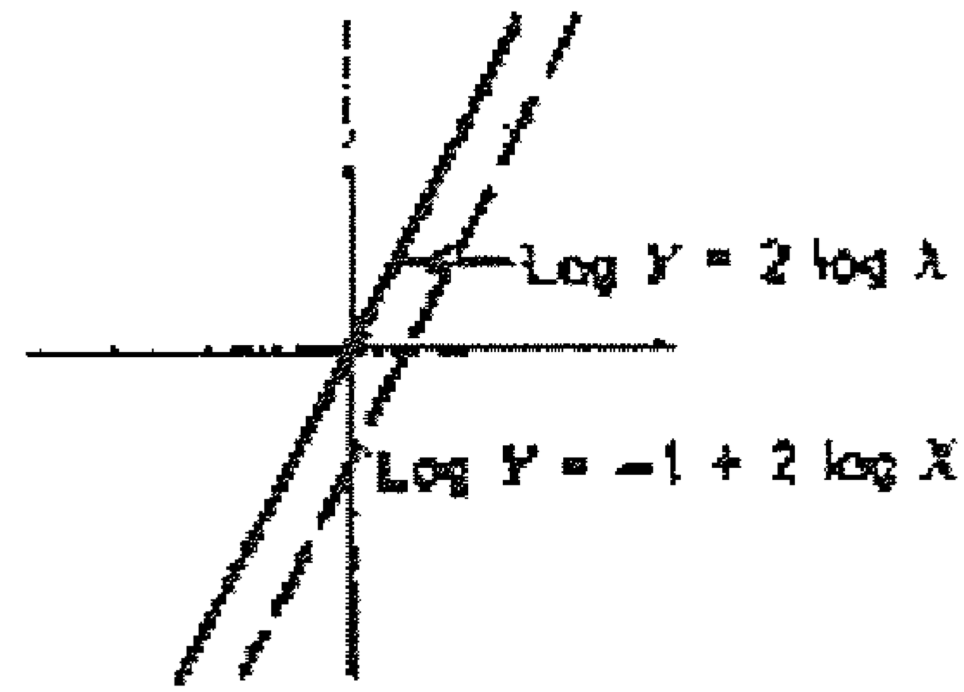
يمكن أن تكون قيمة b موجبة أو سالبة وكعدد صحيح أو كسر. يبين الشكل 1.14 بعضاً من التنوع الواسع لأشكال المنحنى التي تنتج عن قيم مختلفة من b. بعد تحويل X و Y إلى لوغاريتمات تصبح جميع هذه المنحنيات خطوطا مستقيمة ذات ميل b كما موضح في الجهة اليمنى من الشكل.

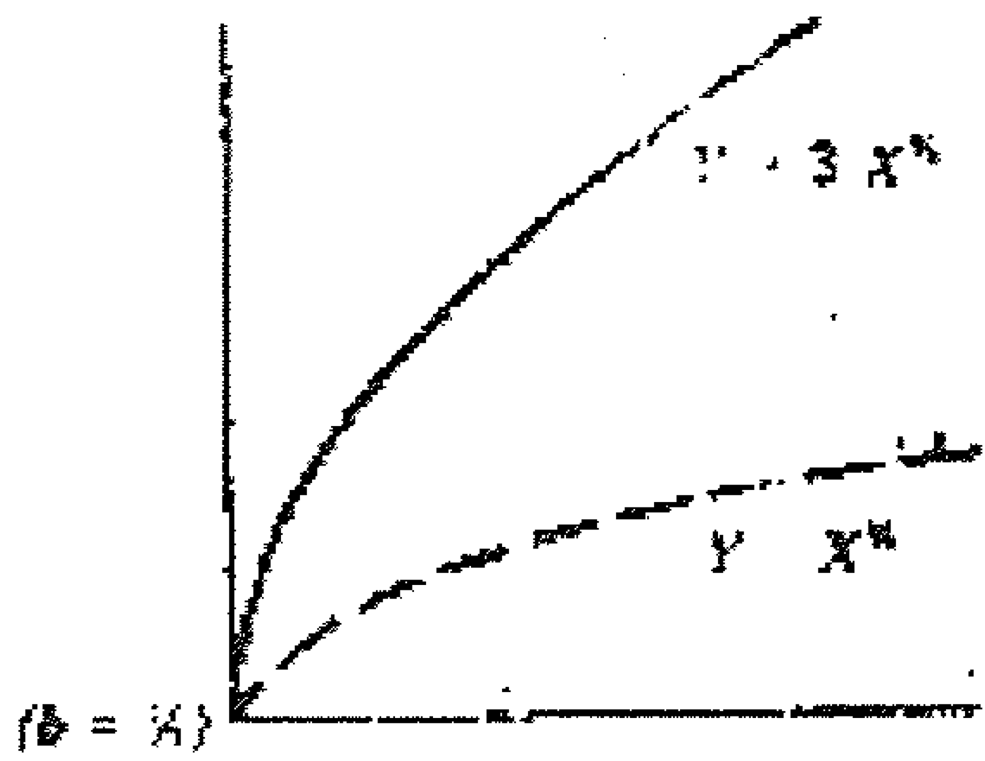
يكون تأثير a على المنحنيات الأصلية هو انضغاط أو توسع المقياس في أحد المحورين بينما يكون تأثيرها على الخط المحول لوغاريتميا هو ببساطة تحريكه إلى الأعلى أو الأسفل بدون تغيير ميله. نظرا لأن الأرقام الموجبة فقط لها لوغاريتمات فإن الشكل اللوغاريتمي للمعادلات لا يعني شيئا للقيم السالبة من X. لذلك يجب أن نستعمل التحويل اللوغاريتمي فقط للبيانات التي تكون فيها جميع الملاحظات من X و Y موجبة. في الواقع لا يمثل هذا تحديدا سيئا جدا لأن كثيرا من القياسات الفيزيائية مثل الوزن والطول والمساحة وغيرها تأخذ قيما موجبة فقط.

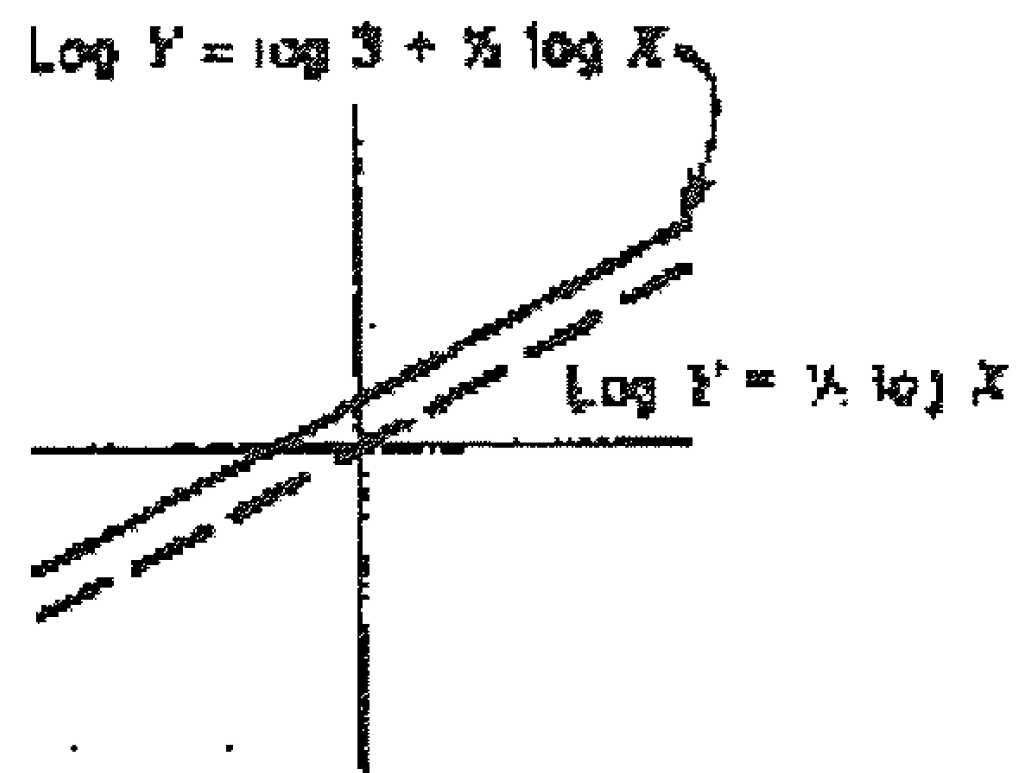
كيف يمكن معرفة إمكانية استعمال التحويل اللوغاريتمي؟ هنا أيضاً يكون استعمال الرسم بداية جيدة. يمكن عمل الرسم بطريقتين. يمكن تحويل القيم الملاحظة من X و Y إلى لوغاريتمات ورسمها على ورق الرسم الاعتيادي. الطريقة الأبسط هي رسم القيم الأصلية على ورق رسم يعرف بورق اللوغاريتمات. في أي من الطريقتين سوف ينتج مخطط مبعثر. إذا

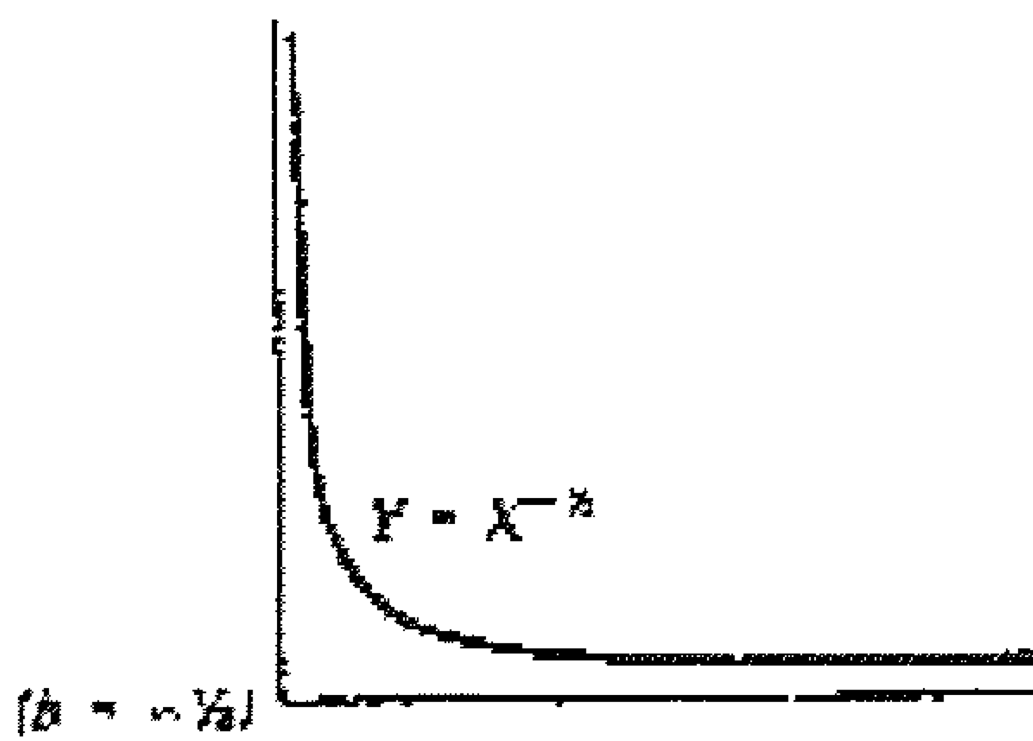
كان هذا المخطط المبعثر بشكل بيضوي وهو الشكل النموذجي للبيانات المرتبطة خطياً فإننا نتمكن من تحليل اللوغاريتمات من X و Y.

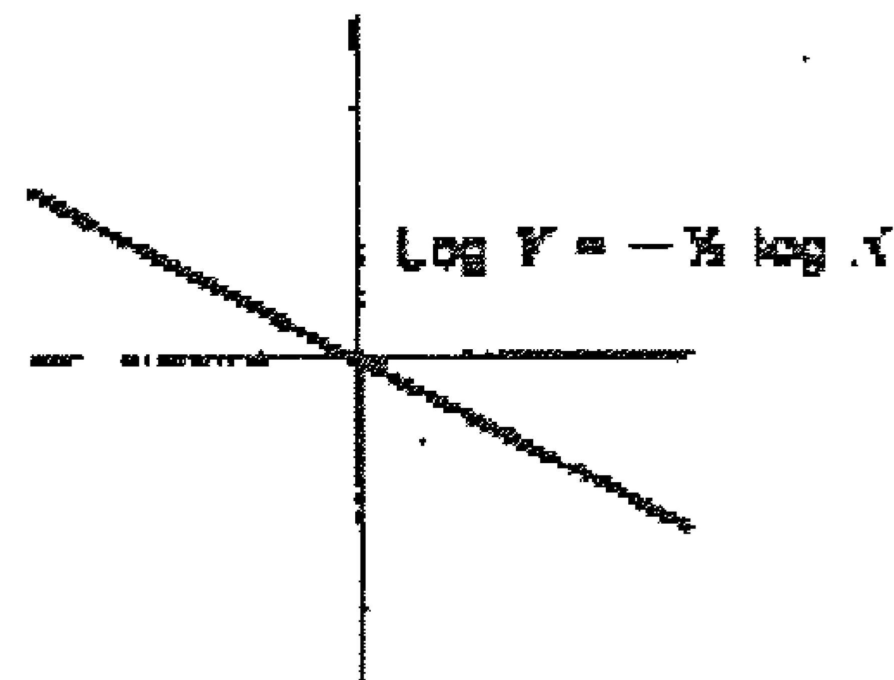


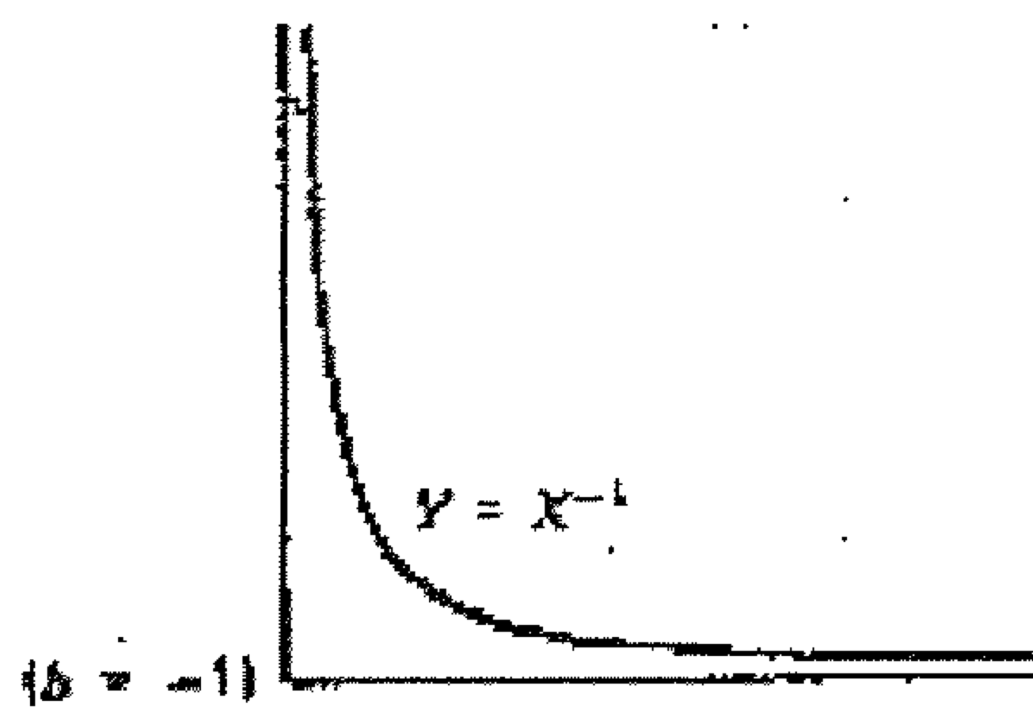


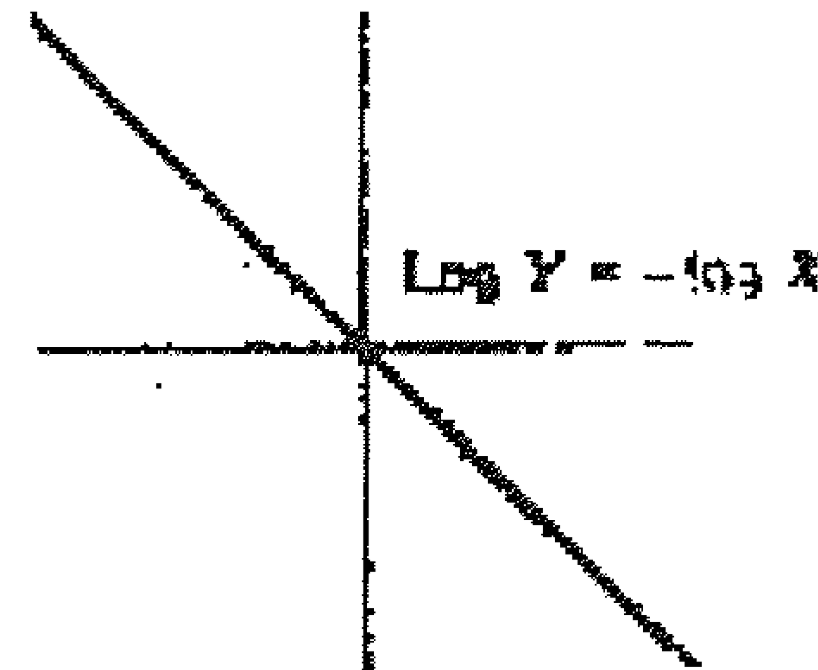












شكل **1.14**. منحنيات ذات أشكال مختلفة مع تحويلها إلى اللوغاريتمات مبيناً كيف يمكن لهذا التحويل أن يحول المنحنيات إلى خطوط مستقيمة

من الناحية المنطقية نتوقع من البيانات المعتمدة على قياسات تتضمن عددين مختلفين من الأبعاد أن توفق منحنيات من الشكل $Y = a\,X^b$. مثلا الطول هو أحادي البعد بينما الوزن

يكون متعلقاً بالحجم ولذلك فهو ثلاثي الأبعاد. لذلك في حالة ربط الطول بالوزن يكون من المنطقي محاولة استعمال التحويل اللوغاريتمي. يصح نفس الشيء بالنسبة لقياسات العرض والمساحة، الطول والحجم، السطح والقطر، وما شابه ذلك.

في الفصل الماضي عند مناقشة أخطار الاستكمال قدمنا بعض البيانات عن أقطار وأوزان البصلات. بينا أن خطأ مستقيما وصف العلاقة بصورة جيدة إذا اعتبرنا فقط مدى ضيقا من الأقطار. إذا تم تمديد هذا الخط في أي من الاتجاهين خارج مدى الملاحظات فإنه فشل في إعطاء تمثيل جيد للعلاقة بين القطر والوزن. إذا توقفنا وفكرنا بهذا فإنه في الواقع الشيء الذي نتوقعه. من المتوقع أن إضافة سنتمتر واحد إلى بصلة كبيرة سوف تضيف إلى الوزن أكثر من إضافة سنتمتر واحد إلى قطر بصلة صغيرة. بالإضافة إلى ذلك لو كانت البصلات كروية فإن علاقة القطر إلى الحجم ستكون:

$$V = \frac{\pi\, d^3}{6}$$

إذا كانت الكثافة النوعية للبصلات ثابتة نوعاً ما خلال جميع أحجام البصلات فإن الوزن سيكون دالة خطية مباشرة للحجم. لذلك فإننا نتوقع أن يكون الوزن Y دالة لمكعب القطر X.

الحالة الحقيقية للبصلات لا تكون بهذه البساطة ذلك لأنها نادراً ما تكون كروية الشكل وإنما تكون أشبه بكرات ذات مقطع طولي بيضوي. بالإضافة إلى ذلك كلما نمت البصلات فإنها تستمر بالتغير في الشكل بحيث تكون كروية متطاولة وهي صغيرة ثم كروية تقريبا في الحجم المتوسط. وأخيرا كروية ؟؟ عندما تكون كبيرة. هذا التعبير المستمر في الشكل ينتج من حقيقة أن النمو يكون في البصلات أسرع من القطر مما في الطول.

بالرغم من هذه التعقيدات فإنه يبدو بالنسبة للطراز من البيانات الذي نتعامل معه يمكن تبسيطها بالتحويل اللوغاريتمي.

يبين الجدول 1.14 الأقطار والأوزان الملاحظة في ثلاثين بصلة مرتبة حسب تسلسل أقطارها.

نحسب أولاً معامل الارتباط ومعادلة الانحدار للبيانات الأصلية:

$$X^2 = 118958 - \frac{(1817.2)^2}{30} = 8884.72$$

$$\Sigma y^2 = 542675.26 - \frac{(3333.6)^2}{30} = 161050.2$$

$$\Sigma Xy = 241772.67 - \frac{(1817.2)(3383.6)}{30} = 36816.74$$

$$r^2 = \frac{(\Sigma Xy)^2}{\Sigma X^2 \Sigma y^2} = \frac{(36816.74)^2}{(8884.72)^2(161050.29)^2} = 0.9473$$

$$= \sqrt{0.9473} = 0.973$$

$$b = \frac{\Sigma Xy}{\Sigma X^2} = \frac{36816.74}{8884.72} = 4.144$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = \frac{3383.6}{30} - \left[4.144(\frac{1817.2}{30})\right]$$

$$= -138.20$$

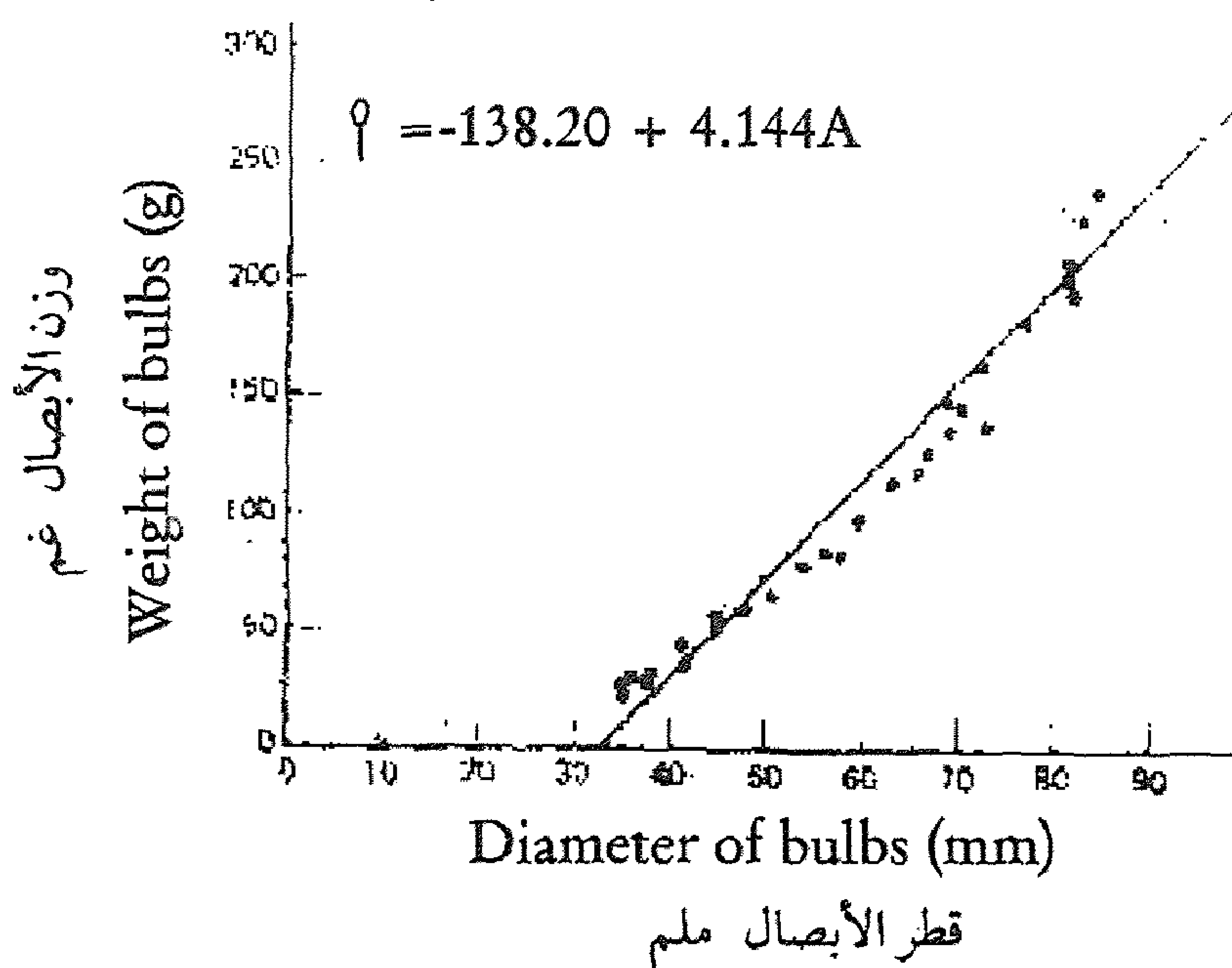
$$Y = -138.20 + 4.144\ X$$

يبدو للوهلة الأولى كما لو أنٍ الخط المستقيم قد أعطانا توفيقاً ممتازاً للبيانات. معامل الارتباط (0.973) عالي جدا. لكن إذا نظرنا إلى مرتسم البيانات مع خط الانحدار المفروض عليها (شكل 2.14) نلاحظ شيئًا مزعجا، جميع الانحرافات عن الخط في نهايتي المدى موجبة بينما تلك في وسط المدى سالبة. لو كانت الانحرافات عشوائية نوعا ما كنا اقتنعنا، لكن هذا التجمع المنظم للانحرافات يقودنا إلى التوقع بأن المنحنى قد يصف الملاحظات بشكل أفضل. هناك سبب آخر أقوى لمحاولة توفيق منحني. الخط المستقيم الذي تم توفيقية للبيانات ببساطة لا يكون معقولا لأقطار أقل من 34 ملم تقريبا لأنه يدل على أن البصلات الأصغر من هذا سيكون لها أوزان سالبة.

جدول 1.14. الأقطار والأوزان للبصلات

القطر (X′)	الوزن (Y)	لو X (X′)	لو Y (Y′)
35.1	24.3	1.54531	1.38561
35.3	24.1	1.54777	1.38202
35.5	24.4	1.55023	1.38739
37.8	27.8	1.57749	1.44404
37.8	28.7	1.57749	1.45788
41.4	42.0	1.61700	1.62325
41.7	34.5	1.62014	1.53782
44.8	56.1	1.65128	1.74896
44.9	49.0	1.65225	1.69020
47.9	58.4	1.68034	1.76641
51.0	63.4	1.70757	1.80209
53.9	78.7	1.73159	1.89597
56.9	80.7	1.75511	1.90687
58.1	80.0	1.76418	1.90309
60.0	96.2	1.77815	1.98318
63.0	112.8	1.79934	2.05231
66.2	115.3	1.82086	2.06183

القطر (X′)	الوزن (Y)	لو X (X′)	لو Y (Y′)
67.1	125.6	1.82672	2.09899
69.2	146.6	1.84011	2.16613
69.5	132.6	1.84198	2.12254
70.7	142.8	1.84942	2.15473
73.1	137.1	1.86392	2.13704
73.1	163.2	1.86392	2.21272
77.4	180.0	1.88874	2.25527
81.7	198.0	1.91222	2.29667
81.7	207.8	1.91222	2.31765
82.3	190.8	1.91540	2.28058
83.1	225.5	1.91960	2.35315
84.6	237.0	1.92737	2.37475
92.4	300.0	1.96567	2.47741
1817.2 المجموع	3383.6	52.90339	58.27655
133958.58 مجموع المربعات	542675.26	93.80268806	116.4541216
مجموع حواصل الضرب	241772.67	104.0495715	



شكل 2.14، بيانات البصل من مدى أوسع للبيانات مما في شكل **5.13** مبيناً انحرافات لا عشوائية عن خط الانحدار

نوفق الآن خطاً مستقيماً إلى لوغاريتمات X و Y ونرى فيما إذا يتم التغلب على هذه المصاعب. تكون الحسابات نفسها بالضبط فيما عدا إبدال X بـ $X' = \log X$ و Y بـ

. $Y' = \log Y$

$$\Sigma X'^2 = 93.80268806 - \frac{(52.90339)^2}{30} = 0.51039894$$

$$\Sigma y'^2 = 116.4541216 - \frac{(58.27655)^2}{30} = 3.24889123$$

$$\Sigma X'y' = 104.0495715 - \frac{(52.90339)(58.27655)}{30} = 1.2820031$$

$$r^2 = \frac{(1.2820031)^2}{(0.51039894)(3.2489123)} = 0.991129$$

$$r = \sqrt{0.9911} = 0.996$$

$$b = \frac{1.2820031}{0.51039894} = 2.5118$$

$$a' = \frac{58.27655}{30} - 2.5118\ (\frac{52.90339}{30})$$
$$= -2.4869$$

$$\hat{Y}' = -2.4869 + 2.5118\ X'$$

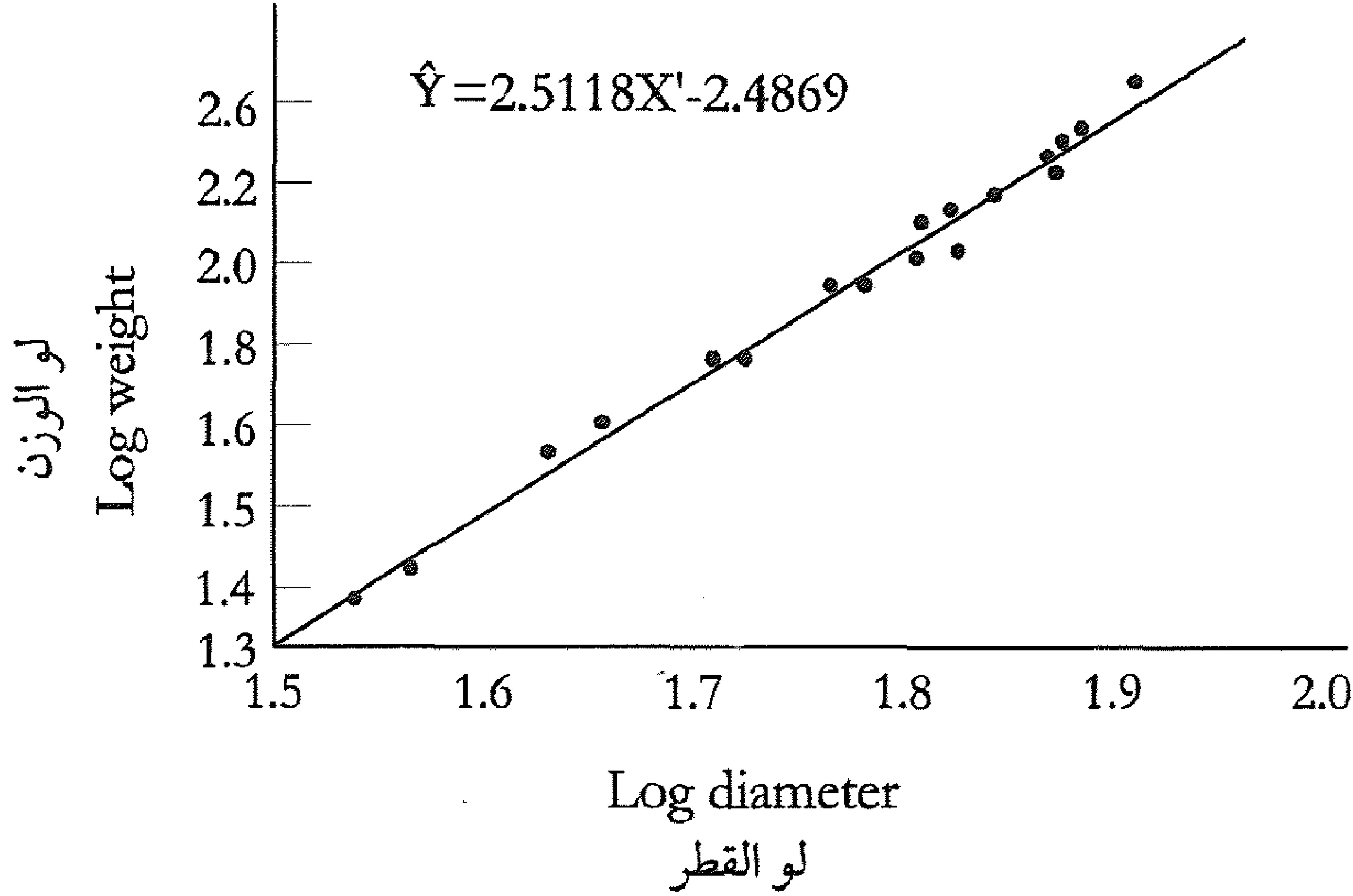
يدل معامل الارتباط (0.996) على توفيق جيد جداً وهو أعلى مما تحقق من البيانات غير المحولة. لكن التحسن في الارتباط هو ليس السبب الرئيسي في تفضيل استعمال البيانات المحولة في هذه الحالة. يمكن الملاحظة من شكل 3.14 بأن انحرافات النقاط عن خط الانحدار تكون نوعا ما موزعة عشوائيا بالنسبة للاتجاه. بالإضافة إلى ذلك فإن العلاقة بين X و Y المعبر عنها بالمعادلة الجديدة ؟؟ على أنه باقتراب القطر من الصفر فإن الوزن أيضا يقترب من الصفر.

يمكن إعادة تحويل معادلة الانحدار بالشكل اللوغاريتمي إلى القياسات الأصلية بأخذ مقابل اللوغاريتم لـ a' لإيجاد a وبالتعويض:

المعادلة	$Y' = a X^b$
الشكل اللوغاريتمي	$Y' = -2.4869 + 2.5118\ X'$
الشكل الأصلي	$Y = 0.00326(X^{2.5118})$

الأس 2.5 تقريباً يستحق الاهتمام كما يكشفه عن طرازٍ النمو للبصل. لو أن البصلات نمت بنفس المعدل في جميع الأبعاد فإن الشكل سيبقى ثابتا وأن الوزن يجب أن يكون دالة لمكعب القطر أي X^3. لو أن السمك بقي ثابتا وتضمن النمو فقط الزيادة في القطر فإن الوزن يجب أن يكون دالة لمربع القطر أي X^2. لو أن البصلات تزداد في السمك ولكن بمعدل أقل من

الزيادة في القطر فإن الشكل سوف يتغير من متطاول إلى كروي إلى مفلطح ويجب أن يكون الوزن دالة لأس ما للقطر يتراوح بين 2 و 3. الحالة الأخيرة تتفق بالضبط مع الملاحظات.



شكل 3.14. نفس بيانات البصل كما في شكل **2.14** بعد تحويلها إلى اللوغاريتمات مبيناً التوفيق المحسن إلى خط مستقيم

المعادلة المستحصلة ليس فقط توفق البيانات جيداً وإنما تعبر أيضاً عن علاقة طبيعية بين القطر والوزن والتي تتفق مع الحقائق الأخرى حول هندسة النمو.

المنحنى الأسي (منحني النمو أو التحلل)

The Exponential Curve (Growth or Decay Curve)

في هذا المنحنى تظهر X بشكل أس ويصف المعامل b معدل النمو أو التحلل. المعادلة العامة لهذا الطراز من المنحنى هي:

$$Y = a\, b^{x}$$

إذا أخذنا لوغاريتم طرفي المعادلة نحصل على:

$$\text{Log } Y = \text{Log } a + (\log b)\, X$$

إذا اعتبرنا $\log Y = Y'$ بينما $\log a = a'$ وكذلك $\log b = b'$ نحصل على:

$$Y' = a' + b' X$$

هذه المرة أيضاً أعطى التحويل خطاً مستقيماً ولكن في هذا الطراز من المنحنى تستعمل قيم اللوغاريتم لـ Y والقيم الأصلية لـ X بدلا من قيم اللوغاريتم لكلا المتغيرين، لهذا السبب فإنه يعرف بالطراز نصف اللوغاريتمي Semi log. يتوفر ورق الرسم نصف اللوغاريتمي بمقياس لوغاريتمي على المحور الصادي وبمقياس عادي على المحور السيني. يمكن رسم البيانات على الورق نصف اللوغاريتمي أو أن قيم Y يتم تحويلها إلى لوغاريتمات وترسم على ورق رسم اعتيادي. في أي من الحالتين إذا كان المخطط المبعثر الناتج يشبه بالبيانات الخطية فمن المفيد حساب معاملات الارتباط والانحدار الخطي بالنسبة إلى لوغاريتم Y على X.

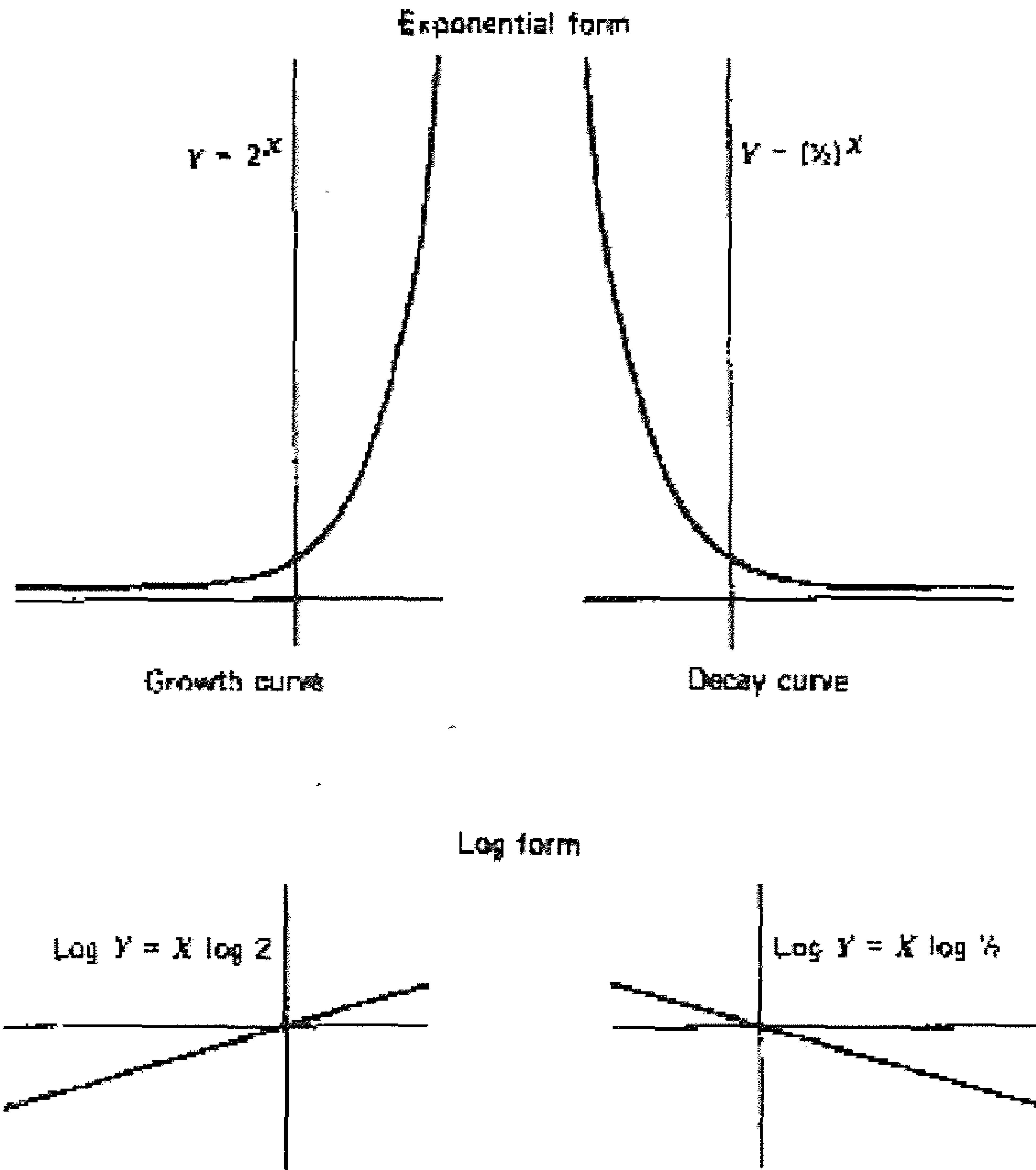
قيم X يمكن أن تكون موجبة أو سالبة، كسوراً أو أرقاماً صحيحة. ولكن b يجب أن تكون رقما موجبا.

شكل 4.14 يبين منحنيين أسيين نموذجيين أحدهما بقيمة b = 2 والآخر بقيمة $b = \frac{1}{2}$.
يبين الشكل أيضاً الخطان المستقيمان الناتجان من تحويل Y إلى لوغاريتم Y.

طراز البيانات التي يحتمل كثيراً أن توفق باستعمال هذا الطراز من المنحنى في البيانات التي لها علاقة بمعدلات الفائدة. المعادلة للتغير في رأس المال مع الزمن عند استثماره بمعدل ثابت من الفائدة المركبة سنويا هي:

$$A = P\,(1+r)^t$$

حيث A هي المقدار في نهاية الزمن t و p هي رأس



شكل **4.14**: منحنيان أسيان نموذجيان مع تحويلهما اللوغاريتمي

المال الأصلي و r هي المعدل السنوي للفائدة و t هي الزمن بالسنوات.

أين نجد أي شيء مثل هذا في الزراعة؟ كثير من الكائنات الحية لها نمو ثابت تقريباً، على الأقل خلال المراحل الأولى من النمو، ولذلك فإنها تتبع قانون الفائدة المركبة. إذا كنا ندرس العلاقة بين الزمن وحجم الكائن الحي أو المجتمع فمن المفيد غالبا ملاحظة فيما إذا كانت البيانات توافق هذا الطراز من المنحنى.

الحالة الأخرى التي سيكون فيها هذا الطراز من المنحنى مفيداً هي في التعامل مع القوانين الفيزياوية التي تكون أسية في طبيعتها. خذ على سبيل المثال قانون فانهوف الذي ينص على أن معدل التفاعل يتضاعف تقريبا مع كل ارتفاع في درجة الحرارة مقداره عشر درجات مئوية. كثير من استجابات النبات معروفة باتباعها هذا القانون بدرجة جيدة. على الأقل خلال مدى محدود من درجة الحرارة. لذلك فإن درجة الحرارة ومعدل التلف في الثمار والخضروات يمكن دراستهما بسهولة غالبا بافتراض أنهما مرتبطان أسيا.

معدل تبريد المنتوج الموضوع في غرفة تبريد يتبع هذا النوع من المنحنى. في هذه الحالة لا نتعامل مع الزيادة أو النمو وإنما مع النقصان أو التحلل في منحنى التحلل تكون قيمة b أقل من واحد بينما في منحنى النمو يكون b أكبر من واحد. أمثلة أخرى لمنحنيات التحلل هي منحنى التحلل لمبيدات حشرية معينة في التربة وتحلل النظائر المشعة.

كمثال على البيانات التي يمكن تحليلها بتحويل Y إلى لوغاريتم Y سنأخذ العلاقة بين السكان (Y) والزمن (X) لمدينة سان دياكو في ولاية كاليفورنيا خلال أحد عشر تعدادا للسكان (جدول 2.14).

المرتسم للسكان مقابل الزمن (شكل 5.14) يبين حالاً أنه من غير المفيد حساب معادلة للانحدار المستقيم لهذه البيانات. هذا مثال صارخ على حالة سوف تعطي فيها الطريقة المختصرة نتائج مضللة تماما. بما أن مراتب السكان هي نفس مراتب السنين تماما. فإن الطريقة المختصرة سوف تعطي معامل ارتباط مقداره (+1) ولكنها ستفشل في كشف حقيقة أن البيانات بالتأكيد هي منحنية. لكن عند رسم لوغاريتم السكان مقابل الزمن نرى أن الخط المستقيم يظهر معقولا لتمثيل العلاقة.

جدول 2.14: سكان سان دياكو في كاليفورنيا من 1860 إلى 1960

سنة التعداد Year of Census	عقود من 1860 (X) Decades from 1860	السكان (Y) Population	لوغاريتم Y Log Y
1860	0	731	2.864
1870	1	2300	3.362
1880	2	2636	3.421
1890	3	16159	4.208
1900	4	17700	4.248
1910	5	39578	4.597
1920	6	74361	4.871
1930	7	147995	5.170
1940	8	203341	5.308
1950	9	334387	5.524
1960	10	573224	5.758
Total المجموع	55		49.331
Sum of squares مجموع المربعات	385		230.393503
Sum of x log Y مجموع حواصل الضرب			277.981

تكون الحسابات عدلة إذا استبدلنا Y بوساطة Y $Y' = \log Y$ كأحد المتغيرين:

$$\Sigma X^2 = 385 - \frac{(55)^2}{11} = 110 = X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}$$

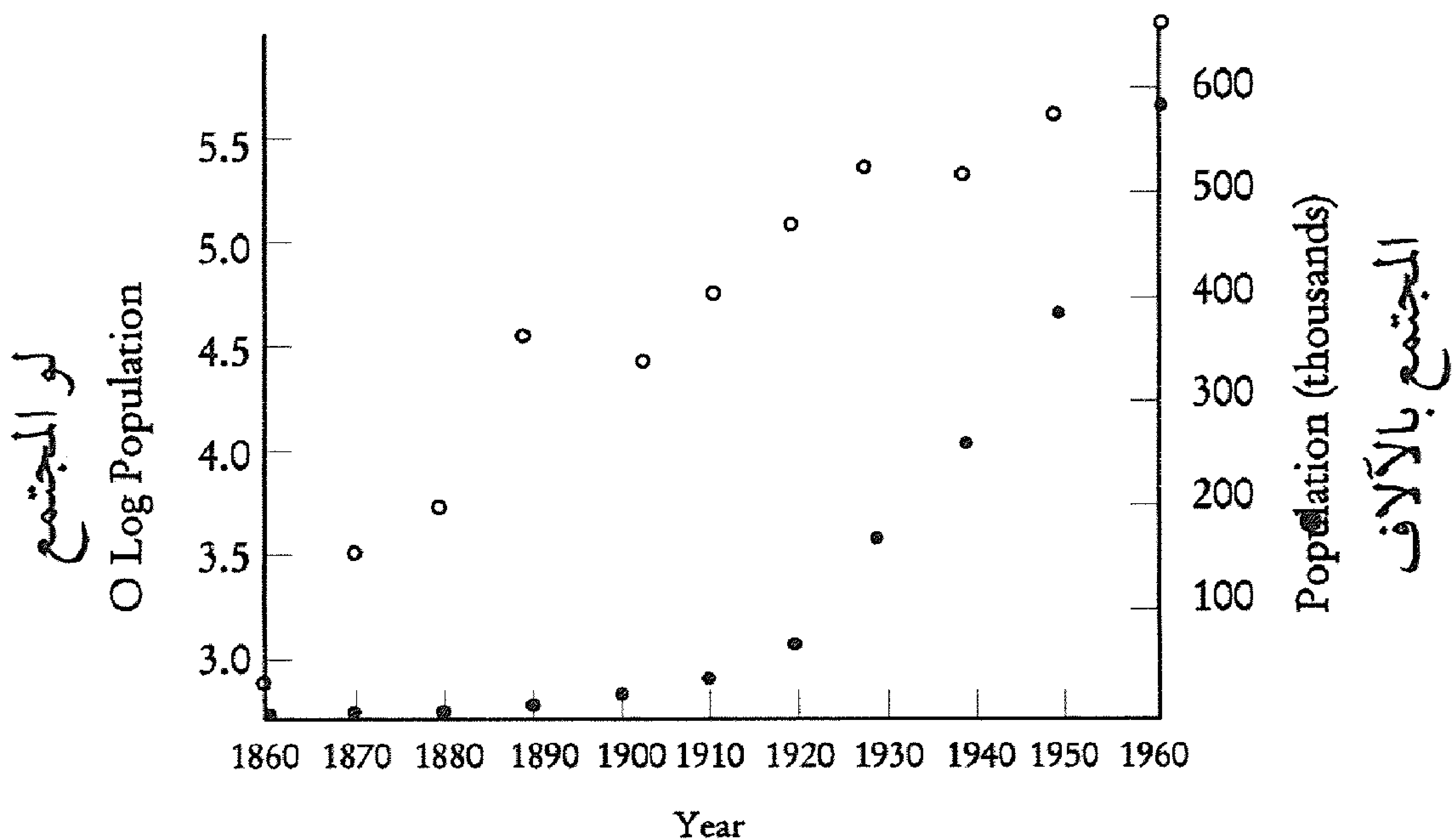
$$\Sigma y'^2 = 230.39503 - \frac{(49.331)^2}{11} = 9.161907 = \Sigma y'^2 - \frac{(\Sigma y')^2}{n}$$

$$\Sigma X'y = 277.981 - \frac{(55)(49.331)}{11} = 31.326 = \Sigma Xy' - \frac{(\Sigma X \Sigma y')}{n}$$

$$r^2 = \frac{(\Sigma X'y)^2}{\Sigma X^2 \Sigma y'^2} = \frac{(31.326)^2}{(110)(9.161907)} = 0.9737$$

$$r = \sqrt{0.9737} = 0.987$$

$$b' = \frac{\Sigma Xy'}{\Sigma X^2} = \frac{31.326}{110} = 0.2848$$



شكل **5.14**: سكان سان دياكو لأحد عشر عقداً

مرسومة مباشرة وعلى مقياس نصف لوغاريتمي

$$a' = \overline{Y'} - b'X' = \frac{49.331}{11} - 0.2848\,(\frac{55}{11}) = 3.0606$$

معادلة الانحدار: $\hat{Y}' = 3.060 + 0.2848\ X$

بأخذ مقابل اللوغاريتم لطرفي المعادلة نحصل على المعادلة الأسية:

$$\hat{Y} = 1150 \quad (1.927)^{x}$$

تخبرنا هذه المعادلة بأنه في المتوسط زاد على السكان بمقدار 92.7٪ كل عشر سنوات.

لا يوجد شك بأن المنحني الأسي يوفق البيانات أفضل بكثير من أي خط مستقيم يمكن استخدامه. لكن حتى في حالة استعمال لوغاريتمات السكان مقابل الزمن ونوفق خطا مستقيما فإن التوفيق ليس مثاليا وهناك ميلا طفيفا ولكنه أكيدا للنقاط لتشكيل منحنى. الانحرافات في وسط الخط هي موجبة بينما تلك في النهايتين سالبة. يبدو من المرتسم أن معدل النمو لم يكن ثابتا ولكنه كان يميل للتناقص.

لو تم تمديد المنحنى إلى 1970 فإن عدد السكان المقدر سيكون 1561000. سنبني فيما بعد كيف يمكن وضع معادلة أفضل من هذه للتعبير عن العلاقة بين السكان والزمن.

المنحنيات المتقاربة Asymptotic Curves

هذه هي حالات خاصة من المنحنى الأسي الذي تمت مناقشته في الجزء السابق. إذا كان المعامل b في المعادلة $Y = a\ b^{x}$ أقل من واحد فإن Y تقترب من الصفر عند زيادة X بدون حدود. الخط الذي يقترب منه المنحنى بهذه الطريقة يعرف بالمقارب Asymptote. في الحالة أعلاه يكون المقارب هو المحور السيني. توجد حالات حيث يكون المقارب هو قيمة لـ Y عدا الصفر. مثلا درجة حرارة قفص من المنتوج الموضوع في ثلاجة سوف يقترب من درجة حرارة الهواء في الثلاجة. امتصاص أيون موجب في النباتات سوف يبين زيادة كبيرة جدا مترافقة مع زيادات قليلة للأيون الموجب في الوسط الغذائي عند المستويات الواطئة. بوصول المستوى في الوسط إلى مستوى كافي لنمو النبات الطبيعي فإن الزيادة في الامتصاص المترافقة مع الزيادات الإضافية في الوسط تكون قليلة جدا. يقترب الامتصاص من حد أعلى يمكن اعتباره هو المقارب.

إذا كان Y يتناقص بزيادة X ويقترب إلى المقارب من الأعلى فإن المعادلة بالصيغة $Y = c + ab^{x}$ يمكن أن تغطي توفيقا جيدا. إذا كان Y يتزايد بزيادة X ويقترب إلى المقارب من الأسفل فإن المعادلة ستكون $Y = c - ab^{x}$. يكون المقارب في أي من هاتين الحالتين هو $Y = c$. لا يوجد طريقة بسيطة وعدلة لتوفيق البيانات لهذه المعادلات. تكمن الصعوبة في إيجاد قيمة c. في بعض الحالات تكون هذه القيمة واضحة جدا كما في حالة منحنى التبريد

الذي نتوقع فيه أن تكون قيمة المقارب هي درجة حرارة وسط التبريد. في الحالات الأخرى كل ما يمكننا عمله هو افتراض تقدير معقول.

في حالة المنحنى التناقضي يمكن إعادة كتابة المعادلة بشكل $(Y - c) = a\ b^x$. بإيجاد اللوغاريتمات لطرفي المعادلة نحصل على المعادلة الخطية:

$$\text{Log}\,(Y - c) = \log a + X \log b$$

لأية قيمة مختارة لـ c يمكننا أن نوفق خطاً مستقيماً من هذا الشكل للبيانات. يمكن أن نجرب عدة قيم لـ c ونقارن القيم لـ r^2 في محاولة لتعظيم جودة التوفيق.

يجب ملاحظة أن تكون c أقل من أصغر قيمة لـ Y لأن $(Y - c)$ يجب أن تكون موجبة حتى يكون لها لوغاريتما.

حالة المنحنى التصاعدي تكون متشابهة. في هذه الحالة يمكن كتابة المعادلة $(c - Y) = a\ b$ والصيغة اللوغاريتمية هي:

$$\text{Log}\,(c - Y) = \log a + X \log b$$

في هذه الحالة يجب أن تكون c أكبر من أعلى قيمة ملاحظة لـ Y. يمكن بسهولة كتابة برامج الحاسوب لتجربة قيم متتابعة لـ c حتى الوصول إلى قيمة تعطي أصغر مجموع مربعات انحرافات عن الخط المحسوب.

هذه الطريقة البسيطة جداً يمكن انتقادها على أساس أنها ليست حلاً بالمربعات الصغرى بمعنى أن مجموع $(Y - \hat{Y})^2$ هو في الحد الأدنى، وإنما هو مجموع مربعات الفروق بين القيم الملاحظة والمحسوبة من اللوغاريتمات $\log\,(c - Y)$ أو $\log\,(Y - c)$ هي التي يتم تقليلها إلى الحد الأدنى.

من الممكن أن هذه اللوغاريتمات تبدي تجانساً للتباين أكثر من قيم Y نفسها بالنسبة لمدى قيم X يمكن اختبار هذا فقط عندما يكون هناك عدة قيم لـ Y لكل قيمة لـ X كما في التجربة المكررة (انظر الفصل 12). إذا كانت التباينات للوغاريتمات متجانسة أكثر من قيم Y الأصلية فمن الصحيح توفيق خط مستقيم إلى $\log\,(c - Y)$ أو $\log\,(Y - c)$ بدلا من حساب منحنى مربعات صغرى باستعمال قيم Y غير المحولة.

إذا كانت هناك رغبة لإيجاد معادلة تجعل مجموع $(Y - \hat{Y})^2$ في الحد الأدنى في الحد الأدنى توجد طريقة تفصيلية لذلك في كتاب:

Statistical Methods, 6th edition, Snedecor and Cochran. 1967. (PP. 467-471).

في الواقع تكون النتائج المستحصلة بتوفيق خط مستقم إلى $\log\,(c - Y)$ أو $\log\,(Y - c)$ بصورة عامة تعطي معادلات قريبة جدا لتلك المستحصلة بطريقة المربعات الصغرى (الفعلية) الأكثر تعقديا.

الطراز المتعدد الحدود The Polynomial Type

هذا الطراز من المنحنى يكون له المعادلة العامة:

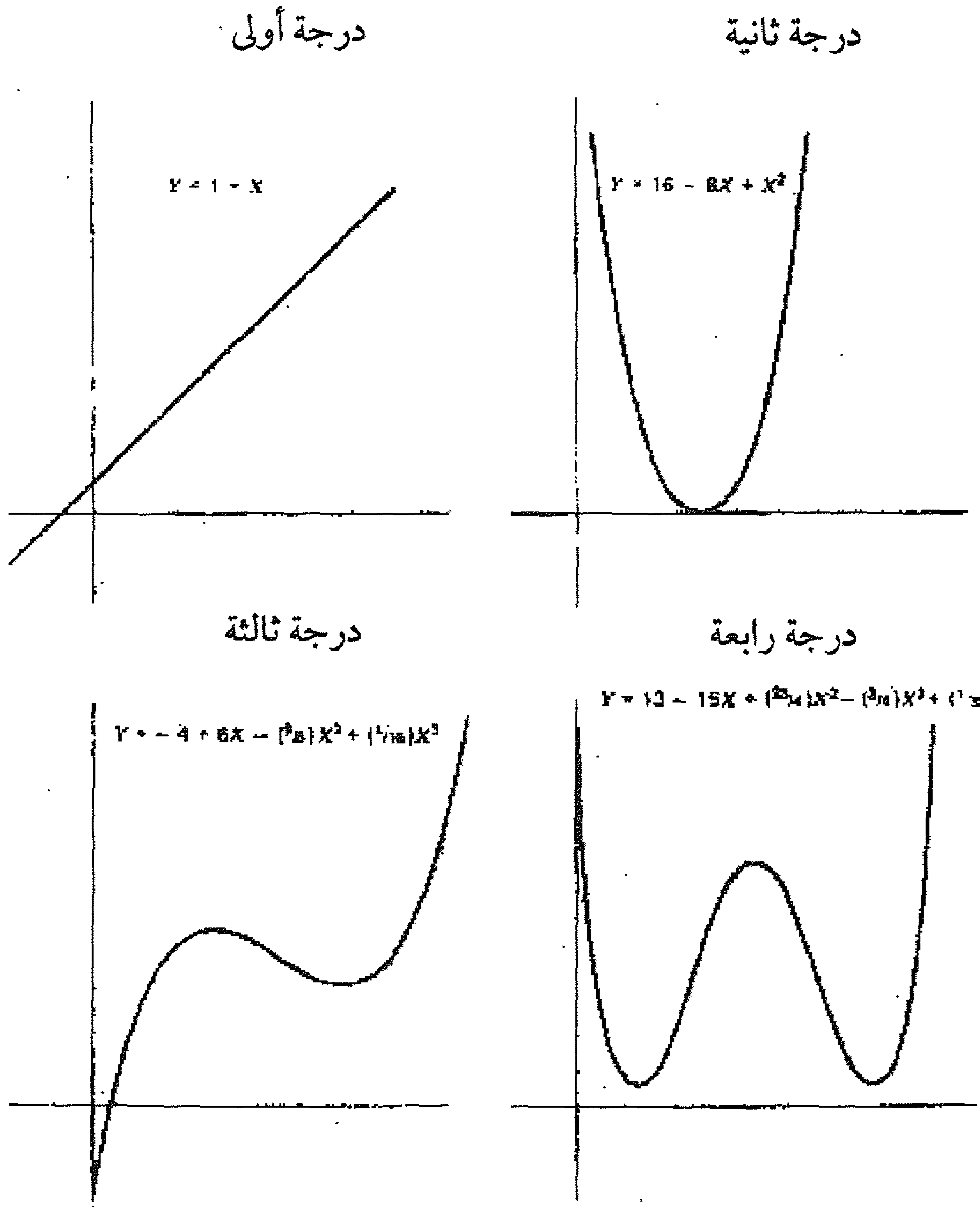
$$Y = a + b\,x + c\,x^2 + d\,x^3 + \ldots..$$

السطر من النقط يعني أنه يمكن أن يكون لدينا أي عدد من الحدود حسب رغبتنا. إذا احتوت المعادلة على الحدين الأولين فقط من الجهة اليمنى فإنه يمكننا تشخيصها كمعادلة لخط مستقيم. إذا انتهت المعادلة بالحد الثالث ($c\,X^2$) فتكون من الدرجة الثانية أو تربيعية Second-degree or quadratic. المنحنى الممثل بمعادلة تربيعية له اسم خاص هو القطع المكافئ Parabola. المعادلة التي تنتهي بـ dx^2 تعرف بالدرجة الثالثة أو التكعيبية Third – degree or cubic. الأس الأعلى لـ X الذي يظهر في المعادلة يحدد درجتها وقد أعطيت أسماء خاصة للدرجات الأكثر شيوعا. المصطلحات المناظرة للدرجات الخمس الأولى هي على التوالي: الخطية، التربيعية، التكعيبية، الرباعية. الخماسية: Lincar, quadratic, cubic, quartic, quintic. المتعدد الحدود هو التعبير الأكثر استعمالا لوصف العلاقة بين متغيرين. أحيانا قد لا يكون تعبيرا طبيعيا بصورة خاصة أي أنه لا يعبر عن علاقة سببية للمسبب والتأثير بين المتغيرين. لكنه من المرونة وسهولة التعامل رياضيا بحيث أنه مفيد جدا.

يبين شكل 6.14 بعضاً من الأشكال الكثيرة من المنحنيات التي يمكن أن تمثل بمعادلة المتعدد الحدود. صفة مدهشة لهذا الطراز من المعادلات هي أنه بغض النظر عن عدد أزواج الملاحظات الموجودة لدينا فإنه من الممكن حساب منحنى المتعدد الحدود الذي يوفق تماما كل نقطة بشرط أن يكون هناك قيمة واحدة فقط لـ Y لكل قيمة من X. درجة المتعدد الحدود المطلوبة لعمل ذلك هي في الأقصى واحد أقل من عدد أزواج الملاحظات. في التطبيق الفعلي نادرا ما يحسب أكثر من معادلة الدرجة الثالثة أو الرابعة. تكون الحسابات فوق ذلك هائلة والنتائج عادة تكون منحنى متعرج عديم المعنى.

لاحظنا أن الخط المستقيم هو ببساطة حالة خاصة من معادلة المتعدد الحدود العامة (أي المتعدد الحدود من الدرجة الأولى أو الخطي). لإيجاد تعبير للعلاقة المنحنية بين متغيرين نحاول عمل نفس الشيء الذي عملناه في توفيق خط مستقيم.أي أننا نبحث عن المنحنى من درجة معينة الذي يجعل مجموع مربعات الانحرافات في حدها الأدنى.

المسألة هي إيجاد المعاملات d , c , b , a وهكذا التي سوف تعطي المتعدد الحدود الذي يفي المتطلب أن يكون مجموع مربعات الانحرافات في حده



شكل **6.14**: أشكال نموذجية من منحنيات المتعدد الحدود للدرجات الأربع الأولى

الأدنى. لإجراء ذلك نستخدم ما يعرف بالمعادلات الطبيعية Normal equations. نحتاج إلى عدد من المعادلات مساويا إلى عدد المعاملات أو واحدة أكثر من درجة المعادلة التي نرغب في توفيقها.

المعادلات الطبيعية هي كالآتي:

$$an + b\Sigma X + c\Sigma X^2 + d\Sigma X^3 + ... = \Sigma Y$$
$$a\Sigma X + b\Sigma X^2 + c\Sigma X^3 + d\Sigma X^4 + ... = \Sigma XY$$
$$a\Sigma X^2 + b\Sigma X^3 + c\Sigma X^4 + d\Sigma X^5 + ... = \Sigma X^2 Y$$
$$a\Sigma X^3 + b\Sigma X^4 + c\Sigma X^5 + d\Sigma X^6 + ... = \Sigma X^3 Y$$

....

النقاط تعني أننا نستمر بنفس النمط حتى يكون لدينا عدداً من الحدود إلى يسار علامة المساواة بنفس عدد المعادلات أو عدد المعاملات التي يجب حسابها. لذلك لخط مستقيم نحتاج فقط الحدين الأولين من أول معادلتين. لمنحنى من الدرجة الثانية أو تربيعي نحتاج أول ثلاثة حدود من أول ثلاث معادلات وهكذا.

من البيانات نحتاج إلى حساب المجاميع لأسس X والمجاميع لحواصل الضرب المطلوبة في المعادلات. لمعادلة من الأس النوني نحتاج إلى المجاميع لكل الأسس لـ X إلى حد X^{2n} والمجاميع لحواصل الضرب إلى حد X^nY. الرياضيات بسيطة ولكن الحسابات هائلة إذا حاولنا توفيق المتعدد الحدود من درجة عالية.

كمثال سوف نستعمل بعض البيانات عن حاصل فاصوليا الليما الخضراء في أوقات مختلفة من عمر الحقل عند الحصاد (جدول 3.14). يستعمل الموعد لابكر حصاد كموعد أساس ويعطي له قيمة لـ X= صفر. قيم X للمواعيد اللاحقة هي عدد الأيام من الموعد الأساس. الحاصل بالأرطال هو المتغير التابع ويرمز له بـ Y. المتوقع من البيانات أن تكون منحنية لأنه في البداية يجب أن يكون هناك زيادة في الحاصل مع عمر الحقل ولكن بازدياد نضج الفاصوليا يتحول لونها من الأخضر إلى الشاحب والأبيض. لذلك فإن حاصل الفاصوليا الخضراء سوف يتناقص بعد الوصول إلى الحد الأقصى.

جدول 3.14 الحاصل بالأرطال لفاصوليا الليما الخضراء (Y) في ستة مواعيد (X)

X	Y	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	XY	X^2Y	X^3Y
0	27.4	0	0	0	0	0	0	0	0
4	39.3	16	64	256	1024	4096	157.2	628.8	2515.2
7	46.2	49	343	2401	16807	117649	323.4	2263.8	15846.6
10	47.8	100	1000	10000	100000	1000000	478.0	4780.0	47800.0
13	44.5	169	2197	28561	371293	4826809	578.0	7520.5	97766.5
18	24.5	324	5832	104976	1889568	3401224	441.0	7938.0	142884.0
المجاميع									
52	229.7	658	9436	146194	2378692	39960778	1978.1	23131.1	306812.3

لدينا الآن كل المجاميع التي نحتاجها للمعادلات الطبيعية إلى حد الدرجة الثالثة. أولاً سنوفق خطاً مستقيماً إلى البيانات باستعمال المعادلات الطبيعية:

$$an + b\Sigma Y = \Sigma Y$$

$$a\Sigma X + b\Sigma X^2 = \Sigma XY$$

بالتعويض عن القيم المعروفة في هاتين المعادلتين يكون لدينا:

معادلة (1) $a + 52\ b = 229.76$

معادلة (2) $a + 658\ b = 1978.152$

بضرب المعادلة (1) بـ 52 والمعادلة (2) بـ 6 نحصل على:

المعادلة (3) $a + 2704\ b = 11944.4312$

المعادلة (4) $\underline{312\ a + 3948\ b} = \underline{11868.6}$

بطرح المعادلة 3 من 4 $b \ -\ 75.8\ \ 1244$

$$b = -75.8 / 1244 = -0.06093$$

بالتعويض عن هذه القيمة لـ b في المعادلة 1 نحصل على:

$$a = 229.7 + 52\ (0.0609) = 232.8686$$

$$a = 38.8114$$

لذلك فإن معادلة الانحدار تكون:

$$\hat{Y} = 38.81 - 0.0609\ X$$

بإمكاننا التوصل لنفس المعادلة باستعمال الصيغتين القياسيتين:

$$b = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2} \text{ و } a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

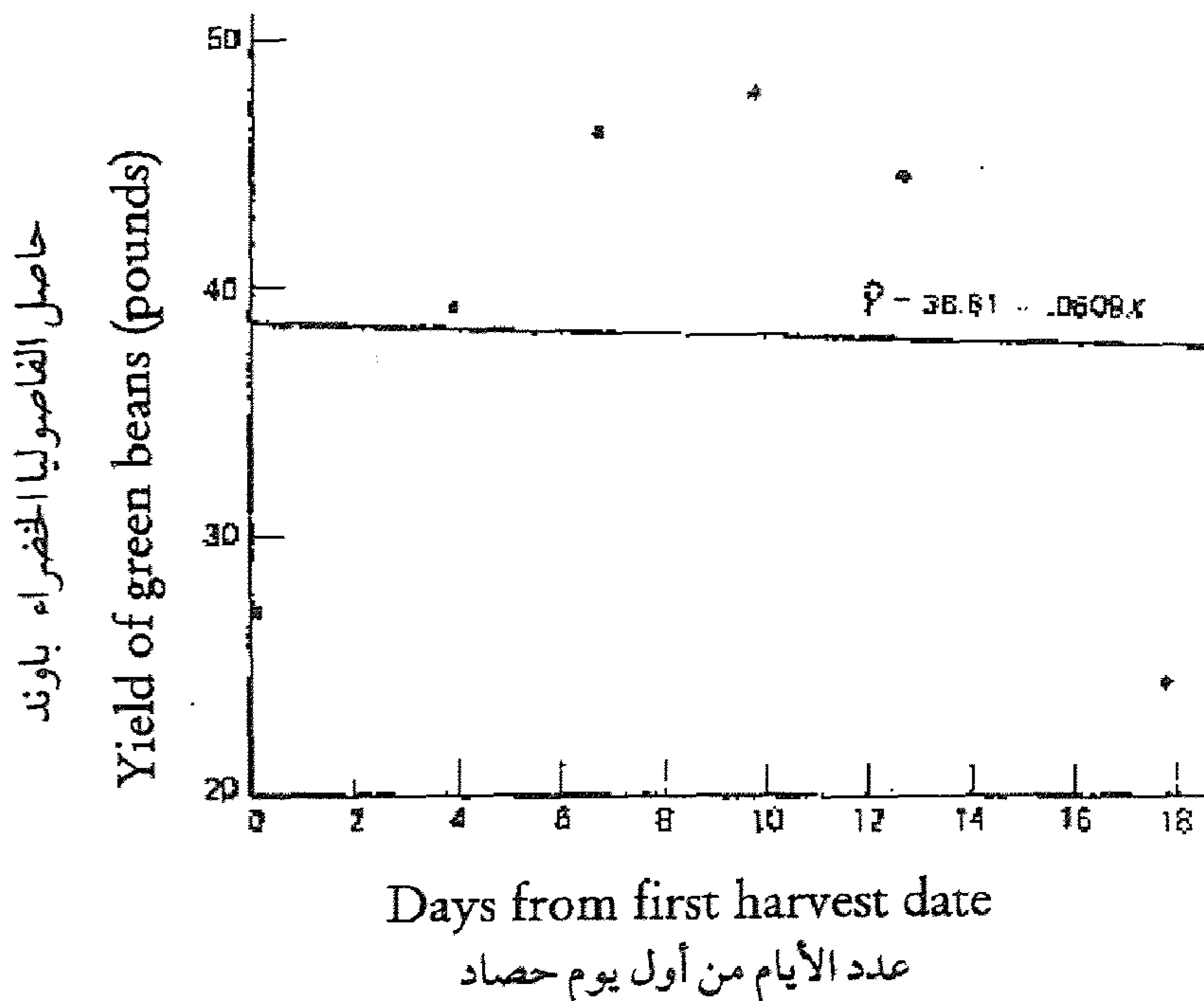
الغرض من إجراء طريقة المعادلات الطبيعية هو لاكتساب بعض الممارسة في العملية التي سوف نتبعها للمنحنيات ذات الدرجة الأعلى.

يمكن أن نرى برسم هذا الخط (شكل 7.14) أنه يعطي توفيقاً ضعيفاً. لحساب معامل الارتباط نحتاج ΣY^2 الذي هو 9295.03 وبذلك:

$$r2 = \frac{(\Sigma Xy)^2}{\Sigma X^2\, \Sigma y^2} = \left[1978.1 - (\frac{52(229.7)}{6})\right] / (658 - \frac{(52)^2}{6} \times 9295.03 - \frac{(229.7)^2}{6}$$

$$= (-12.6)^2 \,/\, (207.33)(501.35) = 0.00153$$

$$r = \sqrt{0.00153} = -0.039$$



شكل **7.14**: مرتسم لبيانات فاصوليا اللايما يبين الفشل التام للانحدار الخطي في التعبير عن العلاقة بين الحاصل وعمر المحصول

من الواضح أن المعامل قريب من الصفر وليس معنوياً. لدينا الآن مثال جيد لإحدى المخاطر المرصوفة في الفصل الثالث عشر وهي أن (معامل ارتباط واطئٍ لا يعني بالضرورة غياب العلاقة). بالرغم من أن المعامل في المثال الحالي هو صفر تقريبا إلا أنه من غير المعقول الاستنتاج بعدم وجود علاقة بين حاصل الفاصوليا الخضراء وعمر المحصول عند الجني.

سوف نقوم الآن بتوفيق منحنى من الدرجة الثالثة أو تربيعي إلى البيانات. نحتاج ثلاث معادلات طبيعية:

$$an + b\Sigma X + c\Sigma X^2 = \Sigma Y$$
$$a\Sigma X + b\Sigma X^2 + c\Sigma X^3 = \Sigma XY$$
$$a\Sigma X^2 + b\Sigma X^3 + c\Sigma X^4 = \Sigma X^2 Y$$

بالتعويض للقيم الملاحظة من الجدول نحصل:

المعادلة (1) $6a + 52b + 658c = 229.7$

المعادلة (2) $52a + 658b + 9436c = 1978.1$

المعادلة (3) $658a + 9436b + 146194c = 23131$

اضرب المعادلة 1 بـ 52 و 2 بـ 6 واطرح:

$$312a + 2704b + 34216c = 11944.4$$

$$\underline{312a + 3948b + 56616c} = \underline{11868.6}$$

المعادلة (4) $b + 22400c = -75.81244$

الآن اضرب المعادلة (1) بـ 658 و (3) بـ 6 اطرح:

$$3948a + 34216b + 432294c = 151142.6$$

$$\underline{3948a + 56616b + 877164c} = \underline{138786.6}$$

المعادلة (5) $b + 444200c = -12356.022400$

الخطوتان السابقتان حذفتا a وأعطتنا معادلتين بمجهولين. الآن اضرب المعادلة 4 بـ 22400 و 5 بـ 1244 واطرح:

$$27865600b + 501760000c = -1697920$$

$$\underline{27865600b + 552584800c} = \underline{-15370864}$$

$$50824800c = -13672944$$

$$c = -0.2690$$

بالتعويض عن c في المعادلة 4:

$$1244b - 6025.6 = -75.8$$

$$1244b = 5949.8$$

$$b = 4.7828$$

بالتعويض عن b و c في المعادلة (1):

$$6a + 248.7056 - 177.0020 = 229.7$$

$$6a = 157.9964$$

$$a = 26.3327$$

يمكننا الآن كتابة المعادلة من الدرجة الثانية:

$$\hat{Y} = 26.3327 + 4.7828\ X - 0.2690\ X^2$$

دعنا نرى مقدار ما يمثله هذا من تحسين فوق المعادلة الخطية. نرمز إلى التقدير الخطي $\hat{Y}_L$ والتقدير التربيعي $\hat{Y}_Q$. يبين الجدول 4.14 هذين التقديرين مقارنة بالقيم الأصلية.

جدول 4.14: القيم الملاحظة والمحسوبة لحاصل فاصوليا اللايما

X	Y	$\hat{Y}_L$	$d_L = Y - \hat{Y}_L$	d^2_L	$\hat{Y}_Q$	$d_Q = Y - \hat{Y}_Q$	d^2_Q
0	24.4	38.81	-11.41	130.19	26.33	1.07	1.14
4	39.3	38.57	0.73	0.53	41.16	-1.86	3.46
7	46.2	38.38	7.82	61.15	46.63	-0.43	0.18
10	47.8	38.20	9.60	92.16	47.26	0.54	0.29
13	44.5	38.02	6.48	41.99	43.05	1.45	2.10
18	24.5	37.71	-13.21	174.50	25.27	-0.77	0.59
المجاميع			0.01	500.52		0.00	7.76

يمكن تلخيص النتائج في جدول لتحليل التباين كما يلي:

مصدر التباين		مجموع المربعات	درجات الحرية
Total	المجموع	501.35	5
Linear	الخطي	0.83	1
Deviations from Linear	الانحرافات عن الخطي	500.52	4
Quadratic component	المكون التربيعي	492.76	1
Deviations from quadratic	الانحرافات عن التربيعي	7.76	3

لذلك نرى أن توفيق خط مستقيم علل فقط حوالي 0.2٪ من الاختلافات في Y أي (501.35 / 0.83) والمنحنى التربيعي علل ما مقداره:

$$(492.76 + 0.83)\ /\ 501.35 = 98.5\%$$

النسبة من الاختلاف في Y التي تم تعليلها بوساطة المكونين الخطي والتربيعي معاً (0.985). يرمز لها بـ R^2 وتعرف بمعامل التمديد المتعدد Multiple coefficient of determinstion. سوف يتم مناقشة هذا بتفصيل أكثر في الفصل السادس عشر.

عندما يبدو أن معادلة تربيعية توفق البيانات جيداً كما في مثال فاصوليا اللايما فإنه يكون من المفيد غالبا إيجاد قيمة X التي سوف تعطي القيمة القصوى (أو الصغرى) لـ Y. هذه مسألة بسيطة في حساب التفاصيل والتي تؤدي إلى الحل:

$$X\ max. = \frac{-b}{2c}$$

في مثالنا:

$$X\ max. = -4.7828 / 2(-0.2690) = 8.9$$

أو حوالي تسعة أيام بعد الموعد الأساسي. التعويض عن هذه القيمة لـ X في المعادلة التربيعية يعطي 47.59 كقيمة قصوى مقدرة لـ Y.

بالنظر إلى أن نسبةٍ مقدارها فقط 1.5٪ من الاختلاف في Y لم يتم تعليلها بعد توفيق المعادلة التربيعية فعمليا سوف ننهي عادة تحليل الانحدار عند هذه النقطة. لكن لتوضيح الطريقة سوف نوفق منحنيا من الدرجة الثالثة. المعادلات الطبيعية هي:

$$an + b\Sigma X + c\Sigma X^2 + d\Sigma X^3 = \Sigma Y$$
$$a\Sigma X + b\Sigma X^2 + c\Sigma X^3 + d\Sigma X^4 = \Sigma XY$$
$$a\Sigma X^2 + b\Sigma X^3 + c\Sigma X^4 + d\Sigma X^5 = \Sigma X^2Y$$
$$a\Sigma X^3 + b\Sigma X^4 + c\Sigma X^5 + d\Sigma X^6 = \Sigma X^3Y$$

بالتعويض بالقيم الملاحظة يكون لدينا المعادلات الآتية التي نريد حلها للحصول على قيم a :, b , c , d

المعادلة (1) $6a + 52b + 658c + 9436d = 229.7$

المعادلة (2) $52a + 658b + 9436c + 146194d = 1978.1$

(3) $= 658a + 9436b + 146194c + 2378692d = 23131.1$

(4) $9436a + 146194b + 2378692c + 39960778d = 306812.3$

نحذف أولاً a كما يأتي: نضرب المعادلة 2 بـ 6 ونطرح منها المعادلة 1 بعد ضربها بـ 52 يعطينا:

(5) $1244b + 22400c + 386492d = 75.8$

نضرب المعادلة 3 بـ 6 ونطرح منها المعادلة 1 بعد ضربها بـ 658 يعطينا:

(6) $22400\ b + 444200c + 8063264d = 12356$

نضرب المعادلة 4 بـ 6 ونطرح منها المعادلة 1 بعد ضربها بـ 9436 يعطينا:

$$386492 \quad b + 8063264\ c + 150726572 = -326575 \qquad (7)$$

نحذف الآن b بالخطوات التالية: نضرب المعادلة 6 بـ 1244 ونطرح منها المعادلة 5 بعد ضربها بـ 22400 يعطينا:

$$50824800c + 1373279616\ d = -1362944 \qquad (8)$$

نضرب المعادلة 7 بـ 1244 ونطرح منها المعادلة 5 بعد ضربها بـ 386492 يعطينا:

$$1373279616c + 38127789500\ d = -276963704 \qquad (9)$$

لحذف c نضرب المعادلة 8 بـ 137327916 ونطرح منها المعادلة 9 بعد ضربها بـ 50824800 ونقسم كلا الطرفين على 10000000 ونقرب لاختزال الأعداد الكبيرة إلى عشرة أرقام لكل منها وهذا يعطينا:

$$5194037206d = -38232948$$

$$d = -0.00736$$

بالتعويض عن d في المعادلة 8 وإيجاد قيمة c يعطينا:

$$c = -0.007015$$

بالتعويض عن c و d في المعادلة 5 يعطينا:

$$b = 3.48886$$

أخيراً بالتعويض عن d , c , b في المعادلة يعطينا:

$$a = 27.31449$$

وتكون المعادلة من الدرجة الثالثة أو التكعيبية هي:

$$Y = 27.31449 + 3.48886\ X - 0.07015\ X^2 - 0.00736\ X^3$$

بحساب القيم المقدرة $\hat{Y}_C$ نجد تحسناً جسيماً فوق التوفيق بالمنحنى التربيعي:

X	Y	$\hat{Y}_c$	$d = Y - \hat{Y}_c$	d^2
0	27.4	27.31	0.09	0.01
4	39.3	39.68	-0.38	0.14
7	46.2	45.78	0.42	0.18
10	47.8	47.83	-0.03	0.00
13	44.5	44.64	-0.14	0 02
18	24.5	24.46	0.04	0.00
المجاميع			0.00	0.35

الآن:

يمكن تجزئة مجموع مربعات الانحرافات عن المنحنى التربيعي كالآتي:

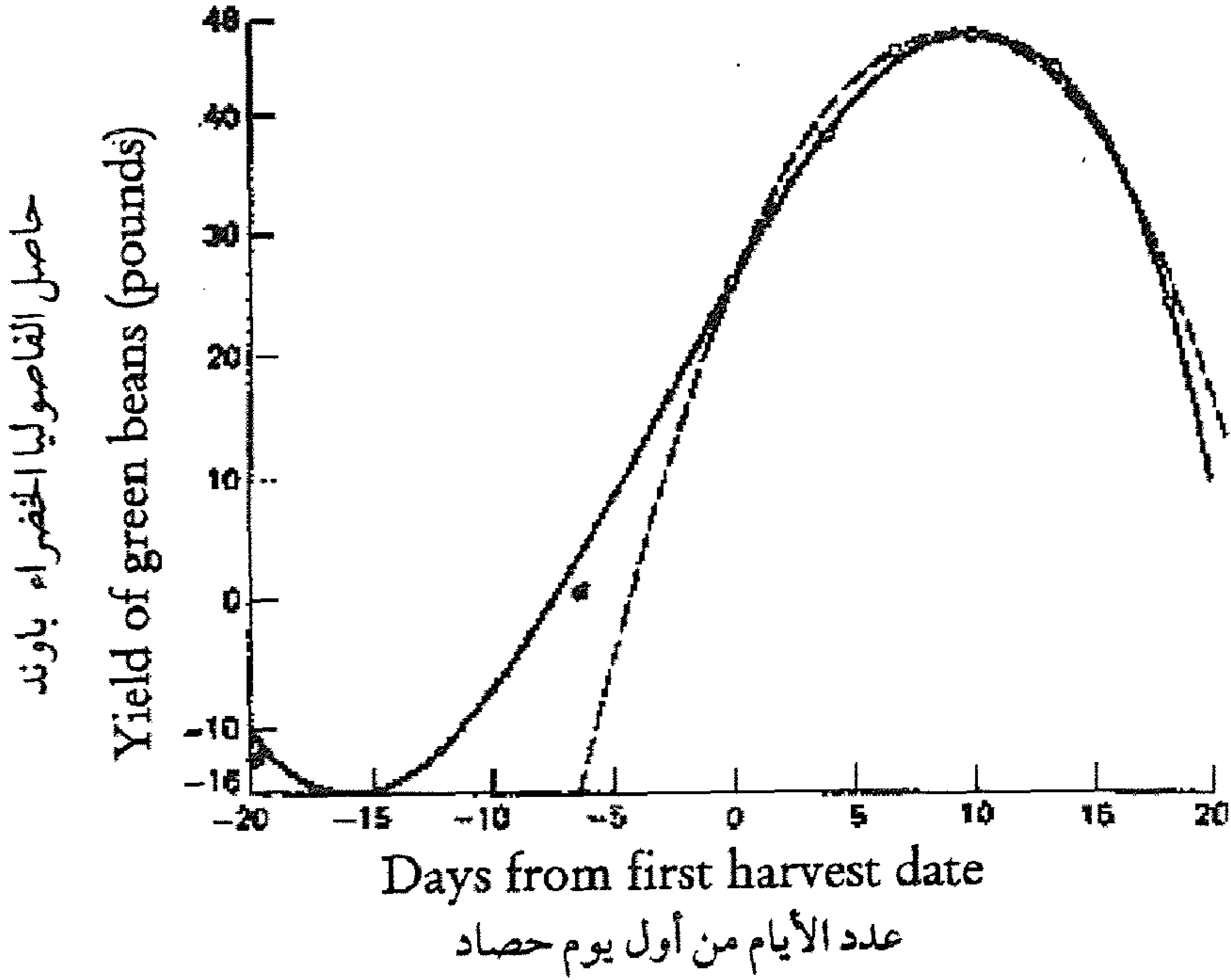
مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	ف	قيمة ف الجدولية	
Source of variation	SS	df	MS	F	5%	1%
الانحراف عن التربيعي	7.76	3				
المكون التكعيبي	7.41	1	7.41	42.3	18.51	98.49
الانحراف عن التكعيبي	0.35	2	0.175			

التوفيق المحسن المستحصل بحساب معادلة تكعيبية بالرغم من أنه محسوس فإنه كان معنويا فقط على مستوى 5٪. بالنظر لقلة درجات الحرية فإن هذا ليس مدهشا حيث أن قيمة F المطلوبة للمعنوية هي 98.49 على مستوى 1٪.

يبين الشكل 8.14 المنحنيان التربيعي والتكعيبي المرسومين فوق مدى أوسع بكثير من الملاحظات لتوضيح الفرق بينهما في الشكل. خلال مدى الملاحظات لا يكون المنحنيان مختلفين كثيرا لكن التوفيق المتميز للمنحنى التكعيبي واضح.

من المحتمل أنك لاحظت كيف أصبحت الحسابات مرهقة بصورة متزايدة عندما انتقلنا من الخط المستقيم إلى المنحنى التربيعي ثم إلى المنحنى التكعيبي. صممت عدة طرق لترتيب هذه الحسابات ومن أشيع هذه الطرق طريقة دوليتل Doolittle، وطريقة دوليتل المختصرة. معالجة هذه الطرق هي خارج فكرة هذه المناقشة ولكن يمكن إيجادها في بعض كتب الإحصاء المتقدمة. كذلك تتوفر البرامج لحساب المعاملات إلى أية درجة مرغوبة تقريبا على الحاسوب الإلكتروني.

في الحالات التي تكون فيها قيم X على أبعاد متساوية هناك طرق مختصرة بسيطة للغاية والتي سوف يتم تقديمها في الفصل القادم.



شكل **8.14**. نفس بيانات فاصوليا الليما التي في شكل **7.14** مبينة التوفيق الجديد لمنحنى تربيعي (الخط المنقط) والتوفيق الأكثر قرباً للمنحنى التكعيبي (الخط المستمر)

المتعدد الحدود في التجارب المكررة Polynomials In Replicated Experiments

عندما تتألف بياناتنا من قيم مفردة فقط من Y لكل قيمة من X فإن الطريقة الوحيدة لاختبار المعنوية لمكون الانحدار هو باختبار متوسط المربعات له مقابل متوسط المربعات المتبقي. بينما في التجارب المكررة يوجد لدينا متوسط مربعات للخطأ والذي يمكن أن يستعمل ليس فقط لاختبار كل مكون للانحدار ولكن أيضا لاختبار متوسط المربعات المتبقي.

في الفصل الماضي وفقنا خطا مستقيما لحاصل البنجر السكري في خمسة مواعيد للحصاد من جدول 1.10. وجدنا أنه في الوقت الذي كان فيه متوسط المربعات للانحدار الخطي معنوياً جدا كان هناك أيضا مقدارا معنويا من الانحراف عن الخط المستقيم.

سوف نقوم الآن بتوفيق معادلة من الدرجة الثانية إلى هذه البيانات لنرى فيما إذا كان المنحنى من الدرجة الثانية سوف يعلل جزءا كبيرا من الانحراف عن الخط المستقيم. بعض

المجاميع التي نحتاجها للمعادلات الطبيعية تم حسابها سابقاً في جدول 7.13. بقية المجاميع موجودة في جدول 5.14

X	Y	X^3	X^4	X^2Y	$\hat{Y}$	$(Y-\hat{Y})$	$(Y-\hat{Y})^2$
1	140.0	1	1	140.0	142.1714	-2.1714	4.7150
2	267.2	8	16	1068.8	258.7142	8.4858	72.0088
3	335.2	27	81	3016.8	347.6284	-12.4284	154.4651
4	417.0	64	256	6672.0	408.9140	8.0860	65.3834
5	440.6	125	625	11015.0	442.5710	-1.9710	3.8848
15	1600.0	225	979	21912.6	1599.9990	0.0010	300.4571

يوجد لدينا الآن جميع المجاميع المطلوبة للمعادلات الطبيعية:

$$5a + 15b + 55c = 1600.0$$ معادلة (1)

$$15a + 55b + 225c = 5551.0$$ معادلة (2)

$$55a + 225b + 979c = 21912.6$$ معادلة (3)

نضرب المعادلة (1) بـ 3 ونطرحها من المعادلة (2) وكذلك نضرب المعادلة (1) بـ 11 ونطرحها من المعادلة (3) فنحصل على معادلتين بمجهولين:

$$10b + 60c = 751.0$$ المعادلة (4)

$$60b + 374c = 4312.6$$ المعادلة (5)

نضرب المعادلة (4) بـ 6 ونطرحها من المعادلة (5) فنحصل:

$$14c = -193.4$$

$$c = 13.8143$$

بالتعويض عن قيمة c في المعادلة (4) يعطينا:

$$b = 157.9857$$

وبالتعويض عن c , b في المعادلة (1) يعطينا:

$$a = -2.000$$

لذلك تكون المعادلة من الدرجة الثانية:

$$Y = -2 + 157.9857\,X - 13.8143\,X^2$$

أدخلنا في جدول 5.14 قيم $\hat{Y}$ والفرق بين هذه القيم وبين القيم الملاحظة وكذلك مربعات هذه الفروق. مجموع الانحرافات هو صفر تقريبا كما يجب ومجموع الانحرافات هو 300.4571 والتي يجب أن تختزل إلى أساس اللوح الواحد لأننا كنا نتعامل مع المجاميع. بالنظر لوجود 16 لوح في كل مجموع لموعد الحصاد فإن 18.7786 = 16 / 300.4571 هو مجموع المربعات للانحرافات عن المنحنى التربيعي. ولما كان مجموع المربعات للانحراف عن الانحدار الخطي هو 185.7587 فإن مجموع المربعات للانحدار التربيعي هو:

$$185.7587 - 18.7786 = 166.9802$$

يمكن تلخيص كل هذا في جدول تحليل التباين:

مصدر التباين	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	F
مواعيد الحصاد	4	3710.7650	927.691	111.92
الخطي Linear	1	3525.0062	3525.006	425.26
التربيعي Quad	1	166.9802	166.980	20.14
المتبقي Res.	2	18.7786	9.389	1.13
الخطأ Error	12	99.4670	8.289	

يمكن أن نلاحظ أن الانحدار التربيعي علل جزءاً كبيراً جداً من الانحراف المعنوي عن الخطي. مجموع المربعات المتبقي ليس معنويا وفي الحقيقة سوف لا يكون معنويا حتى ولو كان جميعه متعلقا بدرجة واحدة من الحرية لذلك فلا يوجد حاجة للاستمرار أكثر بتحليل الانحدار.

لقد استعملنا عملية طويلة ومتعبة نوعاً ما لإيجاد المعادلة التربيعية ومجموع المربعات العائد إلى الانحدار التربيعي والانحراف عن الانحدار، من الفصل القادم سوف نتعلم طريقة مختصرة لإيجاد المعادلة التربيعية. سبق أن أصبح لنا خبرة في إيجاد مجموع المربعات للانحدار باستعمال المعاملات في جدول (A.11). تحت الجزء من الجدول لـ $n = 5$ نرى أن المعاملات التربيعية هي 2، 1- ، 2- ، 1- ، 2.

$$SS = \frac{(\Sigma C_i\, T_i)^2}{r(\Sigma C_i^2)}$$

$$= \frac{[2(140.0) - 267.2 - (2)335.2 - 417.0 + (2)440.6]^2}{16(14)}$$

$$= \frac{(-193.4)2}{224} = 166.9802$$

وهو نفسه الذي حصلنا عليه بصورة غير مباشرة.

جمع طرز المنحنيات Combining Curve Types

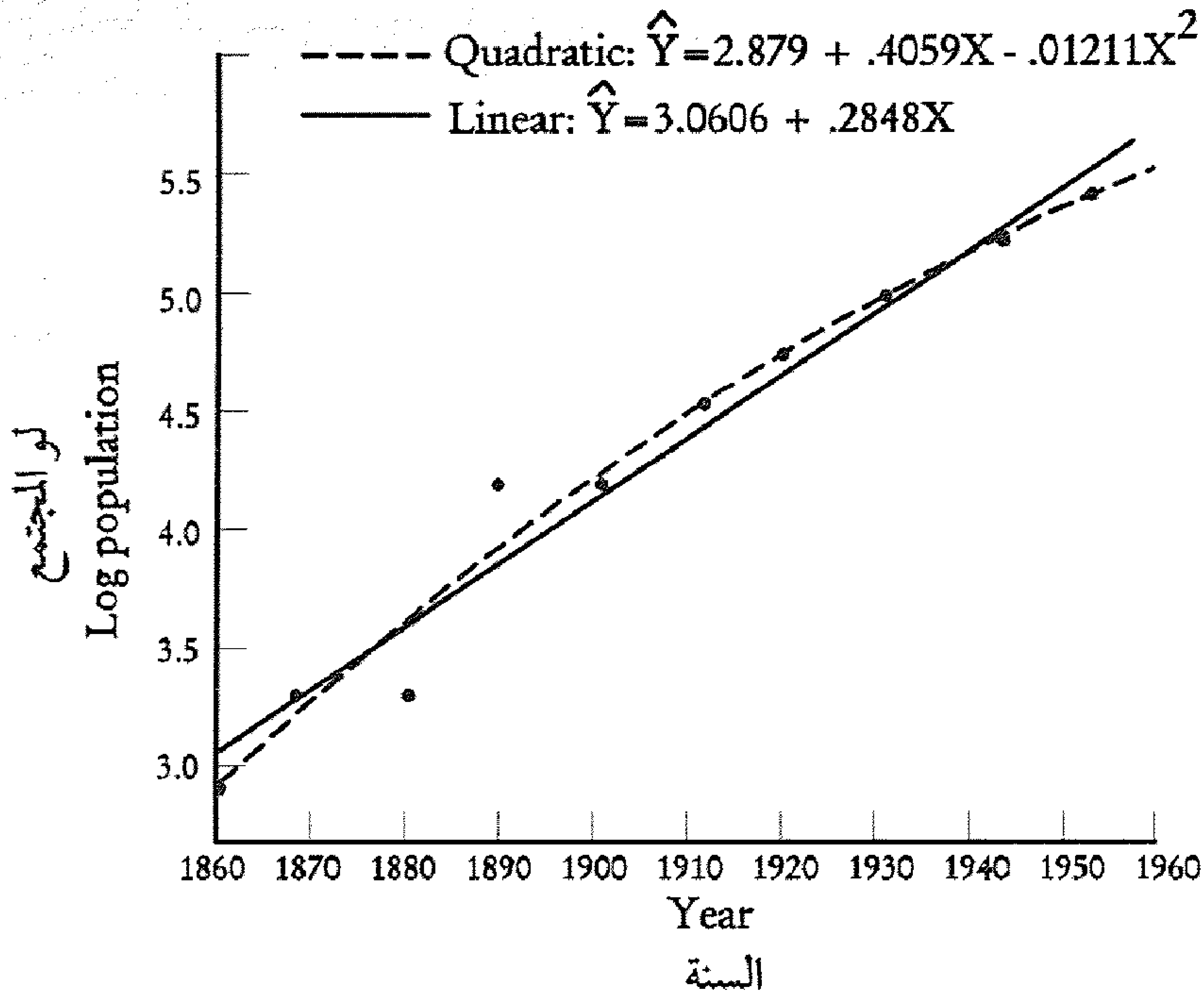
لقد ناقشنا أربعة طرز عامة من المنحنيات وبينا كيفية توفيق البيانات الملاحظة إليها. أحيانا يكون من المفيد استخدام توافق من طرازين. على سبيل المثال في البيانات عن السكان لمدينة سان دياكو وجدنا أن رسم لوغاريتمات السكان مقابل السنين أعطانا اقترابا أكثر إلى الخط المستقيم مما عندما رسمنا السكان فقط مقابل السنين. لكن نظرة إلى شكل 5.14 تبين أنه حتى البيانات المحولة لا تكون تماما خطا مستقيما ولكن لها ميلا أكيدا للانحناء. يبدو أن معدل الزيادة يتباطأ مع الزمن.

يمكننا بسهولة توفيق منحنى من الدرجة الثانية إلى البيانات مرة أخرى باستعمال $Y' = \log Y$ كمتغير تابع بدلا من Y. الحسابات متروكة للقارئ المهتم كتمرين جيد في توفيق منحنى من الدرجة الثانية. المعادلة المحتملة هي:

$$Y' = 2.87906 + 0.40590\ X - 0.01211\ X^2$$

يبين شكل 9.14 المقارنة بين الخط المستقيم والمنحنى من الدرجة الثانية بالنسبة إلى لوغاريتمات السكان. سبق أن بينا أن استكمال الخط المستقيم سوف يعطينا توقعا مقداره 1561000 لسنة 1970. التمديد للمنحنى من الدرجة الثانية يعطي توقعا مقداره 756800(*). في ضوء التوافق الأقرب لمنحنى الدرجة الثانية مع الاتجاهات السابقة، فإن التوقع الأوطأ يحتمل أن يكون معقولا أكثر.

(*) أرقام إحصاء 1970 متوفرة حالياً وتعطي سكان سان دياكو العدد 697000 والذي هو 8٪ أقل من الرقم المتوقع.



شكل **9.14** بيانات سكان سان دياكو مع خط مستقيم مرفق إلى لوغاريتمات السكان (الخط المستمر) والتحسن المحتمل بتوفيق معادلة من الدرجة الثانية (الخط المنقط)

الطراز الدوري The Periodic Type

هذا المنحنى يربط متغيراً ما مع الزمن ويتكرر في فتراتٍ زمنية ثابتة. يعرف هذا في كتب الرياضيات بمنحنى فورير Fourier Curve ويكون مفيدا لأي نوع من البيانات التي تميل للتذبذب إلى الأعلى والأسفل في فترات منتظمة. عددٍ قليل جدا من كتب الإحصاء تناقش توفيق البيانات في هذا النوع ولكن وجدناه مفيدا جدا لأنواع كثيرة من البيانات الزراعية ولذلك سوف نعطي شرحا مختصرا للطريقة العامة. في الفصل القادم سوف نتناول طريقة مختصرة لمعالجة حالات خاصة.

$$Y = a_0 + a_1 \cos CX + b_1 \sin CX + a_2 \cos 2CX + b_2 \sin 2CX + a_3 \cos 3CX + b_3 \sin 3CX \ldots$$

حيث X هي الزمن الملاحظ معبراً عنه بوحدات من وقت الابتداء المقرر.

و C هو ثابت يساوي 360 درجة مقسومة على عدد الوحدات في دروة.

افترض على سبيل المثال أننا ندرس التذبذبات كل ساعة لمتغير ما في دورات مِن 24 ساعة ونأخذ منتصف الليل كنقطة ابتداء. الملاحظة المأخوذة في الساعة التاسعة صباحا ستكون لها قيمة $X = 9$ وقيمة $C = 360 / 24 = 15°$ ولذلك فإن قيمة $CX = 9 \times 15 = 135°$.

الخط من النقاط إلى يمين المعادلة العامة يعني أننا يمكن أن نستمر بإضافة أزواج من الحدود طالما أن العدد الكلي للحدود لا يزيد على عدد الفترات الزمنية التي يوجد لها ملاحظات لدينا.

هذا المنحنى له صفات كثيرة مشابهة للمنحنى المتعدد الحدود. فله نفس الصفة العجيبة في حالة وجود قيمة مفردة لـ Y لكل قيمة من X فيمكن إيجاد وجود قيمة مفردة لـ Y لكل قيمة من X فيمكن إيجاد المعادلة التي تمر بالضبط خلال كل نقطة.

سوف تتذكر أن المتعدد الحدود من الدرجة الأولى هو خط مستقيم ومعادلته هي:

$$Y = a + b X$$

هذا المستقيم موصوف كلياً برقمين هما نقطة التقاطع a والميل b. منحنى فورير من الدرجة الأولى هو منحنى موجي بسيط ومعادلته هي:

$$Y = a_0 + a_1 \cos CX + b_1 \sin CX$$

لوصف هذا المنحنى نحتاج ثلاثة أرقام. المصطلح a_0 يعطي القيمة المركزية التي يتذبذب حولها الموجة. يمكن النظر إليها كمتوسط موزون قيمة المنحنى هي:

$$A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

تعرف بالاتساع النصفي Semi/amplitude وتخبرنا عن المدى الذي يتذبذب فيه المنحنى فوق وتحت النقطة المركزية. المدى الكلي من النقطة الأعلى إلى النقطة الأدنى للموجة هو A2 ويعرف بالاتساع Amplitude. القيمة الثالثة المطلوبة لوصف الموجة هي زاوية الطور phase angle. تخبرنا هذه عن النقطة في الدورة حيث تصل الموجة القيمة القصوى لها.

لإيجاد هذه نحد أولاً θ' (ثيتا) وهي الزاوية التي يكون ظلها b_1 / a_1، ثم نجد زاوية الطور بتطبيق القواعد الآتية:

إذا كانت b_1 موجبة و a_1 موجبة تكون $\theta = \theta'$

إذا كانت b_1 موجبة و a_1 سالبة تكون $\theta = 180° - \theta'$

إذا كانت b_1 سالبة و a_1 سالبة تكون $\theta = 180° + \theta'$

إذا كانت b_1 سالبة و a_1 موجبة تكون $\theta = 360° - \theta'$

في المتعدد الحدود حصلنا منحنيات أكثر تعقيداً بإضافة حدود ذات أسس متتالية لـ X مثل CX^2 و dX^2 وهكذا. في منحنى فورير يحصل على أشكال موجبة أكثر تعقيدا بإضافة أزواج من الحدود مثل:

$$a_2 \cos 2CX + b_2 \sin 2CX$$

$a_3 \cos 3CX + b_3 \sin 3CX$ وهكذا

التأثير للزوج من الدرجة الثانية هو تركيب موجة ثانية على الموجة الأولى لتكون ذات ذبذبتين كاملتين لكل دورة. الزوج من الدرجة الثالثة يركب منحنى آخر ذو ثلاث دورات كاملة لكل دورة وهكذا.

الطريقة لتوفيق منحنى فورير تكون مشابهة جداً لطريقة توفيق متعدد الحدود. نستعمل طاقما من المعادلات الطبيعية التي نعوض فيها المجاميع المحسوبة من البيانات الملاحظة وحل هذه المعادلات لإيجاد المعاملات المطلوبة.

لتبسيط المعادلات الطبيعية من الملائم اعتماد رمزين U و V.

$$U_i = \cos_i (CX)$$

$$V_i = \sin_i (CX)$$

لذلك $\Sigma U_2 V$ يعني $\Sigma \cos 2(CX) \sin (CX)$.

المعادلات الطبيعية تكون كالآتي:

$$a_0 n + a_1 \Sigma U_1 + b_1 \Sigma V_1 + a_2 \Sigma U_2 + b_2 \Sigma V_2 + \ldots = \Sigma Y$$

$$a_0 \Sigma U_1 + a_1 \Sigma U_1^2 + b_1 \Sigma U_1 V_1 + a_2 \Sigma U_1 + b_2 \Sigma U_1 V_2 + \ldots = \Sigma U_1 Y$$

$$a_0 V_1 + a_1 \Sigma U_1 V_1 + b_1 \Sigma V^2 + a_2 U_2 V_1 + b_2 \Sigma V_1 V_2 + \ldots = \Sigma V_1 Y$$

$$a_0 \Sigma U_2 + a_1 \Sigma U_1 U_2 + b_1 \Sigma U_2 V_1 + a_2 \Sigma U_2^2 + b_2 \Sigma V_2 V_2 + \ldots = \Sigma U_2 Y$$

$$a_0 \Sigma V_2 + a_1 \Sigma U_1 V_2 + b_1 \Sigma V_1 V_2 + a_2 \Sigma U_2 V_2 + b_2 \Sigma V_2^2 + \ldots = \Sigma V_2 Y$$

كما في المتعدد الحدود فإننا نحتاج إلى عدد من الحدود إلى يسار هذه المعادلات وعدد من المعادلات بنفس عدد المعاملات المطلوب حسابها. بالنسبة إلى المتعدد الحدود من الدرجة النونية احتجنا إلى n + 1 من المعادلات ذات n + 1 من الحدود على الجهة اليسرى بالنسبة إلى منحنيات فورير نحتاج إلى n + 12 من المعادلات ذات n + 12 من الحدود لكل منها.

لتوضيح الطريق سوف نوفق منحنى فورير من الدرجة الأولى إلى متوسطات درجة الحرارة الملاحظة في تسعة أشهر في ستوكتون (كاليفورنيا). جدول 6.14 يبين البيانات الملاحظة والأعمدة اللازمة لملء حدود المعادلات الطبيعية.

جدول **6.14**. المتوسطات الشهرية لدرجة الحرارة لتسعة أشهر في ستوكتون (كاليفورنيا)

(الدورة Cycle = 12 شهر و C = 360° / 12 = 30°)

Y درجة الحرارة	الشهر	X	CX	U1 = cos (CX)	V1 = sin (CX)	U_1^2	V_1^2	U_1V_1	YU_1	YV_1
44.7	كانون 2	0	0	1.000	0.000	1.00	0.00	0.000	44.70	0.000
49.0	شباط	1	30°	0.866	0.500	0.75	0.25	0.433	42.434	24.500
53.7	آذار	2	60°	0.500	0.866	0.25	0.75	0.433	26.850	46.504
59.7	نيسان	3	90°	0.000	1.000	0.00	1.00	0.000	0.000	59.700
76.2	آب	7	210°	-0.866	-0.500	0.75	0.25	0.433	-65.898	-38.100
72.7	أيلول	8	240°	-0.500	-0.866	0.25	0.75	0.433	-36.350	-62.958
64.0	تشرين1	9	270°	0.000	-1.000	0.00	1.00	0.000	0.000	-64.000
53.0	تشرين2	10	300°	0.500	-0.866	0.25	0.75	-0.433	26.500	-45.898
45.9	كانون 1	11	330°	0.866	-0.500	0.75	0.25	-0.433	39.749	-22.950
المجاميع518.9				2.366	-1.366	4.00	5.00	0.866	77.894	-103.202

نستطيع الآن كتابة المعادلات الطبيعية الثلاث المطلوبة لإيجاد a_0 و a_1 و b_1.

المعادلة 1 $$9\ a_0 + 2.366\ a_1 - 1.366\ b_1 = 518.9$$

المعادلة 2 $$2.366\ a_0 + 4\ a_1 + 0.866\ b_1 = 77.894$$

المعادلة 3 $$-1.366\ a_0 + 0.866\ a_1 + 5\ b_1 = 103.202$$

بضرب المعادلة 1 بـ 0.866 والمعادلة 2 بـ 1.366 والجمع نحصل:

المعادلة 4 $$11.026\ a_0 + 7.513\ a_1 = 555.771$$

بضرب المعادلة 1 بـ 5 والمعادلة 3 بـ 1.366 والجمع نحصل:

المعادلة 5 $$43.134\ a_0 + 13.013\ a_1 = 2453.526$$

بضرب المعادلة 4 بـ 13.013 والمعادلة 5 بـ 7.516 والطرح نحصل:

$$-180.584\ a_0 = -11201.093$$

$$a_0 = 62.027$$

بالتعويض عن هذه القيمة لـ a_0 في المعادلة 4 نحصل:

$$(11.026 \text{ x } 62.027) + 7.513\ a_1 = 555.771$$

$$7513 a_1 = -128.139$$

$$a_1 = -17.056$$

بالتعويض عن a_0 و a_1 في المعادلة 3 نحصل:

$$(-1.366 \text{ x } 62.027) + (0.866 \text{ x } -17.057) + 5\ b_1 = -103.202$$

$$-84.729 - 14.770 + 5\ b_1 = 103.202$$

$$5b_1 = 84.729 + 14.770 - 103.202 = -3.703$$

$$b_1 = 0.741$$

يمكننا الآن أن نكتب معادلتنا:

$$Y = 62.027 - 17.056 \cos(CX) - 0.741 \sin(CX)$$

بالتعويض عن القيم لـ cos (CX) و sin (CX) لكل شهر يعطينا القيم المتوقعة التي يمكن أن نقارنها مع القيم الملاحظة.

الأرقام داخل الأقواس في جدول 7.14 تمثل البيانات للأشهر التي افترضنا أنها غير متوفرة عندما حسبنا المنحنى ولذلك فإنها لم تدخل في الحسابات. سوف يلاحظ أن المنحنى

الـذي قمنـا بحـسابه مـن البيانـات المتـوفرة أعطـى تقـديرات زائـدة عـن المتوسـطات الفعليـة للأشهر المفقودة.

جدول **7.14**. درجات الحرارة الملاحظة والمتوقعة في ستوكتون (كاليفورنيا) في تسعة أشهر

الشهر	Y (الملاحظة)	Y (المتوقعة)	$(Y-\hat{Y})$	$(Y-\hat{Y})^2$
كانون 2	44.7	44.97	-0.27	0.0729
شباط	49.0	46.89	2.11	4.4521
آذار	53.7	52.86	0.84	0.7056
نيسان	59.7	61.29	-1.59	2.5281
(أيار)	(66.2)	(69.91)	(-3.71)	
(حزيران)	(72.8)	(76.43)	(-3.63)	
(تموز)	(78.2)	(79.08)	(-0.88)	
آب	76.2	77.17	-0.97	0.9409
أيلول	72.7	71.20	1.50	2.2500
تشرين 1	64.0	62.77	1.23	1.5129
تشرين 2	53.0	54.14	-1.14	1.2996
كانون 1	45.9	47.63	-1.73	2.9929
المجاميع	518.9	518.92	-0.20	16.7550

توفيق المنحنـى للبيانـات الملاحظـة قريـب جـداً. مجمـوع المربعـات الكلـي لـدرجات الحـرارة الملاحظة هو 1032.942 ويمكننا أن نجزئ هذا في تحليل للتباين كما يأتي:

مصدر التباين Source of ver.	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	ف F
Total الكلي	8	1032.942		***
Due to regression الانحدار	2	1016.187	508.094	181.85
Deviation from regression الانحراف عن الانحدار	6	16.755	2.794	

الانحدار له درجتان من الحرية فإننا نحسب المعلمتين a_1 و b بالإضافة إلى المعدل. يتم الحصول على مجموع المربعات للانحدار بطرح مجموع المربعات للانحرافات من مجموع المربعات الكلي. النسبة من مجموع المربعات الكلي العائدة إلى الانحدار هي:

$$R^2 = \frac{1016.187}{1032.942} = 0.9838$$

القيمة 62.027 لـ a_0 تجلب الانتباه. اعتبرنا هذه القيمة سابقاً كمتوسط موزون. هذه القيمة هي تقدير لما يكون عليه المتوسط لو كانت لدينا بيانات للسنة بأكملها. أنها في الحقيقة قريبة جدا إلى المتوسط السنوي الحقيقي 61.34 المبني على تسجيلات كاملة. من الواضح أن متوسط القيم الملاحظة وهو:

$$= \frac{519.9}{9} = 57.656$$

سيكون تقديراً سيئاً جداً للمتوسط السنوي لأن جميع البيانات المفقودة كانت في الأشهر الدافئة.

بينما قيمة a_0 المتحصلة بتوفيق منحنى فورير تمكنا من التوصل إلى تقدير قريب بالرغم من البيانات المفقودة.

القيمتان لـ a_1 و b يمكن استعمالها لإيجاد الاتساع النصفي وزاوية الطور.

الاتساع النصفي $A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{(-17.056)^2 + (-0.741)^2} = 17.1$

$\theta' = \tan^{-1}(b_1 / a_1)$ = الزاوية التي يكون ظلها هو = $\frac{-0.741}{-17.056} = 2.5°$

وباستعمال قواعد الإشارات تكون زاوية الطور:

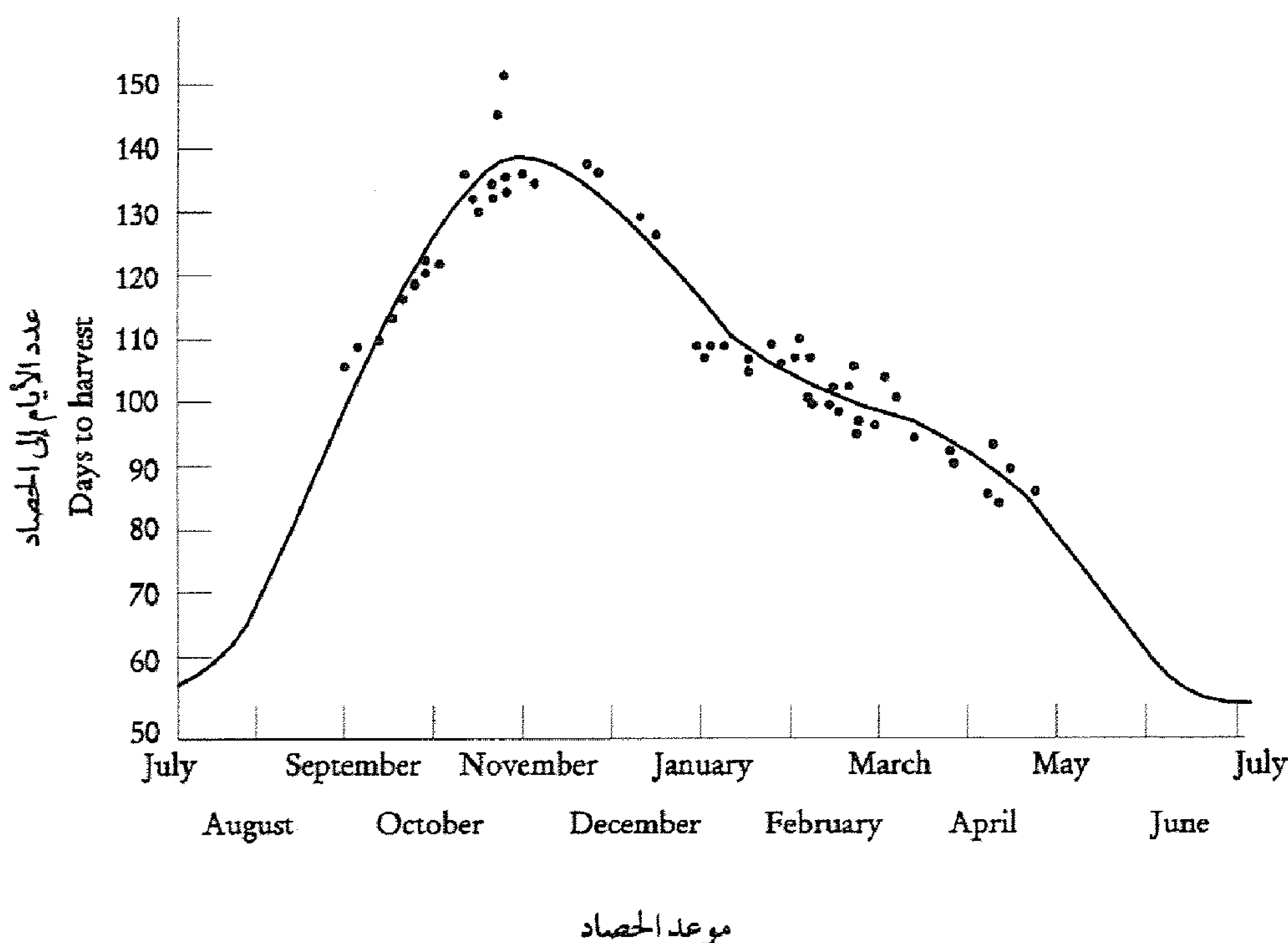
$$\theta = 180° + \theta' = 182.5°$$

ولما كان الشهر الواحد يساوي $30°$ فإن $182.5°$ تعادل 6.1 شهراً. يعني هذا أن النقطة القصوى تحصل عند حوالي 6.1 شهر بعد موعد البداية. استخدمنا المتوسط لكانون الثاني كموعد للبداية لذلك نعتبر هذا الموعد 15 كانون الثاني. لذلك فإن النقطة القصوى المحسوبة هي 6.1 شهراً بعد 15 كانون الثاني أي حوالي 18 تموز.

لقد نفذنا الخطوات لتوفيق البيانات لمنحنى فورير بسيط من الدرجة الأولى. إذا أصبح من الضروري توفيق البيانات بهذه الطريقة إلى منحنى من الدرجة الثانية أو أكثر فإن الحسابات تصبح هائلة لأن معادلتين إضافيتين يجب أن تضاف لكل درجة. هذه المسائل يمكن

أن تعالج بسهولة جداً على الحاسوب. يبين شكل 10.14 منحنى للعلاقة بين موعد الزراعة وطول الموسم إلى الحصاد في الكرفس تم حسابه ورسمه على الحاسوب. استعملت بيانات لعشر سنوات في حساب هذا المنحنى.

من حسن الحظ إذا كان لدينا بيانات مأخوذة على فترات متساوية خلال دورة كاملة فإن الحسابات تصبح مبسطة جدا وفي الفصل القادم سوف نصف الطرق المختصرة لمعالجة البيانات من هذا النوع.



شكل 10.14 موعد الزراعة وعدد الأيام لحين الحصاد لمحصول الكرفس في كاليفورنيا

الخلاصة Summary

إذا كان المخطط المبعثر لمتغيرين يبين ميلاً للنقاط كي تكون مبعثرة حول منحنى بدلاً من خط مستقيمٍ فينصح بتحليل العلاقة المنحنية بين المتغيرين، الفشل في القيام بذلك يمكن أن يكون مضللا.

إذا كانت اللوغاريتمات للمتغيرين تشكل مخططاً مبعثراً بحيث تبدو أنها توفق خطاً مستقيما فإن المنحنى الذي يصف العلاقة هو بشكل $Y_e = a\ X^b$ ويعرف بمنحنى الأس. المتغيرات التي تشمل أعدادا مختلفة من الأبعاد يحتمل غالبا أن توفق هذا الطراز من المنحنى.

لتحليل هذه البيانات يحول المتغيران الإصليان X و Y إلى المتغيرين الجديدين $X' = \log X'$ و $Y' = \log Y'$ ثم يتم العمل تماما كما في الارتباط والانحدار الخطي لإيجاد معادلة الانحدار للخط المستقيم:

$$Y' = a' + b\ X'$$

إذا كان لوغاريتم Y المرسوم مقابل X يشكل مخططاً مبعثراً لخط مستقيم فإن المنحنى المناسب هو بشكل $Y = a\ b^x$ الذي يدعى المنحنى الأسي. البيانات التي يميل فيها المتغير Y للزيادة أو للنقصان بمعدل ثابت نوعا ما يكون من المتوقع أن توفق هذا الطراز من المنحنى.

لتحليل هذه حول Y فقط إلى $Y' = \log Y$ واعمل كما في الانحدار الخطي بالتوفيق للمعادلة:

$$Y' = a' + b'\ X$$

طراز خاص من المنحنى الأسي الذي تقترب فيه Y من قيمة ماعدا الصفر يعرف بالمنحنى المقارب. تكون المعادلة لهذا المنحنى: $Y = C \pm a\ b^x$ حيث c هي المقارب. يمكن تحويل هذه المعادلة إلى خط مستقيم بتحويل Y إلى:

$$Y' = \log\ (Y - c)$$

أو $$Y' = \log\ (c - Y)$$

ولكن أفضل قيمة لـ c يجب إيجادها بالتجربة.

البيانات المنحنية التي لا تقارب بيانات خطية في حالة التحويل اللوغاريتمي أو النصف اللوغاريتمي يمكن أن توفق إلى المتعدد الحدود بالشكل:

$$Y = a + b\,X + c\,X^2 + d\,X^3 + \ldots$$

باستعمال العدد الضروري من الحدود للحصول على توفيق مناسب.

لإيجاد المعاملات المجهولة d , c , b , a الخ حل الطاقم من المعادلات الآتية التي تعرف بالمعالات الطبيعية:

$$an + b\Sigma X + c\Sigma X^2 + d\Sigma X^3 + \ldots = \Sigma Y$$
$$a\Sigma X + b\Sigma X^2 + c\Sigma X^3 + d\Sigma X^4 + \ldots = \Sigma XY$$
$$a\Sigma X^2 + b\Sigma X^3 + c\Sigma X^4 + d\Sigma X^5 + \ldots = \Sigma X^2Y$$
$$a\Sigma X^3 + b\Sigma X^4 + c\Sigma X^5 + d\Sigma X^6 + \ldots = \Sigma X^3Y$$

عدد المعادلات وعدد الحدود إلى يسار علامة لمساواة يجب أن يكون مساوياً لعدد المعاملات المطلوبة أو واحد أكثر درجة معادلة الانحدار.

المعادلات من الدرجات القليلة الأولى لها أسماء خاصة وكذلك بعض المنحنيات:

الدرجة Degree	اسم المعادلة Name of equation	اسم المنحنى Name of Curve
First الأولى	Linear الخطية	Straight line الخط المستقيم
Second الثانية	Quadratic التربيعية	Parabola القطع المكافئ
Third الثالثة	Cubic التكعيبية	Cubic parabola القطع المكافئ التكعيبي
Fourth الرابعة	Quartic الرباعية	Quartic par. القطع المكافئ الرباعي
Fifth الخامسة	Quintic الخماسة	Quintic par. القطع المكافئ الخماسي

إذا كانت انحرافات الملاحظات عن منحنى محسوب تظهر عشوائية نوعاً ما فإن توفيق منحنى من درجة أعلى لا يكون مجديا. إذا كانت الانحرافات منتظمة أو في مجموعات محددة بالنسبة للإشارة فمن المفيد عامة حساب المعادلة من الدرجة الأعلى التالية:

في التجارب المكررة يمكن اختبار متوسط المربعات للانحرافات عن الانحدار باستعمال متوسط المربعات للخطأ.

الحسابات لمعاملات المعادلات أعلى من التكعيبية يجب أن تجري فقط بالتمكن من طرق خاصة (مثل طريقة دولتيل Doolittle) أو بحاسوب إلكتروني. عندما تكون قيم X لمسافات متساوية يمكن توفير الكثير من الوقت باستعمال الطرق المختصرة الموصوفة في الفصل الخامس عشر. جمع الطرق اللوغاريتيمة والمتعدد الحدود سوف يؤدي أحيانا إلى توفيق أفضل بكثير للبيانات من كل طريقة لوحدها.

البيانات التي تتذبذب إلى الأعلى وإلى الأسفل مع الزمن في نمط منتظم نوعاً ما يمكن توفيقها إلى منحنى (فورير) دودي من الشكل:

$$Y = a_0 + a_1 \cos CX + b_1 \sin CX + a_2 \cos 2CX + b_2 \sin 2CX + \ldots$$

المعادلات الطبيعية لإيجاد المعاملات المجهولة هي:

$$a_0 n + a_1\Sigma U_1 + b_1\Sigma V_1 + a_2\Sigma U_2 + b_2\Sigma V_2 + \ldots = \Sigma Y$$

$$a_0\Sigma U_1 + a_1\Sigma U_1^2 + b_1\Sigma U_1 V_1 + a_2\Sigma U_1 + b_2\Sigma U_1 V_2 + \ldots = \Sigma U_1 Y$$

$$a_0 V_1 + a_1\Sigma U_1 V_1 + b_1\Sigma V_1^2 + a_2 U_2 V_1 + b_2\Sigma V_1 V_2 + \ldots = \Sigma V_1 Y$$

$$a_0\Sigma U_2 + a_1\Sigma U_1 U_2 + b_1\Sigma U_2 V_1 + a_2\Sigma U_2^2 + b_2\Sigma U_2 V_2 + \ldots = \Sigma U_2 Y$$

$$a_0\Sigma V_2 + a_1\Sigma U_1 V_2 + b_1\Sigma V_1 V_2 + a_2\Sigma U_2 V_2 + b_2\Sigma V_2^2 + \ldots = \Sigma V_2 Y$$

حيث $U_i = \cos i\ (CX)$

و $V_i = \sin i\ (CX)$

عندما تستحصل البيانات في فترات زمنية متساوية خلال دورة كاملة فإن الطرق المختصرة الموصوفة في الفصل الخامس عشر يمكن أن تستعمل.

الفصل الخامس عشر

15

طرق الانحدار المختصرة

Shortcut Regression Methods

- توفيق منحنى متعدد الحدود.
- تجزئة مجموع المربعات.
- مقارنة الطريقة المختصرة مع الطرق الاعتيادية.
- المعاملات غير المتساوية المسافات.
- توفيق المنحنى الدوري.
- تجزئة مجموع المربعات.
- الخلاصة.

الفصل الخامس عشر

طرق الانحدار المختصرة

Shortcut Regression Methods

غالباً ما نجري ملاحظات على متغير تابع Y مرتبطا بقيم ذات مسافافت متساوية من متغير مستقل X. فمثلا إذا كان المتغير المستقل هو الزمن ونقوم بعمل القراءات لـ Y في فترات يومية أو أسبوعية أو شهرية أو سنوية، فإن قيم X أو الأوقات هي ذات مسافات متساوية. حالة أخرى يكون غالبا لدينا فيها فترات ذات مسافات متساوية من X هي في التجارب التي تتضمن معدلات من المبيدات الفطرية أو المبيدات الحشرية أو الأسمدة أو ما شابه ذلك التجربة التي تكون فيها معدلات المعاملة ذات مسافات متساوية لها مزايا ملموسة من ناحية سهولة التحليل.

هناك فوائد أخرى علاوة على سهولة الحسابات في استخدام المعدلات ذات المسافات المتساوية. إذا أردنا أن نعرف شيئا من اتجاه الاستجابة لمستويات المعاملة فمن الأفضل أن تكون المعلومات المأخوذة من التجربة موزعة بصورة متجانسبة خلال المدى لمستويات المعاملة. هناك تبرير ضعيف جدا مثلا في سلسلة 0، 1، 2، 4 من مستويات المعاملة ولو أن هذه السلسلة شائعة الاستخدام جدا في العمل التجربي. هذه السلسلة ليست حسابية ولا هندسية. المعلومات المستحصلة في الجزء الأسفل من المدى أكثر اكتمالا مما في الجزء الأعلى. افترض أننا نجد زيادة في الحاصل بزيادة مستويات X من 0 إلى 2 ولكن يحصل نقصان ملحوظ في الحاصل عند مستوى المعاملة 4. سوف يكون من المفيد معرفة أين يحصل هذا الانعكاس في الاتجاه ضمن المدى بين 2 و 4. مستوى المعاملة 3 سوف يكون مفيدا جدا في هذه الحالة.

الطريقة المختصرة التي سنقوم بوضعها تمت مناقشتها في الجزء حول مقارنات الاتجاه في الفصل السادس. بالنظر لفائدة الطريقة فإنه يبدو من المناسب مد تلك المناقشة وربطها بالفصل السابق من هذا الجزء المتعلق بالانحدار المنحني. يسمي الإحصائيون هذه بطريقة متعددات الحدود المستقلة Method of orthogonal polynomials بالنسبة لأولئك الذين يجدون صعوبة في فهم هذه التسمية فيمكن أن يفكروا بها على أنها (الطريقة المختصرة لقياس الاتجاهات). سوف تجدها سهلة الاستعمال وتوفر الوقت كثيرا.

توفيق منحنى متعدد الحدود Polynomial Curve Fitting

القلب لطريقة توفيق متعددات الحدود هو جدول A11(*). الذي يلغي استعماله كثيراً من الحسابات المتعبة المطلوبة عادة في الانحدار المنحني. يمكن أن يستعمل الجدول لأجل:

(*) هذا الجدول المحسوب من قبل المؤلفين يستعمل بدلاً من الجداول الكثيرة المشابهة الموجودة في المطبوعات الأخرى. حسب معلوماتنا فإن قيم K لم تظهر في أية جداول أخرى مطبوعة.

1- إيجاد معادلات الانحدار الخطية والتربيعية والتكعيبية والرباعية لأي عدد من الملاحظات المتساوية المسافات إلى حد 25.

2- تجزئة مجموع المربعات للمعاملات في تحليل التباين إلى مكونات خطية وتربيعية وتكعيبية ورباعية ومتبقي إلى حد 25 معاملة أو ملاحظة متساوية المسافات.

في قمة الجدول توجد قيم لـ n تمثل عدد الملاحظات أو المعاملات. لأية مسألة نحتاج فقط إلى استعمال الجزء من الجدول تحت القيمة المناسبة لـ n. العمود الأول من المعاملات المعنون بـ c_1 عولاة على استعماله لمختلف الحسابات فإنه يتألف من قيم مرمزة لـ X. ثم أجزاء الترميز بحيث نحصل على أصغر أرقام صحيحة ممكنة. بغض النظر عن قيم X المتساوية المسافات وإذا كانت n عددا فرديا فيمكننا أن نأخذ: $X' = (X - \overline{X}) / L$ حيث L هي المسافة بين القيم المتتالية لـ X. إذا كانت n عددا زوجيا نأخذ: $X' = (X - \overline{X})\, 2 / L$. هذه التحويلات سوف تعطي القيم في العمود c_1.

ليس من الضروري معرفة كيفية الحصول على المعاملات الأخرى في الجدول حتى يتم استعمالها. لكن الطالب الفضولي سيجد العلاقات الآتية مفيدة: يمكن إيجاد المعاملات في العمود C_2 من العلاقات الآتية:

$$C_{2i} = \frac{C_{1i}{}^{2}\, n - \Sigma C_{1i}{}^{2}}{G\,C\,D}$$

بعد حساب البسوط لكل قيم i من 1 إلى n فإن المقام المشترك الأعظم (G C D) يجب أن يحدد حتى يمكن اختزال المعاملات إلى أوطأ طاقم ممكن من الأرقام.

المعاملات للعمود C_3 يمكن إيجادها من العلاقة الآتية:

$$C_{3i} = \frac{C_{1i}{}^{3} \Sigma C_{li}^{2} - C_{1i}\, \Sigma C_{li}^{4}}{GCD}$$

والمعاملات للعمود C من العلاقة الآتية:

$$C_{4i} = \frac{C_{1i}^{4} n \Sigma C_{2i}^{2} - C_{1i}^{2}\, n \Sigma C_{1i}^{4} C_{2i} - \Sigma C_{1i}^{4} \Sigma C_{1i}^{2} - C_{2i}}{GCD}$$

يمكن ملاحظة أن الحسابات تصبح متعبة جداً خاصة للقيم الأكبر لـ n لذلك فإن إعطاءها في جدول يوفر الوقت كثيرا.

حساب قيم K يمكن أن يعالج بسهولة كبيرة باستخدام بعض الأفكار في نظرية الأعداد التي هي أبعد من منظور هذا الكتاب.

الخطوات لإيجاد معادلات الانحدار الخطية والتربيعية والتكعيبية والرباعية كما يأتي:

1- رتب قيم Y في عمود حسب القيم التصاعدية لقيم X المرافقة ابتداء بقيمة Y المناظرة لأوطأ قيمة لـ X.

2- اضرب قيم Y بالمعاملات لـ C_1 , C_2 , C_3 , C_4 الموجودة في الجدول لإعطاء أربعة أعمدة.

3- جد مجموع كل عمود مع ملاحظة الإشارات الموجبة والسالبة. هذه المجاميع تدعى P_3 , P_4 ΣY , P_1 , P_2.

4- باستعمال قيم P المستحصلة وقيم K من الجدول يمكن كتابة المعادلات الخطية والتربيعية والتكعيبية والرباعية من هذه العلاقات:

المعادلة الخطية. $\hat{Y}_L = \overline{Y} + (K_2 P_1) X'$

المعادلة التربيعية $\hat{Y}_Q = (\overline{Y} - K_1 P_2) + (K_2 P_1) X' + (K_4 P_2) X'^2$

المعادلة التكعيبية $\hat{Y}_C = (\overline{Y} - K_1 P_2) + (K_2 P_1 - K_3 P_3)\ X + (K_4 P_2) X'^2 + (K_5 P_3) X'^3$

المعادلة الرباعية
$$\hat{Y}_4 = (\overline{Y} - K_1 P_2 + K_3 P_4) + (K_2 P_1 - K_3 P_3)\ X' + (K_4 P_2 - K_7 P_4) X'^2 + (K_5 P_3) X'^3 + (K_6 P_4) X'^4$$

لاحظ أن هذه المعادلات هي على أساس القيم المرمزة لـ X.

5- إذا كانت قيم Y في الخطوة 1 هي مجاميع لعدة ملاحظات أم مكررات في كل مستوى لـ X ونريد المعادلات أن تكون على أساس المتوسطات فيجب أن نقسم كل حد في المعادلات على عدد المكررات (يجب أن يكون هذا العدد متساويا لجميع مستويات X).

جدول 1.15 مسجلات إنتاج الحليب لـ 37 بقرة لمدة 10 أشهر

إنتاج الحليب (Y)	الشهر (X)	X` (C_1)	C_1Y	C_2	C_2Y	C_3	C_3Y	C_4	C_4Y
2442.3	1	-9	-21980.7	6	14653.8	-42	-102576.6	18	43961.4
2517.6	2	-7	-17623.2	2	5035.2	14	35246.4	-22	-55387.2
2334.4	3	-5	-11672.0	-1	-2334.4	35	81704.0	-17	-39684.5
2166.1	4	-3	-6498.3	-3	-6498.3	31	67149.1	3	6498.3
2030.0	5	-1	-2030.0	-4	-8120.0	12	24360.0	18	36540.0
1903.9	6	1	1903.9	-4	-7615.6	-12	-22846.8	18	34270.2
1779.5	7	3	5338.5	-3	-5338.5	-31	-55164.5	3	5338.5
1630.6	8	5	8153.0	-1	-1630.6	-35	-57071.0	-17	-27720.2
1485.7	9	7	10399.9	2	2971.4	-14	-20799.8	-22	-32685.4
1304.7	10	9	11742.3	6	7828.2	42	.454797	18	23484.6
المجاميع 19594.8		$P_1 = 22266.6$		$P_2 = -1048.8$		$P_3 = 4798.2$		$P_4 = -5384.6$	

يبين الجدول 1.15 الإنتاج اليومي الكلي للحليب لـ 37 بقرة بالأرطال المسجل مرة لكل شهر ولمدة 10 أشهر من الولادة إلى نهاية الإرضاع. سوف نطبق الخطوات الخمس أعلاه على هذه البيانات.

المعاملات C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , أخذت من جدول A11. وضربت بالقيم المناظرة لـ Y (إنتاج الحليب) مجاميع هذه الأعمدة أعطت القيم لـ ΣY , P_1 , P_2 , P_3 , P_4. نحن الآن مستعدون لتطبيق الخطوة 1 وكتابة المعادلات:

$$\hat{Y}_L = 1959.48 + (1/330)(-22266..6)X' = 1959.48 - 67.475X'$$

$$\hat{Y}_Q = [1959.48 - (1/32)(-1048.8)] - 67.475X' + (1/1056)(-1048.8)X'^2$$
$$= 1992.26 - 67.475X' - 0.9932X'^2$$

$$\hat{Y}_C = 1992.26 + [-67.475 - (293/205920)(4798.2)]X' - 0.9932X'^2 + (1/46184)(4798.2)X'^3$$
$$= 1992.26 - 74.302X' - 0.9932X'^2 + 0.11651X'^3$$

$$\hat{Y}_4 = [1992.26 + (9/1280)(-5384.6) - 74.302]X'$$
$$+ [-0.9932 - (41/54912)(-5384.6)]X'^2 + 0.11651X'^3 + (1/109824)(-5384.6)X'^4$$
$$= 1951.40 - 74.302X' + 3.0272X'^2 + 0.11651X'^3 - 0.049029X'^4$$

هذه المعادلات اعتمدت على إنتاج الحليب الكلي لـ 37 بقرة. إذا أردنا أن تكون هذه المعادلات على أساس البقرة الواحد ببساطة نقسم كل حد على 37 ونحصل:

$$\hat{Y}_L = 52.959 - 1.8236\ X'$$

$$\hat{Y}_Q = 53.845 - 1.8236\ X' - 0.02684\ X'^2$$

$$\hat{Y}_C = 53.845 - 2.0082\ X' - 0.02684\ X'^2 + 0.003149\,X'^3$$

$$\hat{Y}_4 = 52.822 - 2.0082\ X' - 0.08182\ X'^2 + 0.003149\,X'^3 - 0.0013251\,X'^4$$

في التطبيق العملي لا يكون من الضروري عمل جدول مثل 1.15 لأن قيم P المطلوبة يمكن إيجادها بتجميع حواصل الضرب في الحاسبة بدون كتابة كل حاصل فضرب على حدة. يجب الانتباه جيدا لإشارات المعاملات. عندما يكون المعامل سالبا فإن حاصل ضربه مع قيمة Y المناظرة يجب أن يطرح من المجموع المتراكم.

من المهم جداً أن نتذكر أن المعادلات المحسوبة هي على أساس X' التي هي القيم المرمزة لـ X. تكون هذه مماثلة لمعاملات C_1. افترض في مثالنا أننا نرغب بحساب إنتاج الحليب المتوقع لكل بقرة من المعادلة التربيعية للشهر الثالث. بالرجوع إلى جدول 1.15 نرى أن X' للشهر الثالث هي 5− لذلك نعوض بـ 5− عن X' في المعادلة التربيعية:

$$\hat{Y}_Q = 53.845 - 1.8236(-5) - 0.02684(-5)^2$$
$$= 53.845 + 9.118 - 0.671 = 62.292$$

خطأ شائع يعمله الطلاب هو تعويض معاملات C_1 في المعادلة الخطية ومعاملات C_2 في المعادلة التربيعية وهكذا. لكن معاملات C_1 هي القيم المرمزة لـ X في كل معادلة بغض النظر عن الدرجة. بصورة عامة يكون الأسهل هو العمل بالمعادلات بهذه الصيغة ولكن إذا كانت النتائج سوف تنشر في بحث علمي يجب أن تظهر على أساس القيم الأصلية لـ X. لعمل ذلك يكون من الضروري التعويض بـ $(X-\overline{X})/L$ أو $(X-\overline{X})\,2/L$ عن X في المعادلات اعتمادا على كون n فردية أم زوجية. لبيان كيفية عمل ذلك سوف نكتب المعادلة التربيعية:

$$\hat{Y}_Q = 53.845 - 1.8236\,X' - 0.02684\,X'^2$$

بالنسبة لـ X.

في هذه الحالة n = 10 كانت زوجية لذلك نعوض بـ $(X-X')\,2/L$ عن X'. المسافة بين القيم المتتالية لـ X كانت 1 أي أن L = 1.

قيمة X كانت 5.5 لذلك فإن:

$$X' = (X - 5.5)\,2/1 = 2X - 11$$

وبالتعويض عن هذه في معادلتنا نحصل:

$$\hat{Y}_Q = 53.845 - 1.8236\,(2X-11) - 0.02684\,(2X-11)^2$$

$$= 53.845 - 1.8236\,(2X-11) - 0.02684\,(4X^2 - 44X + 121)$$

$$= 53.845 - 3.6472\,X + 20.0596 - 0.10736\,X^2 + 1.18096\,X - 3.23764$$

تجميع الحدود يعطينا:

$$\hat{Y}_Q = .65696 - 2.46624\,X - 0.10736\,X^2\ 70$$

دعنا نستعمل هذه المعادلة لحساب $\hat{Y}_Q$ مرة أخرى للشهر الثالث. بالتعويض بـ 3 عن X في هذه المعادلة الجديدة نحصل:

$$\hat{Y}_Q = .65696 - 2.46624(3) - 0.10736\,(3)^2 = 62.29270$$

وهي نفس القيم التي حصلنا عليها سابقاً.

دعنا نرى مقدار العمل الذي وفرناه. باستعمال طرق الفصل الرابع عشر (التي يجب أن نستعملها إذا كانت قيم X ليست متساوية المسافات). ولإيجاد معادلات الانحدار الأربع سوف نحتاج لإيجاد قيم:

$$\Sigma X, \Sigma X^2, \Sigma X^3, \Sigma X^4, \Sigma X^5, \Sigma X^6, \Sigma X^7, \Sigma X^8$$
$$\Sigma Y, \Sigma XY, \Sigma X^2Y, \Sigma X^3Y, \Sigma X^4Y.$$

يجب التعويض بهذه القيم في المعادلات الطبيعية ثم يجب علينا حل طواقم من المعادلات الآنية، اثنتان للمعاملات الخطية وتزداد إلى خمس للمعاملات الرباعية. لو قمت بحل الأمثلة في الفصل الرابع عشر يمكنك أن تقدر مقدار الجهد الكبير المطلوب لذلك. قارن جميع هذه الحسابات مع الطريقة المختصرة، باستخدام هذه الطريقة نحتاج فقط قيم:

$$\Sigma Y\ ,\ P_1\ ,\ P_2\ ,\ P_3\ ,\ P_4$$

بتعويض هذه القيم في المعادلات القياسية للخطوة رقم 4 يعطينيا مباشرة معادلات الانحدار الأربع المطلوبة. يوجد لدينا فقط خمسة مجاميع لنحسبها بدلاً من ثلاثة عشر ولا يوجد معادلات آنية لحلها.

الآن بوجود المعادلات الأربع لدينا يمكننا أن نرى كيف أن القيم المحسوبة منها تقارن مع إنتاج الحليب الملاحظ لكل شهر. من الأفضل التعامل مع المجاميع بدلاً من المتوسطات لأن

أخطاء التقريب المدخلة تكون أقل. يبين جدول 2.15 القيم المحسوبة من كل معادلة وانحراف هذه القيم عن القيم الملاحظة.

جدول 2.16 إنتاج الحليب الشهري الملاحظ والمحسوب بـ 37 بقرة

Y الملاحظة	$\hat{Y}_L$	$Y-\hat{Y}_L$	$\hat{Y}_Q$	$Y-\hat{Y}_Q$	$\hat{Y}_C$	$Y-\hat{Y}_C$	$\hat{Y}_4$	$Y-\hat{Y}_4$
2442.3	2566.8	-124.5	2519.1	-76.8	2495.6	-53.3	2461.7	-19.4
2517.6	2431.8	85.8	2415.9	101.7	2423.7	93.9	2465.2	52.4
2334.4	2296.9	37.5	2304.8	29.6	2324.4	10.0	2356.4	-22.0
2166.1	2161.9	4.2	2185.7	-19.7	2203.1	-37.0	2197.4	-31.3
2030.0	2027.0	3.0	2058.7	-28.7	2065.5	-35.5	2031.6	-1.6
1903.9	1892.0	11.9	1923.8	-19.9	1917.1	-13.2	1883.2	20.7
1779.5	1757.1	22.4	1780.9	-1.4	1763.6	15.9	1757.9	21.9
1630.6	1622.1	8.5	1630.1	0.5	1610.5	20.1	1642.5	-11.9
1485.7	1487.2	-1.5	1471.3	14.4	1463.4	22.3	1504.9	-19.2
1304.7	1352.2	-47.5	1304.5	0.2	1328.0	-23.3	1294.1	10.6
مجموع الانحرافات Σ (dev)		-0.2		0.0		-0.1		-0.1
مجموع مربعات الانحرافات $\Sigma (dev)^2$		27268.90		18930.76		16258.59		6105.23
$\Sigma (dev)^2 / 37$		737.00		511.64		439.42		165.01

هناك عدة أشياء لملاحظتها حول هذا الجدول. مجموع الانحرافات لجميع المنحنيات يجب أن يكون صفرا عدا عن أخطاء التقريب الطفيفة. يعطي هذا تحقيقا للحسابات. مجموع مربعات الانحرافات عن المنحنى يعطي قياسا لجودة التوفيق، كلما كان مجموع المربعات هذا أصغر كان توفيق المنحنى للبيانات أفضل. كل درجة مضافة تؤدي إلى تقليل هذا المجموع للمربعات. يجب أن يكون هذا صحيحا دائما، وإلا فابحث عن خطأ في الحسابات. (السؤال هو فيما إذا كان التحسين في التوفيق معنويا، سوف نبين كيفية اختبار هذا بعد قليل). بالنسبة للوقت الحاضر لاحظ أن هناك تناقصا معتدلا في مجموع المربعات عند الانتقال من الخطي إلى التربيعي، تناقصا قليلا جدا عند الانتقال من التربيعي إلى التكعيبي وتناقصا كبيرا عند الانتقال من التكعيبي إلى الرباعي. أخيرا لاحظ أن إشارات الانحرافات تبدو أنها في أنماط محددة إلى حد ما في الدرجات الثلاث الأولى بينما تلك في الرباعي تكون عشوائية نوعا ما. كذلك يمكن أن نرى أن المنحنى الرباعي هو الوحيد الذي يبين زيادة في إنتاج الحليب من الشهر الأول إلى الثاني. من المعروف أن هذا يميز معظم منحنيات إنتاج الحليب في الأبقار.

تجزئة مجموع المربعات Partitioning the Sum of Squares

كان إيجاد جميع القيم المحسوبة وانحرافاتها عن القيم المتوقعة ومن ثم إيجاد مجاميع مربعات هذه الانحرافات عملية مجهدة. الميزة الثانية للطريقة المختصرة لتحليل البيانات ذات المسافات المتساوية هي السهولة التي يمكن بها حساب هذه المجاميع للمربعات. بالنظر إلى جدول A11. تحت أية قيم لـ n يمكنك التحقق بأن قيم c هي في الحقيقة أطقم مستقلة من المعاملات. كل عمود من المعاملات يكون مجموعة صفرا وكذلك حواصل ضرب المعاملات المتناظرة لأي عمودين يكون مجموعها أيضا صفراً. تعلمنا في الفصل السادس أن مجموع المربعات المرتبط بدرجة واحدة من الحرية يمكن إيجاده من طاقم من المعاملات بتطبيق المعادلة العامة:

$$SS = \frac{(\Sigma c_i \; T_i)^2}{r \Sigma c_i^{\,2}}$$

كما حسبت سابقاً فإن P_1 هي مساوية إلى $\Sigma c_i \; T_i$ عندما تكون قيم c هي المعاملات الخطية. كذلك $P_2 = \Sigma c_i \; T_i$ عندما نستعمل المعاملات التربيعية وهكذا. القيم التي تستعمل للقسمة والمبينة في جدول A11. هي مجاميع مربعات المعاملات. لذلك فإن مجموع المربعات العائد إلى الانحدار الخطي هو ببساطة P_1^2 مقسوما على المقسوم عليه المضروب بعدد المكررات. كذلك فإن مجموع المربعات للانحدار التربيعي هو $P2_1^2$ مقسوما على المقسوم عليه المضروب بعدد المكررات وهكذا إلى حد المكون الرباعي، بعد حساب مجموع المربعات لكل مكون يمكننا إيجاد مجموع المربعات المتبقي بطرح مجموعات المربعات المكونة من مجموع المربعات الكلي. مجموع المربعات المتبقي هذا يساوي مجموع مربعات انحرافات البيانات الملاحظة عن المنحنى. دعنا نطبق هذه الطريقة للتجزئة على بيانات إنتاج الحليب. قيمة P_1 التي وجدناها كانت 22266.6- لذلك فإن مجموع المربعات للخطي هو:

$$\frac{(-22266.6)^2}{330 \times 17} = 40606.18$$

مجموع المربعات الكلي. -Y كان 41343.01 لذلك فإن مجموع المربعات المتبقي هو:

$$41343.01 - 40606.18 = 736.83$$

هذا يساوي (عدا عن فارق بسيط بسبب التقريب) مجموع مربعات الانحرافات عن الخطي الموجود بطريقة أصعب بكثير في جدول 2.15.

بما أن قيمة P_2 التي وضحناها كانت 1048.8- فإن مجموع المربعات للتربيعي هو:

$$\frac{(-1048.8)^2}{132 \times 37} = 225.22$$

بطرح هذا من 736.83 يكون المتبقي هو 511.62. كانت القيمة المحسوبة في جدول 2.15 هي 511.64.

كانت P_3 هي 4798.2 لذلك فإن مجموع المربعات للتكعيبي هو:

$$\frac{(4798.2)^2}{8580 \times 37} = 72.52$$

تاركاً المتبقي الذي هو 439.09 (بالمقارنة مع 439.42 في جدول 2.15).

أخيراً كانت p_4 هي 5384.6- لذلك فإن مجموع المربعات للرباعي هو:

$$\frac{(-5384.6)^2}{2860 \times 37} = 273.99$$

تاركاً المتبقي الذي هو 165.10.

جميع هذه النتائج يمكن تلخيصها في جدول تحليل التباين (جدول 3.15) الذي تم فيه الحصول على مجموع المربعات للأبقار وللخطأ من المسجلات الفردية للأبقار.

جدول **3.15**. تحليل التباين لسجلات إنتاج الحليب

مصدر التباين Source of ver.	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	ف F
الكلي	369	76167.74		
الأبقار	36	23464.56	651.79	18.59**
الأشهر	9	41343.01	4593.67	131.02**
الخطي	1	40606.18	4060.18	1158.19**
الانحراف عن الخطي	8	736.83	92.10	2.63*
التربيعي	1	225.22	225.22	6.42*
الانحراف عن التربيعي	7	511.61	73.09	2.08*
التكعيبي	1	72.52	72.52	2.07غ.م
الانحراف عن التكعيبي	6	439.09	73.18	2.09غ.م
الرباعي	1	273.99	273.99	7.81**
الانحراف عن الرباعي	5	165.01	33.02	0.94غ.م
الخطأ	324	11360.17	35.06	

كانت هناك فروقاً معنوية جداً بين الأبقار وبين الأشهر. كلتا هاتين النتيجتين ليستا مدهشتين ولكن نريد أن نعرف أكثر عن نمط التغير في إنتاج الحليب من شهر إلى شهر. قيمة F العالية جدا للمكون الخطي تدلنا على وجود اتجاه تناقض معنوي جدا. الانحراف المعنوي عن الخطي يدل على أن الخط المستقيم لا يعلل تماما الاختلاف من شهر إلى شهر. المكون التربيعي المعنوي يبين أن منحنى بسيطا هو تحسين على الخط المستقيم ولكن لا يزال هناك مقدارا معنويا من الإختلاف المتبقي توفيق منحنى تكعيبي لم يؤدي إلى تحسين معنوي والمتبقي لم يكن معنويا. عند هذه النقطة يميل كثير من الباحثين إلى التوقف. غالبا كما في هذه الحالة يكون هذا خطأ. المكون الرباعي علل نسبة عالية من مجموع المربعات المتبقي بحيث كان معنويا جدا. الانحراف عن الرباعي غير معنوي. الاحتمال لإيجاد مكون معنوي آخر يكون قليلا جدا لأنه حتى ولو أن مكونا مفردا علل 80٪ من الاختلاف المتبقي فإنه سوف لا يكون معنويا. لذلك لدينا تبريرا لإنهاء التحليل عند هذه النقطة.

مقارنة الطريقة المختصرة مع الطرق الاعتيادية

Comparision of Shortcut & Regular Methods

في الفصل الرابع عشر وفقنا معادلة تربيعية لحاصل البنجر السكري في خمسة مواعيد للحصاد. لعمل هذا كان علينا أولا إيجاد سبعة مجاميع من الأسس وحواصل الضرب. ثم من هذه المجاميع حصلنا على ثلاث معادلات آنية وجب علينا حلها لثلاثة مجاهيل. سنقارن الآن هذه مع الطريقة المختصرة:

نجد أولاً الآتي باستعمال المعاملات من جدول A11. تحت n = 5.

$$P_1 = (-2)\ (140.0) = (-1)\ 267.2 + (1)\ 417.0 + (2)\ 440.6 = 751$$

$$P_2 = (2)(140.0)+(-1)\ 267.2+(-2)335.2+(-1)417.0+(2)440.6= -193.4$$

باستعمال هذه القيم وكذلك قيم K من جدول A11. يمكننا مباشرة كتابة المعادلة التربيعية:

$$\hat{Y}_Q = 320-(1/7)(-193.4)+(1/10)751X'+(1/14)(-193.4)X'^2$$

$$=347.6286+75.1X'-13.8143X'^2$$

للتحويل إلى وحدات X الأصلية نعوض بـ (X – 3) عن X' و بـ:

$$(X-3)^2 = X^2 - 6X + 9$$

عن X. وهذا يعطينا:

$$\hat{Y} = -2.0+157.9857\ X-13.8143\ X^2$$

بالضبط تماماً كما تم الحصول عليه بالطريقة الطويلة.

المعاملات غير المتساوية المسافات Unequally Spaced Treatments

لقد أشرنا فوائد المعاملات المتساوية المسافات ولكن إذا كان لدينا تجربة ذات معاملات غير متساوية المسافات فلا يزال من الممكن إيجاد طاقم من المعاملات المستقلة لحساب مجموع المربعات للانحدار. المعادلات لإيجاد هذه المعاملات تكون معقدة أكثر بكثير مما في حالة المعاملات المتساوية المسافات. كذلك لا يوجد طريقة بسيطة لكتابة المعادلات مباشرة بعد استعمال قيم K.

في جدول A .11 a أعطينا طواقم من المعاملات المستقلة وقيم المقسوم عليه لبعض مستويات المعاملات الشائعة الاستعمال. على الأقل سوف تجعل هذه تعيين مجموع مربعات الانحدار أسهل في مثل هذه الحالات.

توفيق المنحنى الدوري Periodic Curve Fitting

يعطي جدول A12. طواقم من المعاملات المستقلة لتوفيق البيانات الدورية عندما تكون الملاحظات متساوية المسافات خلال دورة كاملة.

تم تركيب الجدول لقيم منتخبة من n التي يشيع التعامل معها بالنسبة للدورات اليومية أو الأسبوعية أو السنوية.

على عكس طواقم المعاملات التي كنا نتعامل معها فإن هذه المعاملات لا يمكن اختزالها إلى أعداد صغيرة. لهذا السبب فإن حساب قيم P يكون أصعب نوعاً ما لكن في نواحي أخرى يكون حساب المعادلات وتجزئة مجموع المربعات أسهل مما في متعددات الحدود لعدم الحاجة إلى قيم خاصة للمقسوم عليه أو لـ K.

السبب في أن التعامل مع الفترات المتساوية المسافات هو أبسط بكثير من التعامل مع البيانات غير المنتظمة هي أن معظم الحدود في المعادلات الطبيعية في الفصل الرابع عشر تسقط. لذلك:

$$\Sigma U_i = \Sigma V_i = 0$$

حيث i هي أي رمز. كذلك $\Sigma U^2{}_i = \Sigma V_i^2 = n/2$.

لذلك فإن المعادلة الطبيعية الأولى التي هي:

$$n\, a_0 + a_1\, \Sigma U_1 + b \Sigma V_1 + a_2 \Sigma U_2 + b_2 \Sigma V_2 + \ldots = \Sigma Y$$

تختزل إلى $n\, a_0 = \Sigma Y$ أو $a_0 = \Sigma Y / n = \overline{Y}$

كذلك فإن المعادلات الطبيعية الأخرى تختزل إلى:

$$a_1(\frac{n}{2}) = \Sigma U_1 Y \quad \text{أو} \quad a_1 = \frac{2\Sigma U_1 Y}{n}$$

$$b_1 = \frac{2\Sigma V_1 Y}{n}$$

$$a_2 = \frac{2\Sigma U_2 Y}{n}$$

$$b_2 = \frac{2\Sigma V_1 Y}{n}$$

وهكذا باتباع نفس النمط عدا عن الحالة التي يكون فيها n زوجية وهي الحالة التي يكون فيها المعامل الأخير الذي يمكن حسابه هو:

$$a_{(n/2)} = \frac{\Sigma U_{(n/2)} Y}{n}$$

(نادراً ما نستمر في التحليل إلى هذا الحد لأنه سوف لا يكون عند ذلك مجموع مربعات متبقي. بمعنى آخر المعادلة التي نستمر بها إلى هذا الحد سوف توفق تماماً جميع نقاط البيانات والتي تناظر توفيق خط مستقيم إلى نقطتين).

سوف نعتمد رمزاً مشابهاً إلى ذلك المستعمل في توفيق متعددات الحدود في تسمية $\Sigma U_i Y$ بـ PU_i و $\Sigma V_i Y$ بـ PV_i. لاحظ أنه في حالة المتعدد الحدود كان لدينا قيمة مفردة لـ P لكل درجة بينما في توفيق المنحنى الدوري نحتاج قيمتين لـ P هما PU و PV لكل درجة من التوفيق(*).

الحدود العامة في المعادلة هي:

$$a_0 = \overline{Y}\ ,\ a_i = \frac{2\,PU_i}{n}\ ,\ bi = \frac{2\,PV_i}{n}$$

دعنا نطبق هذه الطريقة لتوفيق منحنى دوري إلى البيانات الكاملة لمتوسطات درجة الحرارة في ستوكتون (كاليفورنيا) المبينة في جدول 4.15.

(*) سمينا كل زوج من الحدود المضافة إلى معادلة الانحدار الدوري العامة كدرجة للمحافظة على التناظر مع المتعدد الحدود العام. فنيا تعرف هذه بالمتوافقات Harmonics.

جدول **4.15** متوسطات درجات الحرارة الشهرية في ستوكتون (كاليفورنيا) مع توفية منحنى دوري من الدرجة الثانية ($c = 1/12 \times 360 = 30°$)

الشهر (X)	درجة الحرارة (Y)	Cos CX (U_1)	U_1Y	Sin CX (V_1)	V_1Y	Cos 2CX (U_2)	U_2Y	Sin 2CX (v_2)	V_2V
0	44.7	1.0	44.70000	0.0	0.0000	1.0	44.70000	0.0	0.0000
1	49.0	0.866	42.7340	0.5	24.5000	0.5	24.5000	0.866	42.4340
2	53.7	0.5	28.8500	0.866	46.5042	-0.5	-26.8500	0.866	46.5042
3	59.7	0.0	0.0000	1.0	59.7000	-1.0	-59.7000	0.0	0.0000
4	66.2	-0.5	-33.1000	0.866	57.3292	-0.5	-33.1000	-0.866	-57.3292
5	72.8	-0.866	-63.0448	0.5	36.4000	.50	36.4000	-0.866	-63.0448
6	78.2	-1.000	-78.2000	0.0	0.000	1.0	78.2000	0.0	0.0000
7	76.2	-0.866	-65.9892	-0.5	- 38.1000	0.5	38.1000	0.816	65.9892
8	72.7	-0.5	-36.3500	-0.866	- 62.9582	-0.5	-36.3500	0.866	62.9582
9	64.0	0.0	0.0000	-1.0	- 64.0000	-1.0	-64.0000	0.0	0.0000
10	53.0	0.5	26.5000	-0.866	- 45.8980	-0.5	-26.5000	-0.866	-45.8980
11	45.9	0.866	39.7494	-0.5	- 22.9500	0.5	22.9500	-0.866	-39.7494
مجاميع	736.1	$PU_1 = -96.4506$		$PV_1 = -9.4728$		$PU_2 = -1.6500$		$PV_2 = 11.8642$	
$a_0 = 61.34$		$a_1 = -16.0751$		$b_1 = 1.5788$		$a_2 = -02750$		$b_2 = 1.9774$	

$$\hat{Y} = 61.34 - 16.0751 \cos CX - 1.5788 \sin CX - 0.275 \cos 2CX + 1.9774 \sin 2CX$$

المعادلة التي تم حسابها هي معادلة عامة التي يمكن أن نعوض فيها أية قيمة لـ X وإيجاد قيم الجيب والجيب تمام المناسبة في جداول المثلثات. لكن إذا رغبنا فقط في حساب القيم المناظرة لنقاط البيانات الملاحظة فيمكننا ببساطة التعويض بـ U_1 عن cos CX وبـ V_1 عن sin CX وبـ U_2 عن cos 2CX وبـ V_2 عن sin 2CX في المعادلة. مثلاً لإيجاد $\hat{Y}$ لآذار (الشهر رقم 2) لأن كانون الثاني اعتبر الشهر 0) نحسب الآتي:

$$\hat{Y}_2 = 61.34 - 16.0751(0.5) - 1.5788\,(0.866)0.275(0.5) + 1.9774(0.866) = 53.79$$

إذا أردنا القيمة المحسوبة فقط لمنحنى الدرجة الأولى فإننا ببساطة نستخدم الحدود الثلاثة الأولى من المعادلة أعلاه:

$$\hat{Y}_2 = 61.34 - 16.0751(0.5) - 1.5788\ (0.866) = 51.94$$

القيم المحسوبة للمعادلتين من الدرجة الأولى والثانية مبينة في جدول 5.15 مع الانحراف للقيم الملاحظة عن هذين المنحنين.

جدول **5.15**. متوسطات درجة الحرارة الشهرية الملاحظة والمحسوبة في ستوكتون (كاليفورنيا)

الشهر	الملاحظة Y	الدرجة الأولى $\hat{Y}$	$(Y - \hat{Y}_1)$	الدرجة الثانية $\hat{Y}_2$	$(Y - \hat{Y}_2)$
كانون ثاني	44.7	45.26	-0.56	44.99	-0.29
شباط	49.0	46.63	2.37	48.20	0.80
آذار	53.7	51.94	1.76	53.79	-0.09
نيسان	59.7	59.76	0.06	60.04	-0.34
آيار	66.2	68.01	-1.81	66.44	-0.24
حزيران	72.8	74.47	-1.67	72.62	0.18
تموز	78.2	77.42	0.78	77.14	1.06
آب	76.2	76.05	0.15	77.63	-1.43
أيلول	72.7	70.74	1.96	72.59	0.11
تشرين أول	64.0	62.92	1.08	63.19	0.81
تشرين ثاني	53.0	54.67	-1.67	53.09	-0.09
كانون أول	45.9	48.21	-2.31	46.36	-0.46
المجاميع			0.02		0.02
Σd^2	مجموع مربعات الانحرافات		28.86		4.99

تجزئة مجموع المربعات Partitioning the Sum of Squares

كما في المتعدد الحدود هناك طريقة سهلة جداً لتجزئة مجموع المربعات الكلي بدون عمل جدول مثل جدول 5.15. مجموع المربعات للانحدار من الدرجة الأولى هو $2\,(PU_1^2 + PV_1^2)\ /\ n$ ومن الدرجة الثانية يكون هذا $2\,(PU_2^2 + PV_2^2)\ /\ n$ وهكذا. على عكس متعدد الحدود لا نحتاج إلى مقسوم عليه مختلف لكل درجة. مجاميع المربعات

للانحرافات عن البيانات الملاحظة يمكن الحصول عليها بالطرح. في جدول 4.15 وجدنا أن $PU_1 = -96.4506$ و $PV_1 = -9.4728$ لذلك فإن مجموع المربعات للدرجة الأولى هو:

$$\frac{2\left[(-96.4506)^2 + (-9.4728)^2\right]}{12} = 1565.41$$

مجموع المربعات الكلي لـ Y كان 1594.33 لذلك مجموع المربعات للانحرافات يكون:

$$1594.33 - 1565.41 = 28.92$$

وهذه النتيجة تختلف عن قيمة 28.86 الموجودة في 5.15 بسبب التقريب:

كذلك مجموع المربعات العائد إلى الانحدار من الدرجة الثانية يكون:

$$\frac{2\left[(-1.65)^2 + (11.8642)^2\right]}{12} = 23.91$$

المتبقي أو الانحراف عن مجموع المربعات للدرجة الثانية هو:

$$28.92 - 23.91 = 5.01$$

(بالمقارنة مع 4.99 في جدول 5.15). هذه النتائج تم تلخيصها في جدول 6.15.

لاحظ أن كل درجة للانحدار لها درجتان من الحرية وهذا ؟؟ معاملين هما a و b يجب أن يحسبا لكل درجة للانحدار. يختبر متوسط المربعات لكل درجة للانحدار مقابل المكون المتبقي الخاص به لعمل اختبار F. في هذه الحال كانتا الدرجتان الأولى والثانية للانحدار معنويين جدا.

قمنا بتوفيق منحنى إلى متوسطات درجة الحرارة الشهرية وجزأنا مجموع المربعات للأشهر إلى عدة مكونات. إذا رغبنا أن نأخذ بنظر الاعتبار السجلات السنوية المفردة التي تممها حساب هذه المتوسطات فإن تحليل التباين يكون معقدا أكثر بكثير. يمكن للطالب الرجوع إلى المصدر الآتي:

جدول 6.15. تحليل التباين لبيانات درجة الحرارة

مصدر التباين Source of ver.	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	قيمة ف F value
الأشهر	11	1594.33		
الدرجة الأولى	2	1565.41	782.705	243.61**
الانحراف	9	28.92	3.213	
الدرجة الثانية	2	23.91	11.955	16.70**
الانحراف	7	5.01	0.716	

للاطلاع على مناقشة تفصيلية لهذا الموضوع:

Bliss , C. I. Periodic Regression in Biology and Climatology. Bulletim 615. Connecticut Agricultural Experiment Station. 1958.

المنحنى من الدرجةٍ الثانية الذي قمنا بحسابه يتكون في الحقيقة من منحنيين جيبيين بسيطين أحدهما مضافا إلى الآخر. الأول له اتساع نصفي:

$$A=\sqrt{a_1^2+b_1^2}$$

ولذلك

$$A=\sqrt{(-16.0751)^2+(-1.5788)^2}=16.13$$

زاوية الطور هي:

$$\tan^{-1}(b_1 / a_1)+180°$$

وتساوي الزاوية التي ظلها هو:

$$0.0982\ +180°=185°\ 36'$$

والتي بتحويلها إلى الزمن تكون حوالي ستة أشهر وخمسة أيام بعد بداية الدورة. ولما كانت دورتنا تبدأ بمتوسط كانون الثاني فيمكننا أن نعتبرها 15 كانون الثاني لذلك فإن النهاية العظمى للمنحنى سوف تكون في 20 تموز والنهاية الصغرى بستة أشهر قبل ذلك أي في 20 كانون الثاني.

بملاحظة شكل 1.15 وبالنظر إلى المنحنى المتصل في النصف الأسفل من الشكل نجد أن درجات الحرارة تميل إلى الوقوع فوق المنحنى في الربعين الأول والثالث وتحت المنحنى في الربعين الثاني والرابع. منحنى الدرجة الثانية يعدل هذه الفروقات. هذا المنحنى له اتساع نصفي مقداره.

$$A = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{(-0.275)^2 + (1.9774)^2} = 2.00$$

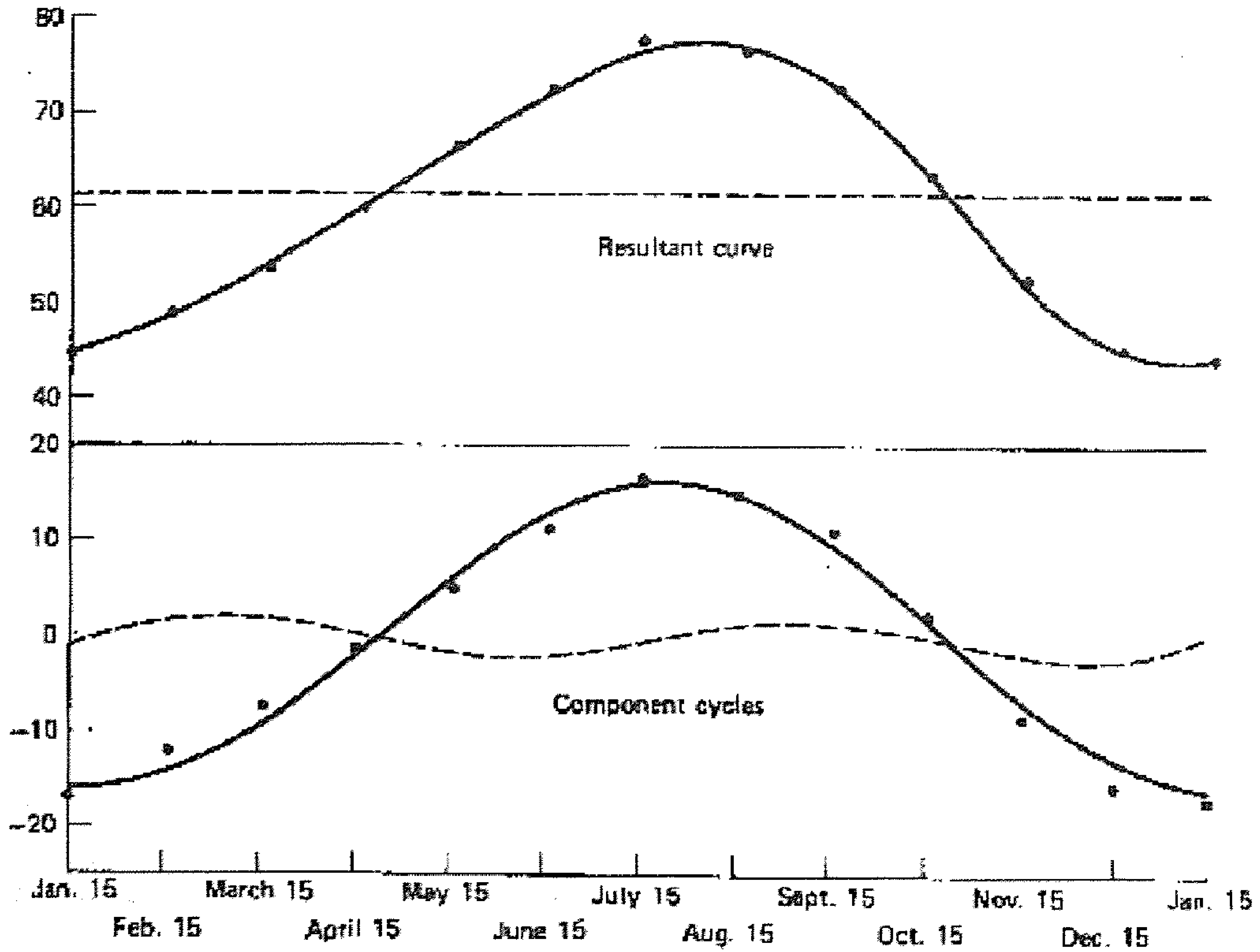
وزاوية الطور له:

$$180^\circ - \tan^{-1}(\frac{b_2}{b_2}) = 180^\circ - \tan^{-1} 7.905$$

$$= 180^\circ - 82^\circ\ 55' = 97^\circ 05'$$

يجب أن تقسم هذه على 2 لأننا نتعامل مع منحنى ذو دورتين لذلك سيكون لدينا نهاية عظمى في حوالي $48^\circ\ 32.5'$ أو حوالي شهر و 18 يوم بعد 15 كانون الثاني. هناك نهاية عظمى أخرى بعد ستة أشهر وكذلك نهاية صغرى بثلاثة أشهر بعد كل نهاية عظمى ثم رسم هذا بمنحنى متقطع في أسفل شكل 1.15.

بإضافة هذين المنحنيين إلى المتوسط 61.34 نحصل على المنحنى الناتج في النصف الأعلى من شكل 4.15.



شكل **1.15**. متوسطات درجة الحرارة الشهرية في ستوكتون (كاليفورنيا).

ومنحنى فورير من الدرجة الثانية مع مكوناته

الخلاصة Summary

بالنسبة إلى الملاحظات أو المعاملات ذات المسافات المتساوية تم إعطاء جدول (وهو جدول A11.) يبسط إلى حد كبير الحسابات لاشتقاق معادلات الانحدار الخطية والتربيعية والتكعيبية والرباعية أو لتجزئة مجاميع المربعات للمعاملات إلى مكونات اتجاهية. يحتوي الجدول ثلاثة أجزاء تحت كل عدد من الملاحظات من 3 إلى 25: معاملات C , قيم المقسوم عليه. وقيم K.

يتم الحصول على قيم P من المعادلة $P = \Sigma C_i\ T_i$. بعد الحصول على قيم P من الملاحظات يمكن الحصول على معادلات الانحدار الخطية والتربيعية والتكعيبية والرباعية من المعادلات الآتية:

$$\hat{Y}_L = \overline{Y} + (K_2 P_1)\ X'$$
$$\hat{Y}_Q = (\overline{Y} - K_1 P_2)\ + (K_2 P_1) X' + (K_4 P_2)\ X'^2$$
$$\hat{Y}_C = (\overline{Y} - K_1 P_2)\ + (K_2 P_1 - K_3 P_3) X' + (K_4 P_2)\ X'^2 + (K_5 P_3)\ X'^3$$
$$\hat{Y}_4 = (\overline{Y} - K_1 P_2\ + K_8 P_4) + (K_2 P_1 - K_3 P_3)\ X' + (K_4 P_2 - K_7 P_4) X'^2 + (K_5 P_3)\ X'^3$$
$$+ (K_6 P_4) X'^4$$

قيم X' في معادلات الانحدار هي قيم مرمزة لـ X تساوي معاملات C_1. يمكن الحصول على معادلات على أساس قيم X بالتعويض من X' بـ L / $(X - \overline{X})$ إذا كانت n فردية أو بـ $(X - \overline{X})2\ /\ L$ إذا كانت n زوجية حيث L هي المسافة بين القيم المتتالية لـ X.

يمكن تجزئة مجاميع المربعات للمعاملات إلى:

SS الخطي = P_1^2 / (المقسوم عليه مضروباً بعدد المكررات)

SS التربيعي= P_2^2 / (المقسوم عليه مضروباً بعدد المكررات)

SS التكعيبي = P_3^2 / (المقسوم عليه مضروباً بعدد المكررات)

SS الرباعي = P_4^2 / (المقسوم عليه مضروباً بعدد المكررات)

SS المتبقي = SS للمعاملات — SS الخطي- SS التربيعي — SS التكعيبي — SS الرباعي.

يعطي جدول A12. طواقماً من المعاملات لحساب المنحنيات الدورية للبيانات ذات المسافات المتساوية خلال دورة زمنية. يحتوي الجدول على طاقمين من المعاملات تعرف بـ U و V لكل من الدرجات (المتوافقات) الأربع الأولى لقيم منتخبة من n.

يتم حساب قيمتين لـ P لكل درجة من التوفيق من المعادلتين $PU_i = \Sigma U_i Y$ و $PV_i = \Sigma V_2 Y$. بعد إيجاد قيم P يمكن كتابة معادلة من أية درجة مطلوبة إلى حد الدرجة الرابعة مباشرة من المعادلة الآتية:

$$\hat{Y} = \overline{Y} + (\frac{2PU_1}{n})\cos CX + (\frac{2PV_i}{n})\sin CX + (\frac{2PU_i}{n})\cos\ i\ CX + (\frac{2PV_i}{n})\sin\ i\ CX$$

حيث X هي عدد وحدات الزمن من بداية الدورة و C هي طول كل وحدة بالدرجات.

مجموع المربعات لأية درجة له درجتان من الحرية ويتم إيجاده من العلاقة:

SS للدرجة = i $\frac{2(PU_i^2 + PV_i^2)}{n}$

ومجموع المربعات للانحرافات عن المنحنى يمكن الحصول عليه بطرح تلك المكونات للانحدار من مجموع المربعات الكلي.

الطرق الموجودة في هذا الفصل يمكن تطبيقها فقط عندما تكون قيم X متساوية المسافات عدا بضعة طواقم شائعة من المعاملات غير متساوية المسافات التي أعطيت لها معاملات مستقلة في جدول a11.A والتي يمكن استعمالها لحساب مجاميع المربعات للانحدار ولكن ليس لحساب معادلات الانحدار.

الفصل السادس عشر

16

الارتباط والانحدار المعدد

Muliple Correlation & Regression

- معاملات الارتباط.
- معاملات الانحدار.
- مثال بثلاث متغيرات.
- أكثر من ثلاث متغيرات.
- أسطح الاستجابة.
- الخلاصة.

الفصل السادس عشر

الارتباط والانحدار المتعدد
Multiple Correlation And Regression

إلى حد الآن ناقشنا فقط العلاقات بين متغيرين، غالباً ما نرغب في العلاقة بين متغير تابع وأكثر من متغير مستقل واحد. مثلا قانون العرض والطلب يتضمن علاقة بين السعر (المتغير التابع) وبين متغيرين هما العرض والطلب. في المحاصيل ربما نريد دراسة التأثير على الحاصل عند تغير النتروجين (N) والفوسفور (P) والبوتاسيوم (K).

معاملات الارتباط Correlation Coefficients:

الارتباط بين متغيرين، وبغض النظر عن أي متغير آخر يمكن أن يتغير بنفس الوقت، يعرف بالارتباط البسيط أو الكلي Simple or total correlation. الارتباط بين متغيرين، عندما يثبت متغير آخر أو أكثر بمستوى ثابت، يعرف بالارتباط الجزئي Partial correlation. العلاقة المشتركة بين متغير وبين متغيرين أو أكثر تتغير بنفس الوقت يعرف بالارتباط المتعدد Multiple correlation. نفترض لدينا متغير تابع هو Y ولكل قيمة لـ Y يوجد قيمتان مناظرتان من متغيرين آخرين هما X_1 و X_2. الارتباط البسيط أو الكلي بين Y و X_1 هو معامل الارتباط الخطي الذي ناقشناه في الفصل الثالث عشر.

سوف نتذكر أن المعادلة كانت(*):

$$r^2 = \frac{(\Sigma Xy)^2}{\Sigma X^2 \, \Sigma y^2}$$

لتوضيح أن هذا هو الارتباط البسيط لـ Y مع X فمن المعتاد وضع رموز سفلية توضيحية لذلك فإننا نكتب المعادلة بالصيغة:

$$r^2{}_{yx_1} = \frac{(\Sigma X_1 y)^2}{\Sigma X_1^2 \, \Sigma y^2}$$

كذلك فإن الارتباط البسيط بين Y و X_2 يكتب بالصيغة:

(*) كما فعلنا سابقاً فقد تم التعبير عن المعادلات على أساس r^2 بدلاً من r. يجب أن تتذكر أن r (معامل الارتباط) هو الجذر التربيعي لـ r^2.

$$r^2_{yx_2} = \frac{(\Sigma X_2 y)^2}{\Sigma X_2^2 \Sigma y^2}$$

أخيراً حتى يمكننا حساب الارتباط الجزئي والمتعدد نحتاج إلى ارتباط بسيط ثالث وهو الذي بين X_1 و X_2:

$$r^2_{x_1x_2} = \frac{(\Sigma X_1 X_2)^2}{\Sigma X_1^2 \Sigma X_2^2}$$

الارتباط الجزئي بين Y و X_1 عندما تكون X_2 ثابتة يرمز له بـ $r_{yx1.x2}$ ويحسب من الارتباطات البسيطة بالطريقة الآتية:

$$r^2_{yx_1.x_2} = \frac{(r_{yx1} - r_{yx2}\ r_{x1x2})^2}{(1 - r^2 yx_2)(1 - r^2 x_1 x_2)}$$

كذلك:

$$r^2_{yx_2.x_2} = \frac{(r_{yx2} - r_{yx1}\ r_{x1x2})^2}{(1 - r^2 yx_1)(1 - r^2 xx_2)}$$

معامل الارتباط المتعدد الذي يرمز له $R_{y.x1x2}$ يقيس العلاقة المشتركة لـ X_1 و X_2 مع Y ويتم بأخذ الجذر التربيعي لـ:

$$R^2_{y.x_1.x_2} = \frac{r^2_{yx1} + r^2_{yx2} - 2\ r_{yx1}\ r_{yx2}\ r_{x1x2}}{1 - r^2 x_1 x_2}$$

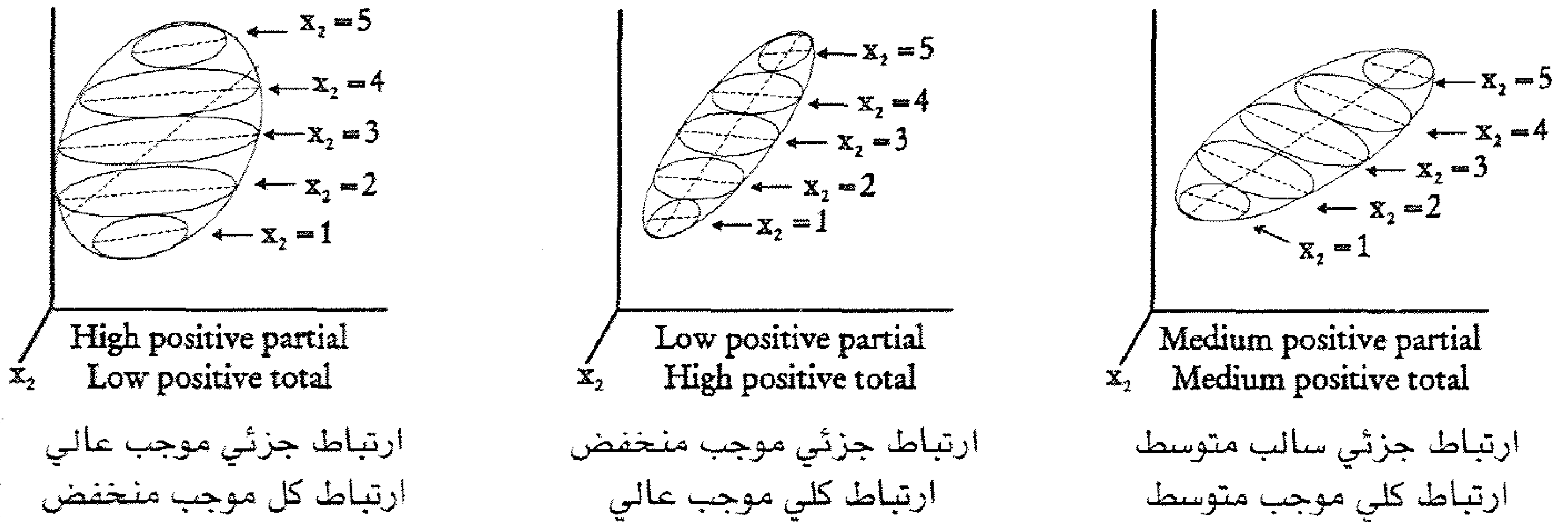
كما أن r^2 سميت معامل التحديد فإن R^2 تسمى معامل التحديد المتعدد. تمثل R^2 نسبة التغاير في Y التي يتم تعليلها بالتغاير في متغيرين مستقلين أو أكثر.

لاحظ كيف أن إضافة متغير واحد فقط قد أضاف إلى تعقيد الارتباط. بوجود متغيرين X و Y كان لدينا معامل ارتباط واحد فقط. بوجود ثلاثة متغيرات X_1 و X_2 و Y يوجد لدينا ثلاثة معاملات بسيطة وثلاثة معاملات جزئية والمعامل المتعدد.

تكون مسألة تصور العلاقة للمتغيرات الثلاثة أصعب بكثير مما في حالة متغيرين. في حالة المتغيرين يمكن عرض الملاحظات على ورق رسم ذو بعدين. توصف العلاقة بخط انحدار وإذا كانت الملاحظات كثيرة فإن المخطط المبعثر للنقاط سيظهر بشكل بيضوي. كلما كان الشكل البيضوي ضيقا كلما كان الارتباط أعلى. في حالة ثلاثة متغيرات يجب أن توصف العلاقة كمستوى في فضاء ذو ثلاثة أبعاد. تبعثر النقاط حول المستوى سيكون بشكل بيضي. الإسقاط للشكل لبيضي على المستوى X_1Y يبين الارتباط البسيط لـ X_1 و Y. عمل مقطع خلال الشكل البيضي موازيا إلى المستوى X_1Y وإسقاطه على المستوى X_1Y سيبين الارتباط الجزئي لـ X_1 و Y عندما تكون X_2 ثابتة أي $r_{yx1.x2}$.

يبين شكل 1.16 عدة حالاتٍ بصورة تخطيطية. لاحظ بأن الارتباطِ البسيط يمكن أن يكون واطئا لكن الارتباط الجزئي عاليا أو العكس بالعكس. يمكن أن يكونا أيضا مختلفين في الإشارة.

يبين معامل الارتباط المتعدد R مقدار تجمع النقاط في الشكل البيضي حول مستوى الانحدار. قيمة R تكون دائما موجبة وتتراوح بين صفر وواحد. كذلك تكون دائما أكبر من المعاملات البسيطة والجزئية. هذه الحقيقة تفيد كتحقيق جيد للحسابات.



شكل 1.16. مخطط لعدة تشكيلات من الارتباطات الجزئية والكلية التي تتضمن ثلاثة متغيرات

معاملات الانحدار Regression Coefficients

إلى حدٍ الآن تكلمنا فقط عن الارتباطات وهي درجة العلاقات بين المتغيرات. نريد أن نعرف أيضا طبيعة العلاقات. ما هو التغير في Y المرتبط بتغيرات مقدارها وحدة واحدة في المتغيرات المستقلة؟ للجواب على هذا نحتاج معادلة بالصيغة:

$$\hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

يعرف الرمزان b_1 و b_2 بمعاملي الانحدار الجزئي Partial regression Coefficients. المعادلة الأفضل توفيقا بهذه الصيغة هي التي تجعل مجموع مربعات الانحرافات للقيم الملاحظة لـ Y عن القيم المقدرة $\hat{Y}$ بالحد الأدنى.

لإيجاد قيم a و b_1 و b_2 التي سوف تستوفي هذه الشرط نقوم بحل معادلات طبيعية مشابهة جدا لتلك التي قمنا بحلها للانحدار المنحنى:

$$an + b_1\Sigma X_1 + b_2\Sigma X_2 + \ldots = \Sigma Y$$
$$a\Sigma X_1 + b_1\Sigma X_1^2 + b_2\Sigma X_1X_2 + \ldots = \Sigma X_1Y$$
$$a\Sigma X_2 + b_1\Sigma X_2X_1 + b_2\Sigma X_2^2 + \ldots = \Sigma X_2Y$$

....

تدل النقاط على كيفية توسيع هذه المعادلات لتشمل أكثر من ثلاثة متغيرات.

يمكن اختزال الحسابات بإعادة كتابة المعادلات بالنسبة للانحرافات عن المتوسطاتٍ بدلاً من القيم الأصلية. لما كان مجموع الانحرافات لأي متغير عن متوسطه هو صفرا فإن $\Sigma X_1 = o\Sigma X_2 = o\Sigma y = 0$ لذلك فإن المعادلة الطبيعية الأولى تسقط وكذلك جميع الحدود الأولى في بقية المعادلات:

$$b_1\Sigma X_1^2 + b_2\Sigma X_1X_2 + ... = \Sigma X_1 Y$$

$$b_1\Sigma X_2X_1 + b_2\Sigma X_2^2 + ... = \Sigma X_2 Y$$

....

حل هذه المعادلات لقيم b يعطي معادلة انحدار بالصيغة:

$$\hat{Y} = b_1X_1 + b_2X_2 + ...$$

إذا أردنا معادلة بالنسبة للملاحظات الأصلية فيمكننا حساب:

$$a = \overline{Y} - b_1\overline{X}_1 - b_2\overline{X}_2 + ...$$

وبالتالي:

$$\hat{Y} = a + bX_1 + b_2X_2 + ...$$

مثال بثلاثة متغيرات An Example With Three Variables

لتوضيح الارتباط والانحدار الجزئي والمتعدد سنقوم بتحليل بعض البيانات عن الكثافة النوعية للبطاطا (Y) ومحتوى النتروجين (X_1) ومحتوى الفوسفور (X_2). سنقوم بترميز الملاحظات لتبسيط الحسابات (انظر جدول 1.16).

نحسب أولاً معاملات الارتباط المختلفة. تكون الارتباطات البسيطة أو الكلية كما يأتي:

$$r^2_{yx1} = (\Sigma X_1)^2 / \Sigma y^2 \Sigma x_1^2 = \frac{(-29218.35)^2}{(51172.95)(21240.55)}$$

$$= 0.7854$$

$$r_{yx1} = \sqrt{r^2 yx1} = \sqrt{0.7854}$$

لاحظ أنه سالب لأن Σyx_1 كانت سالبة $-0.8862 =$

$$r^2_{yx2} = (\Sigma yx_2)^2 / \Sigma y^2 \, \Sigma x_2^2 = \frac{(-6611.8)^2}{(51172.95)(1663.2)}$$

$$= 0.5136$$

$$r_{yx2} = \sqrt{r^2 yx2} = \sqrt{0.5136} = -0.7167$$

$$r^2_{x1x2} = (\Sigma x_1 x_2)^2 / \Sigma x_1^2 \, \Sigma x_2^2 = \frac{(2584.4)^2}{(21240.55)(1663.2)}$$

$$= 0.1891$$

$$r_{x1x2} = \sqrt{r^2 x_1 x_2} = \sqrt{0.1891} = -0.4348$$

جدول 1.16. الكثافة النوعية ومحتوى النتروجين والفوسفور لعشرين عينة من البطاطا

محتوى الفوسفور $X_2 = (Ph.)\,100$	محتوى النتروجين $X_1 = (N.-1)100$	الكثافة النوعية $Y(SP.Gr.-1.07) \times 10^4$
40	96	2
36	82	14
30	121	15
42	88	15
28	100	16
26	114	27
33	71	48
26	94	54
15	74	58
35	36	68
25	36	82
15	73	83
26	58	91
25	31	97
24	38	98
11	56	101
22	24	128
11	37	140
24	10	163
10	14	179
504	1253	1479 مجاميع

$$\Sigma y^2 = 160545 \qquad \Sigma X_1^2 = 99741 \qquad \Sigma X_2^2 = 14364$$

$$(\Sigma y)^2 / 20 = 109372.05 \quad (\Sigma X_1)^2 / 20 = 78500.45 \quad (\Sigma X_2)^2 / 20 = 12700.8$$

$$\Sigma y^2 = 51172.95 \qquad \Sigma X_1^2 = 21240.55 \qquad \Sigma X_2^2 = 1663.2$$

$$\Sigma yX_1 = 63441 \qquad \Sigma yX_2 = 30569 \qquad \Sigma X_1X_2 = 34160$$

$$\Sigma y\Sigma X_1 / 20 = 92659.35 \quad \Sigma y\Sigma X_2 / 20 = 37270.8 \quad \Sigma X_1\Sigma X_2 / 20 = 31575.6$$

$$\Sigma yX_1 = -29218.35 \qquad \Sigma yX_2 = -6611.8 \qquad \Sigma X_1X_2 = 2584.4$$

تكون معاملات الارتباط الجزئية كالآتي:

$$r^2{}_{yx1.x2} = \frac{(r_{yx1} - r_{yx2} \quad r_{x1x2})^2}{(1 - r^2{}_{yx2})(1 - r^2{}_{x1x2})}$$

$$= \frac{[(-0.8862) - (-0.7167)(0.4338)]^2}{(1 - 0.5136)(1 - 0.1891)}$$

$$= \frac{(-0.5746)^2}{(0.4864)(0.8109)} = 0.8371$$

$$r_{yx1.x2} = \sqrt{r^2 yx_1.x_2} = \sqrt{0.8371} = -0.9149$$

$$r^2 y_{x2.x1} = \frac{(r_{yx2} - r_{yx1} \quad r_{x1x2})^2}{(1 - r^2{}_{yx1})(1 - r^2{}_{x1x2})}$$

$$= \frac{[(-0.7167) - (-0.8862)(0.4338)]^2}{(1 - 0.7854)(1 - 0.1891)}$$

$$= \frac{(-0.3314)^2}{(0.2146)(0.8109)} = 0.6310$$

$$ry_{x2.x1} = \sqrt{r^2 yx_2x_1} = \sqrt{0.6310} = -0.7944$$

أخيراً نحسب R وهي معامل الارتباط المتعدد:

$$R^2{}_{y.x_1.x_2} = \frac{r^2{}_{yx2} + r^2{}_{yx1} - 2\, r_{yx1}\, r_{yx2}\, r_{x1x2}}{1 - r^2 x_1 x_2}$$

$$= \frac{0.5136 + 0.7854 - 2(-0.8862)(-0.7167)(0.434)}{1 - 0.1891}$$

$$= \frac{0.7467}{0.8109} = 0.9208$$

$$R_{y.x_1.x_2} = \sqrt{0.9208} = 0.9596$$

الارتباط البسيط لمحتوى النتروجين أو الفوسفور لوحده مع الكثافة النوعية ليس عالياً جداً ولكن عند اعتبار المتغيرين سوية تكون العلاقة مع الكثافة النوعية قوية جدا. عند التعبير عن ذلك بالنسب المئوية فإن النتروجين يعلل 78.54٪ من التغاير في الكثافة النوعية ($100 \times r^2{}_{yx1}$). الفوسفور يعلل 51.36٪. النتروجين والفوسفور معاً يعللان 92.08٪.

نحتاج الآن لوصف العلاقة بحساب معادلة الانحدار باستعمال المعادلات الطبيعية المعتمدة على الانحرافات عن المتوسطات يكون لدينا:

$$b_1 \Sigma X_1^2 + b_2 \Sigma X_1 X_2 = \Sigma X_1 Y$$

$$b_1 \Sigma X_1 X_2 + b_2 \Sigma X_2^2 = \Sigma X_2 Y$$

بالتعويض بالقيم الملاحظة من البيانات:

$$.55 + b_1 + 2584.4\ b_2 = -29218.3521240$$

$$.40\ b_1 + 1663.2\ b_2 = -6661.82584$$

بضرب المعادلة الأولى بـ 2584.4 والمعادلة الثانية بـ 21240.55 والطرح نحصل:

$$.4\ b_2 = -6492636.7528648159$$

$$b_2 = -2.266$$

بالتعويض عن هذه القيمة لـ b_2 في أي من المعادلتين الأصليتين والحل لـ b نجد:

$$b_1 = -1.100$$

لإيجاد معادلة الانحدار بالنسبة للقيم الأصلية نحتاج لحساب a:

$$a = \overline{Y} - b_1 \overline{X}_1 - b_2 \overline{X}_2$$

$$= \frac{1479}{20} - (-1.100 \frac{1253}{20}) - (-2.266 \frac{504}{20})$$

$$= 199.968$$

يمكننا الآن كتابة معادلة الانحدار:

$$\hat{Y} = 199.968 - 1.100\ X_i - 2.266\ X_2$$

من هذه المعادلة يمكننا حساب قيم Y ومقارنتها مع القيم الملاحظة (جدول 2.16).

مجموع الانحرافات يساوي صفراً كما يجب أن يكون. يعطي هذا تحقيقاً جيداً للحسابات. مجموع مربعات الانحرافات هو 4051.16. يمثل هذا التغاير في الكثافة النوعية غير المرتبط

بالتغاير في محتوى النتروجين (X_1) أو محتوى الفوسفور (X_2). يمكن حسابه بدون حساب كل $\hat{Y}$ لأنه يساوي:

$$(1 - R^2) = (1 - 0.9208)\ (51172.95) = 4052.90$$

جدول **2.16**. الكثافة النوعية الملاحظة والمحسوبة لعشرين عينة من البطاطا

الكثافة النوعية الملاحظة Y	الكثافة النوعية المحسوبة $\hat{Y}$	الانحراف $d = Y - \hat{Y}$
2	3.7	-1.7
14	28.2	-14.2
15	-1.1	16.1
15	8.0	7.0
16	26.5	-10.5
27	15.7	11.3
48	47.1	0.9
54	37.7	16.3
58	84.6	-26.6
68	81.1	-13.1
82	103.7	-21.7
83	85.7	-2.7
91	77.2	13.8
97	109.2	-12.2
98	103.8	-5.8
101	113.4	-12.4
128	123.7	4.3
140	134.3	5.7
163	134.6	28.4
179	161.9	17.1

الجوابان قريبان من بعضهما والفرق البسيط ناتج من التقريب.

النتائج التي حصلنا عليها يمكن تلخيصها في جدول لتحليل التباين كالآتي:

مصدر التباين	طريقة حساب SS	SS	df	MS	F
المجموع	Σy^2	51172.95	19		
الانحدار العائد إلى X_1	$r^2_{yx1}(\Sigma y^2)$	40191.23	1	40191.23	65.9**
الانحراف عن الانحدار البسيط	$(1-r^2_{yx1})\,\Sigma y^2$	10981.72	18	610.10	
الانحدار الإضافي العائد إلى X_2	$r^2_{yx2\,x1}(1-r^2_{yx1})\Sigma y^2$	6929.47	1	6929.47	29.07*
الانحراف عن الانحدار المتعدد	$(1-R^2_{y.x1\,x2})\Sigma y^2$	4052.90	17	238.41	

مجموع المربعات الأخير يمكن الحصول عليه بالطرح:

$$10981.72 - 6929.47 = 4052.25$$

الفرق بين هذه القيمة وتلك في الجدول هي نتيجة التقريب وسوف لا يكون لها تأثيراً مهماً على قيمة F. الجذر التربيعي لـ 238.41 أي 15.44 يعرف بالخطأ القياسي للتقدير Standared error of estimate ويرمز له بالرمز $S_{y.x1x2}$.

هناك طريقة أخرى يمكن بها تنظيم جدول التباين مع إعطاء قيم F متخلفة تماماً:

مصدر التباين	طريقة حساب SS	SS	df	MS	F
المجموع	Σy^2	51172.95	19		
الانحدار العائد إلى X_2	$r^2_{yx2}(\Sigma y^2)$	26282.43	1	26282.43	19.01**
الانحراف عن الانحدار البسيط	$(1-r^2_{yx2})\,\Sigma y^2$	24890.52	18	1382.81	
الانحدار الإضافي العائد إلى X_1	$r^2_{yx1.x2}(1-r^2_{yx2})\Sigma y^2$	20835.85	1	20835.85	87.40**
الانحراف عن الانحدار المتعدد	$(1-R^2_{y.x1\,x2})\Sigma y^2$	4052.90	17	238.41	

في الأول من هذين الجدولين اعتبرنا التأثير الكلي للنتروجين ومن ثم التأثير الإضافي للفوسفور. في الجدول الثاني اعتبرنا التأثير الكلي للفوسفور ومن ثم التأثير الإضافي للنتروجين. الحقيقة في كون الترتيب الذي تعتبر فيه المتغيرات يؤدي إلى فرق كبير في نتيجة التحلل يمكن أن تكون محيرة للشخص خلال التعرض الأول للانحدار المتعدد.

مثال بسيط يمكن أن يساعد على توضيح بعض الغموض. من المعروف جيداً أن الحاصل لكثير من المحاصيل يتأثر بدرجة الحرارة وكذلك بطول النهار. افترض أنه يوجد لدينا عدة

سجلات لحاصل محصول مزروع في مواسم مختلفة من السنة. لكل سجل للحاصل يوجد لدينا سجل لمتوسط طول النهار ولمتوسط درجة الحرارة خلال موسم النمو. نتوقع طول النهار ودرجة الحرارة أن يكونا مرتبطين جيدا مع بعضهما. وبالنظر إلى أن هذا صحيح لذلك يجب أن لا نستغرب إذا وجدنا أن الحاصل يرتبط جيدا مع درجة الحرارة لكن الاعتبار الإضافي لطول النهار سوف يعلل قليلا من التغاير في الحاصل والذي لم يتم تعليله في نفس الوقت قد يكون طول النهار لوحده مرتبطا جيدا بالحاصل بينما درجة الحرارة يمكن أن يكون لها تأثيرا إضافيا قليلا. سيكون الاستنتاج بأن الأيام الطويلة الدافئة ستقترن مع كميات أكبر من الحاصل بالمقارنة مع الأيام القصيرة الباردة. سوف لا نعرف إلا القليل عن أي من العاملين كان الأكثر أهمية: درجة الحرارة أم طول النهار. للجواب على هذا السؤال سوف نحتاج إلى تجربة يتم فيها السيطرة على طول النهار و / أو درجة الحرارة حتى يكونا أقل ارتباطا مع بعضهما مما هما في الطبيعة.

في الفصل الثالث عشر أعطينا مثالاً لارتباط زائف بين استهلاك السجائر وإنتاج الدريس. يظهر أن هذا الارتباط العالي نتج عن حقيقة كون كلا المتغيرين يرتبطان جيدا مع متغير ثالث هو الزمن. تحليل الانحدار المتعدد سيبين فرقا شاسعا بين تحليلين اعتمادا على أي من المتغيرين المستقلين يعتبر أولا (جدول 3.16).

في التحليل الثاني حيث أزلنا الانحدار مع الزمن أو لا نرى أنه ليس هناك انحدارا إضافياً معنويا للعلاقة مع استهلاك السجائر.

جدول 3.16. تحليل الانحدار المتعدد لإنتاج الدريس (Y) واستهلاك السجائر (X_1) والزمن (X_2)

مصدر التباين	df	SS	MS	F
X_1 اعتبرت أولاً				
المجموع	14	10094.00		
الانحدار العائد إلى X_1	1	8855.31	8855.31	92.94**
الانحراف عن الانحدار البسيط	13	1238.69	95.28	
الانحدار الإضافي العائد إلى X_2	1	918.01	918.01	34.35**
الانحراف عن الانحدار المتعدد	12	320.67	26.72	
X_2 اعتبرت أولاً				
المجموع	14	10094.00		
الانحدار العائد إلى X_2	1	9723.21	9723.21	340.90**
الانحراف عن الانحدار البسيط	13	370.79	28.52	
الانحدار الإضافي العائد إلى X_1	1	50.11	50.11	1.88غ م
الانحراف عن الانحدار المتعدد	12	320.67	26.72	

أكثر من ثلاثة متغيرات More Than Three Variables

لغرض البساطة اعتمدت معظم مناقشتنا والأمثلة التوضيحية على ثلاثة متغيرات أحدها متغير تابع واثنان مستقلان. يمكن في الحقيقة حساب معاملات الارتباط المتعدد والجزئي وكذلك معادلات الانحدار لأي عدد من المتغيرات. دراسة حديثة في جامعة كاليفورنيا شملت 35 متغيرا. لا نتمكن هنا أكثر من التدليل بصورة عامة فقط على كيفية توسيع الطرق الموصوفة إلى أكثر من ثلاثة متغيرات والإشارة إلى بعض الصعوبات المكتنفة.

سبق أن بينا كيف أن المعادلات الطبيعية لحساب معاملات الانحدار b_1 و n_2 والخ يمكن أن توسع لشمول أي عدد من المتغيرات المرغوبة. كل متغير جديد يتطلب فقط إضافة حد آخر إلى الجهة اليسرى لكل معادلة وإضافة معادلة جديدة باتباع نفس النمط للمعادلات السابقة. إذا كان لدينا m من المتغيرات فإن المعادلة الطبيعية الأخيرة ستكون:

$$b_1\Sigma X_1 X_m + b_2\Sigma X_2 X_m + b_3\Sigma X_3 X_m + \ldots + bm\Sigma X^2{}_m = \Sigma X_m$$

لا يوجد تعبير من الناحية الجبرية ولكن الحساب المطلوب لحل المعادلات يصبح صعباً بصورة متزايدة كلما أضفنا متغيرات جديدة. لذلك نقترح استعمال إحدى الطرق النظامية المذكورة في الفصل السابق أو إذا أمكن استعمال حاسوب ألكتروني.

لقد رأينا أنه في حالة متغيرين فقط كان هناك معامل ارتباط واحد فقط ولكن في حالة ثلاثة متغيرات فإن هناك 7 معاملات أحدهما متعدد وثلاثة بسيطة وثلاثة جزئية. في حالة أربعة متغيرات يزداد المجموع إلى 25 ولخمسة متغيرات إلى ؟؟ أحد الأسباب للزيادات الكبيرة هي ؟؟؟وجود إضافة لمعاملات جزئية ذات درجات عالية؟؟! order partial coefficients. درجة معامل الارتباط الجزئي هو عدد المتغيرات التي تكون ثابتة. في حالة ثلاثة متغيرات يكون لدينا فقط معاملات جزئية من الدرجة الأولى مثل $r_{yx1.x2}$. في حالة أربعة متغيرات يوجد لدينا معاملات بسيطة ومعاملات جزئية من الدرجة الأولى ومعاملات جزئية من الدرجة الثانية مثل $r_{yx1.x2x3}$ الذي يقرأ ارتباط Y و X_1 لقيم ثابتة من X_2 و X_3.

هناك معادلة عامة تمكننا من حساب معامل ارتباط جزئي لأية درجة إذا عرفنا ثلاثة معاملات جزئية من درجة واحدة أقل:

$$r^2{}_{yx_1.x_2x_3\ldots x_m} = \frac{(r_{yx_1.x_3\ldots x_m} - r_{yx_2.x_3\ldots x_m}\; r_{x_1.x_2.x_3\ldots x_m})^2}{(1-r^2{}_{yx_2.x_3\ldots x_m})(1-r^2{}_{x_1x_2.x_3\ldots x_m})}$$

المعادلات التي أعطيت لإيجاد المعاملات الجزئية من الدرجة الأولى المتضمنة ثلاثة متغيرات باستعمال الارتباطات الثلاثة البسيطة كانت ببساطة حالات خاصة من هذه المعادلة العامة.

معادلة عامة لإيجاد معامل الارتباط المتعدد المتضمن m من المتغيرات المستقلة هي:

$$1 - R^2{}_{y.x_1...x_m} = (1 - r^2{}_{yx_1})(1 - r^2{}_{yx_2.x_1})(1 - r^2{}_{yx_3.x_1x_2})(1 - r^2_{yx_m.x_1...x_{m-1}}$$

في حالة متغيرين مستقلين تختزل هذه المعادلة إلى الصيغة البسيطة نسبياً التي سبق إعطاءها لـ $R^2{}_{y.x1x2}$.

لقد رأينا أن الحساب يصبح صعباً بصورة متزايدة عندما يزداد عدد المتغيرات ولكن ربما تتمثل الصعوبة الكبرى عندما يكون هناك أكثر من ثلاثة متغيرات هي في تصور العلاقات. يمكن تصوير العلاقة بين متغيرين برسم ذو بعدين. العلاقات بين ثلاثة متغيرات يمكن عرضها في مخطط ذو ثلاثة أبعاد. لكن كيف نرسم صورة للعلاقات بين أربعة متغيرات أو أكثر؟ الجواب هو أننا لا نحاول ذلك أصلا. يجب أن نتعلم عدم الانزعاج لعدم قابليتنا على تصور العلاقات التي تتضمن أربعة متغيرات أو أكثر. بدلا من ذلك نحتاج للتفكير بدلالة المعادلات بدلا من الأشكال. على أية حالة لا يوجد لدينا مشكلة في فهم الفكرة بأن كمية الحاصل للمحصول لها علاقة بمستويات النتروجين والفوسفور والبوتاسيوم في التربة. كمية الماء المستعمل، منافسة الأدغال، كمية الأمراض، عدد الحشرات الضارة، درجة الحرارة، وطول النهار، بتوفر بيانات كافية نتمكن من كتابة معادلة سهلة الفهم تصف هذه العلاقات. هل يجب أن نقلق إذا لم نتمكن من رسم معبرة عن هذا التداخل المعقد للعوامل؟ معادلة واحدة يمكن أن تساوي ألف صورة. شيء آخر يجب أن يقال عن الارتباط والانحدار الذين يتضمن عددا كبيرا من المتغيرات. لقد بينا أنه في حالة ثلاثة متغيرات يمكن عمل تحليلين مختلفين اعتمادا على أي من المتغيرين المستقلين اعتبرنا أولا في حالة ؟؟ مستقلة يزداد عدد التحاليل الممكنة إلى ستة وهكذا إذا كان عدد المتغيرات m فهناك !m من الطرق الممكنة لترتيب المتغيرات. (يقرأ الرمز! M مفكوك m ويعني حاصل ضرب جميع الأرقام من واحد إلى m لذلك:

$$10! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 3628800$$

ما هو أفضل ترتيب لاعتبار المتغيرات؟ سؤال ذو علاقة هو: (من عدد كبير من المتغيرات المستقلة كيف يمكننا أن نجد أفضل طاقم ذو حجم معين؟) إيجاد طريقة بسيطة مباشرة للحصول على أفضل طاقم هي إحدى المسائل الكبرى غير المحلولة في علم الإحصاء.

أسطح الاستجابة Response Surfaces:

المتغيرات المستقلة في مسائل الانحدار المتعدد لا يشترط أن تكون متغيرات معينة. يمكن أن تكون قوى مختلفة لنفس المتغير مثل X و X^2 و X^3 أو حواصل ضرب متغيرين أو أكثر مثل X_1 و X_2 و $X^2_1\,X2$ وهكذا. لذلك فإن توفيق منحنى المتعدد الحدود هو حالة خاصة من الانحدار المتعدد. بينا في الفصل الرابع عشر أن النسبة من التغاير في Y المعللة بمجموع المربعات الخطي زائدا التربيعي رمز لها بـ R^2 أو معامل التحديد المتعدد.

لو كان لدينا متغيرين ولكل منهما علاقة منحنية معنوية مع Y فيمكننا أن نجد معادلةٍ تصف هذه العلاقة بكاملها. ليس فقط بإمكاننا إيجاد مثل هذه المعادلة ولكن يمكننا أيضا بيانها بالرسم باستعمال عدة أنواع من التمثيل بالأبعاد الثلاثة مثل هذا الرسم يعرف بسطح الاستجابة Response Surface.

تجربة البنجر السكري الخاصة بالنتروجين وموعد الحصاد والموصوفة في الفصل العاشر هي مثال جيد. بينا في ذلك الفصل أن المكونات المعنوية كانت: نتروجين خطي، نتروجين تربيعي، مواعيد الحصاد الخطي، مواعيد الحصاد تربيعي، نتروجين خطي X مواعيد الحصاد الخطي، نتروجين تربيعي X مواعيد الحصاد خطي. لشمول جميع تأثيرات هذه المكونات على الحاصل في معادلة واحدة نحتاج إلى معادلة من الصيغة الآتية:

$$\hat{Y} = a + bH + cN + dH^2 + eN^2 + fNH + gN^2H$$

لإيجاد هذه المعادلة نحتاج لحل سبع معادلات آنية بسبعة مجاهيل.

المعادلات الطبيعية هي:

$$an + b\Sigma H + c\Sigma N + d\Sigma H^2 + e\Sigma N^2 + f\Sigma NH + g\Sigma N^2H = \Sigma Y$$

$$a\Sigma H + b\Sigma H^2 + c\Sigma NH + d\Sigma H^3\ e\Sigma N^2H + f\Sigma NH^2 + g\Sigma N^2H^2 = \Sigma HY$$

$$a\Sigma N + b\Sigma NH + c\Sigma N^2 + d\Sigma NH^2 + e\Sigma N^3 + f\Sigma N^2H + g\Sigma N^3H = \Sigma NY$$

$$a\Sigma H^2 + b\Sigma H^3 + c\Sigma NH^2 + d\Sigma H^4 + e\Sigma N^2H^2 + f\Sigma NH^3 + g\Sigma N^2H^3 = \Sigma H^2Y$$

$$a\Sigma N^2 + b\Sigma N^2H + c\Sigma N^3 + d\Sigma N^2H^2 + e\Sigma N^4 + f\Sigma N^3H + g\Sigma N^4H = \Sigma N^2Y$$

$$a\Sigma HN + b\Sigma NH^2 + c\Sigma N^2H + d\Sigma NH^3 + e\Sigma N^3H + f\Sigma N^2H^2 + g\Sigma N^3H^2 = \Sigma NHY$$

$$a\Sigma N^2H + b\Sigma N^2H^2 + c\Sigma N^3H + d\Sigma N^2H^3 + e\Sigma N^4H + f\Sigma N^3H^2 + g\Sigma N^4H^2 = \Sigma N^2HY$$

حل هذه المعادلات الآنيةٍ السبع يبدو لأول وهلة مهمةٍ صعبة، لكن إذا قمنا بترميزٍ قيم N و H بصورة ملائمة فإن كثيرا من المجاميع تصبح صفرا وبذلك تتبسط المعادلات كثيرا. بالنظر إلى أن H تتألف من خمسة مواعيد متساوية فيمكن ترميزها باستعمال معاملات C_1 تحت n = 5 في جدول A11.. هذه المعاملات هي 2- ، 1- ، 0، 1، 2. لترميز مستويات النتروجين نلاحظ أن القسمة على 80 تعطي المتوالية: 0، 1، 2، 4، والمعاملات الخطية لهذه المتوالية في جدول 11.A a هي 7- ، 31، 1- ، 9.

باستعمال هذه القيم المرمزة تصبح الجذور الآتية في المعادلات الطبيعية مساوية إلى صفر:

$$\Sigma H, \Sigma N, \Sigma NH, \Sigma N^2H, \Sigma H^2, \Sigma NH^2, \Sigma N^3H, \Sigma NH^3, \Sigma N^2H^3, \Sigma N^4H$$

تبقى المجاميع الآتية هي المطلوبة للمعادلات الطبيعية:

$$\Sigma H^2 = 40 \qquad\qquad n = 20$$

$\Sigma N^2 = 700$	$\Sigma Y = 1600$
$\Sigma N^2H^2 = 1400$	$\Sigma HY = 751$
$\Sigma N^3 = 1800$	$\Sigma NY = 1430.4$
$\Sigma H^4 = 136$	$\Sigma H^2Y = 3006.6$
$\Sigma N^4 = 25220$	$\Sigma N^2Y = 54867.2$
$\Sigma N^3H^2 = 3600$	$\Sigma NHY = 744.2$
$\Sigma N^4H^2 = 90440$	$\Sigma NHY = 2595.8$

تصبح المعادلات الطبيعية الآن:

20a			+ 40d	+ 700e			=1600.0	(1)
	40b					1400g	=751.0	(2)
		700c		+1800e			=1430.4	(3)
40a			+136d	+1400e			=3006.6	(4)
700a		+1800c	1400d	+45220e			=54867.2	(5)
					1400f	+3600g	=744.2	(6)
	1400b				+3600f	+90440g	=25167.8	(7)

بضرب المعادلة (2) بالقيمة 35 ويطرح 7 من المعادلة نحصل:

3600f	+41440g	=-317.2	(8)

بضرب العادلة (8) بـ (7) وطرح المعادلة (6) بعد ضربها بـ 18 نحصل:

$$225280\ g = 15.616$$

$$g = 0.069318$$

بالتعويض عن g في معادلة (6) نحصل:

$$f = 0.709818$$

بالتعويض عن g في معادلة (2) نحصل:

$$b - 21.201136$$

بضرب المعادلة (1) بـ 2 والطرح من المعادلة (4) نحصل:

$$56d = -193.4$$

$$d = -3.453571$$

بضرب المعادلة (1) بـ 35 وطرحها من المعادلة (5) نحصل:

$$1800\,c + 20720e = -\,1132.8 \qquad (9)$$

بضرب المعادلة (9) بـ 7 وطرح المعادلة (3) بعد ضربها بـ 18 يعطي:

$$112640 = -33676.8$$

$$e = -0.298977$$

بالتعويض عن d و e في المعادلة (1) نحصل:

$$20a = 1947.4269$$

$$a = 97.371345$$

بالتعويض عن e في المعادلة (3) نحصل:

$$700c = 1968.759$$

$$c = 2.812227$$

لدينا الآن جميع الحدود للمعادلة على أساس القيم المرمزة لـ N و H:

$$\hat{Y} = 97.871345 + 21.201136\ H' + 2.812227\ N'$$
$$-3.453571\ H'^2 - 0.298977\ N'^2 + 0.709818\ N'H'$$
$$-0.069318\ N'^2H'^2$$

كانت المستويات الأصلية لمواعيد الحصاد هي 0، 3، 6، 9، 12 أسبوعاً وكانت معدلات النتروجين 0، 80، 160، 320 باوندا. لتحويل المعادلة أعلاه إلى هذه الوحدات يجب أن نعوض بـ 2- (H/3) عن H' و بـ 75 – n عن N'. (انظر خلاصة الفصل الخامس عشر لمعادلة تحويل H' و N' إلى القيم الأصلية من H و N) . المعادلة الناتجة هي:

$$\hat{Y} = 23.55 + 8.8834\ H + 18.1868\ N - 0.38373\ H^2$$
$$-4.00853\ N^2 - 2.80045\ NH + 0.577652\ N^2H$$

التعويض عن قيم N و H في هذه المعادلة يعطي القيم المحسوبة المبينة في جدول 4.16.

مجموع المربعات للانحرافات للقيم الملاحظة عن المتوقعة يجب أن يقيم على 4 لجعله على أساس اللوح الواحد بالنظر لوجود أربعة مكررات. يعطي هذا 49.372 وهو بالضبط مجموع المربعات الكلي المتبقي في تحليل التباين في الفصل العاشر.

جدول **4.16**. حاصل البنجر السكري

الملاحظ والمتوقع لكل معاملة على أساس المجاميع لأربع مكررات

N / 100	H	Y	Y	(Y – Ŷ)	$(Y - \hat{Y})^2$
0.0	0	22.0	23.55	-1.55	2.4025
0.0	3	47.4	46.75	0.65	0.4225
0.0	6	61.1	63.04	-1.94	3.7636
0.0	9	69.8	72.42	-2.62	6.8641
0.0	12	76.1	74.89	1.21	1.4611
0.8	0	39.4	35.53	3.87	14.9769
0.8	3	67.9	64.34	3.56	12.6736
0.8	6	85.6	86.24	-0.64	0.4096
0.8	9	105.0	101.04	3.76	14.1376
0.8	12	110.1	109.33	0.77	0.5929
1.6	0	40.7	42.39	-1.69	2.8561
1.6	3	74.4	74.59	-0.19	0.0361
1.6	6	91.9	99.88	-0.98	63.6804
1.6	9	120.1	118.27	-7.98	3.3489
1.6	12	129.3	129.75	-0.45	0.2025
3.2	0	37.9	40.70	2.80	7.8009
3.2	3	77.5	73.04	4.46	19.8816
3.2	6	96.6	98.46	-1.86	3.4596
3.2	9	122.1	116.98	5.12	26.2144
3.2	12	125.1	128.60	-3.50	12.500
المجموع		600.01	1599.99	0.01	197.4873

مجموع المربعات المتبقي مقسوماً على مجموع المربعات الكلي للمعاملات هو $(1 - R^2)$ لذلك:

$$(1-R^2) = \frac{49.372}{4969.24} = 0.0099$$

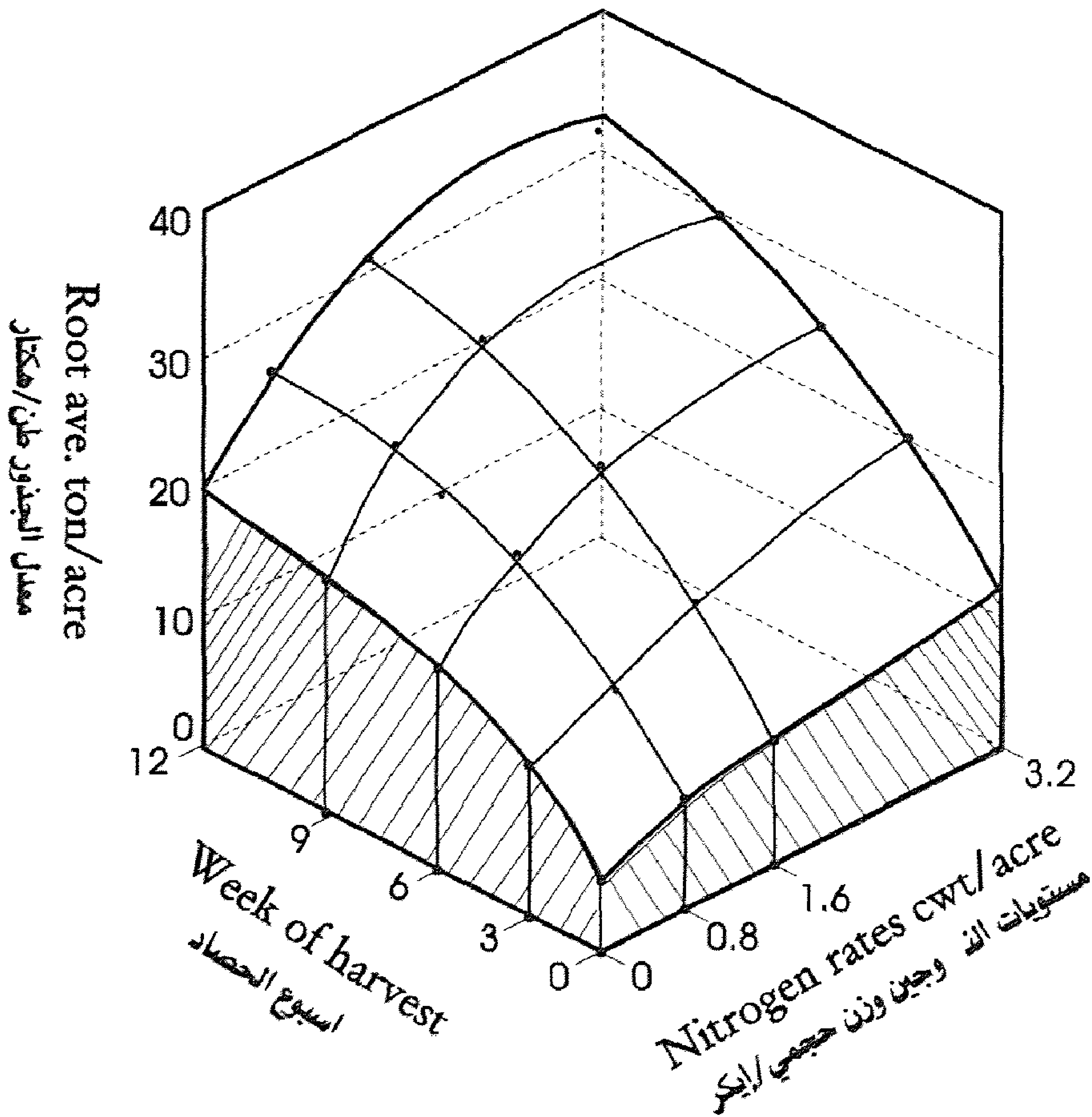
$$R^2 = 1 - 0.0099 = 0.9901$$

أي أن 99٪ من التغاير في Y قد تم تعليله بالمعادلة التي حسبناها.

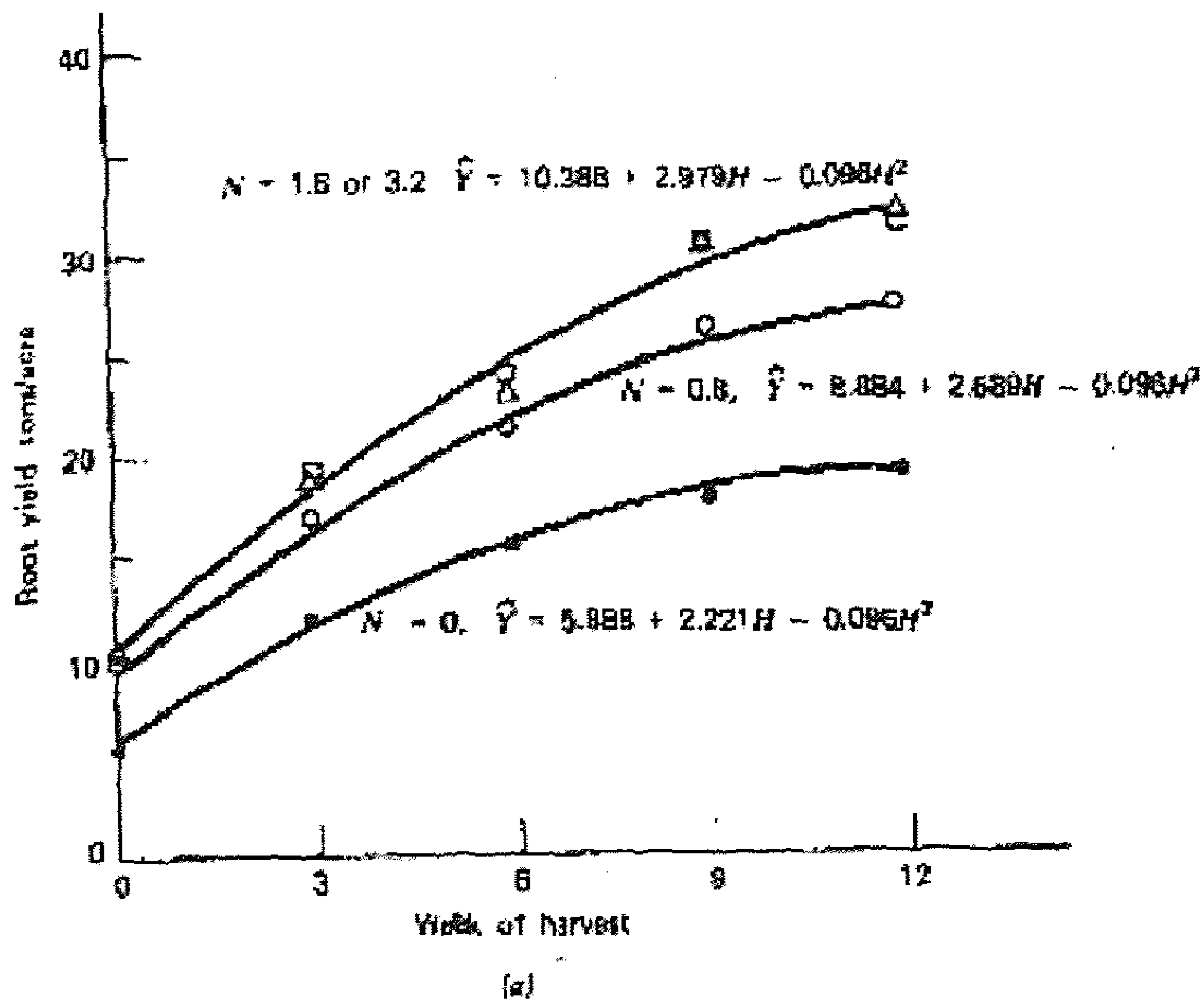
بقسمة كل حد لمعادلة الانحدار على 4 (وهو عدد المكررات لكل معاملة) نحصل على $\hat{Y}$ بالأطنان من الجذور لكل ايكر وهي الوحدات المناسبة. بهذه الصيغة تكون المعادلة:

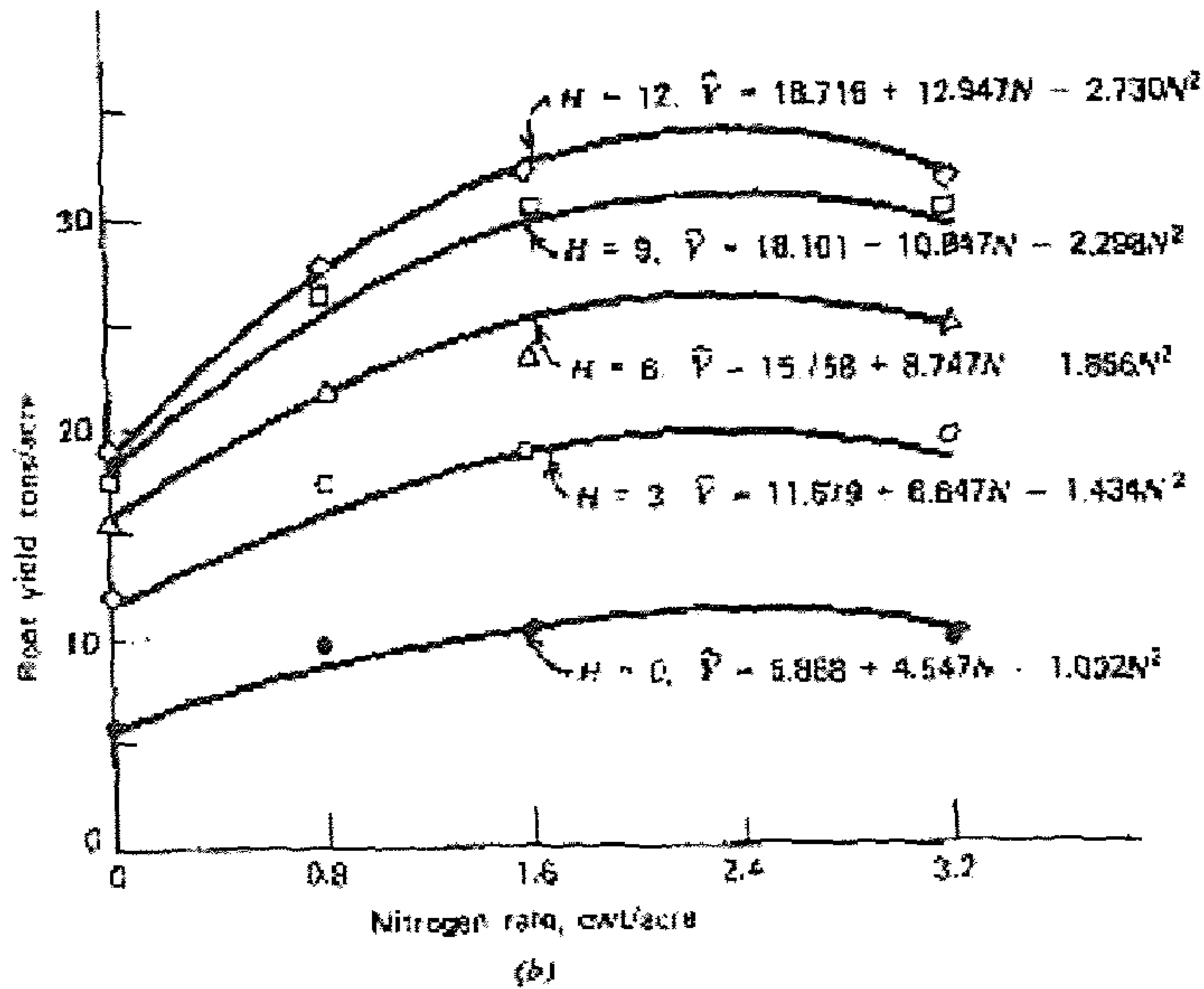
$$\hat{Y} = 5.888 + 2.221\ H + 4.547\ N - 0.096\ H^2 - 1.002\ N^2 + 0.700\ NH - 0.144\ N^2H$$

حيث أن N هي بمئات الباوندات من النتروجين لكل ايكر و H هي الأسابيع من أول موعد للحصاد (أي أن H في الموعد الأول تساوي صفرا). يمكن عرض النتائج بعدة طرق اعتمادا على أهداف الباحث والنقاط التي يجب تأكيدها.



شكل **2.16**. منحنى الاستجابة بالأبعاد الثلاثة الموفق إلى الاستجابة الملاحظة (النقاط الصماء) للبنجر السكري لمعدلات سماد النتروجين وأسبوع الحصاد





شكل **3.16**. مقاطع خلال سطح الاستجابة لشكل **2.16** تأثير موعد الحصاد

لكل مستوى من النتروجين (a , حيث المعادلتين لـ $N_{1.6}$, $N_{3.2}$ ثم أخذ المتوسط لهما)

وتأثير معدل النتروجين لكل موعد حصاد (b)

يبين الشكل 2.16 سطح الاستجابة بالأبعاد الثلاثة. الشكل 3.16 يبين مقاطعاً خلال سطح الاستجابة. يعطي الشكل 3.16 a المعادلات ومنحنيات الاستجابة لتأثير موعد الحصاد لكل مستوى من النتروجين بينما يعطي الشكل 3.16 b المعادلات ومنحنيات الاستجابة لتأثير

مستوياتٍ النتروجين لكل موعد حصاد. المعادلات ذات البعدين في شكل 3.16 a تم الحصول عليها أولا بجعل N مساوية إلى صفر في معادلة الانحدار المتعدد وجمع الحدود المتشابهة:

$$\hat{Y} = 5.888 + 2.221\ H - 0.096\ H^2$$

المعادلات الأخرى لشكل 3.16 a تم الحصول عليها بصورة مشابهة وبالتناوب بجعل N مساوية إلى 0.8، 1.6 ، 3.2. المعادلتان لـ 1.6 و 3.2 قد تم أخذ المتوسط لهما لأنهما متماثلتان تقريبا. المعادلات لشكل 3.16 b تم حسابها بدورها بجعل H مساوية إلى 0، 3، 6، 12.

يوضح الشكل 3.16 طبيعة التداخل للحدود N خطي HX خطي وكذلك N تربيعي HX خطي. الحد NH لمعادلة الانحدار المتعدد يؤدي إلى N خطي مختلف لكل موعد للحصاد وإلى H خطي مختلف لكل مستوى نتروجين. الحد N^2H يؤدي إلى تأثير N تربيعي مختلف لكل موعد حصاد (شكل 3.16 b). بالمقابل لاحظ أنه لا يوجد حد لـ NH^2 ولذلك فإن نفس تأثير H التربيعي موجود في كل مستوى للنتروجين (شكل 3.16 a).

الخلاصة Summary

عندما نأخذ بنظر الاعتبار أكثر من متغيرين فهناك ثلاثة طرز من معاملات الارتباط.

الارتباط البسيط أو الكلي Simple or Total Correlation وهو الارتباط الخطي بين أي زوج من المتغيرات بغض النظر عن قيم المتغيرات الأخرى.

الارتباط الجزئي Partial Correlation وهو العلاقة بين متغيرين عندما يكون واحد أو أكثر من المتغيرات الباقية ثابتا.

الارتباط المتعدد Multiple Correlation هو العلاقة المشتركة بين المتغير التابع وبين جميع المتغيرات المستقلة.

معادلة معامل الارتباط البسيط عند تربيعها هي:

$$r^2_{yxi} = \frac{(\Sigma xiy)^2}{\Sigma x^2 i\, \Sigma Y^2}$$

المعادلة العامة لمعامل الارتباط الجزئي من الدرجة الأولى عند تربيعها هي:

$$r^2_{yxi.xj} = \frac{(r_{yxi} - r_{yxj}\ r_{xixj})^2}{(1 - r^2_{yxj})(1 - r^2_{xixj})}$$

الدرجة لمعامل الارتباط الجزئي هي عدد المتغيرات التي تعتبر ثابتة والمبين رمزياً بعدد الرموز السفلية التي تلي النقطة. في حالة ثلاثة متغيرات يمكن أن يكون لدينا معاملات جزئية من الدرجة الأولى فقط.

معامل الارتباط المتعدد بين ثلاثة متغيرات يتم حسابه من:

$$R^2_{y.x_1.x_2} = \frac{r^2_{yx_1} + r^2_{yx_2} - 2\, r_{yx_1}\, r_{yx_2}\, r_{x_1x_2}}{1 - r^2 x_1 x_2}$$

المعامل المتعدد يكون دائماً موجباً ولا يقل في قيمته عن أكبر المعاملات البسيطة أو المتعددة.

معادلة الانحدار تصف العلاقة بين المتغير التابع وجميع المتغيرات المستقلة. هذه المعادلة هي بالصيغة:

$$\hat{Y} = a + b_1X + b_2X + \ldots$$

تعرف الرموز b_1 , b_2 وهكذا بمعاملات الانحدار الجزئي. لإيجاد معادلة الانحدار التي توفق بأفضل شكل البيانات الملاحظة نقوم بحل المعادلات الطبيعية الآتية للحصول على معاملات الانحدار الجزئي:

$$b_1\Sigma X_1^2 + b_2\Sigma X_1X_2 + \ldots b_m\ \Sigma X_1X_m = \Sigma yX_1$$

$$b_1\Sigma X_2X_1 + b_2\Sigma y_2^2 + \ldots b_m\ \Sigma X_1X_m = \Sigma yX_2$$

....

$$b_1\Sigma X_mX_1 + b_2\Sigma X_mX_2 + \ldots b_m\ \Sigma X_2X_m = \Sigma X_2\, y$$

حيث m هي عدد المتيغرات المستقلة، للحل نحتاج m من المعادلات ذات m من الحدود في الجهة اليسرى من كل معادلة.

المعادلة لإيجاد a في معادلة الانحدار هي:

$$a = \overline{Y} - b_1\overline{X}_1 - b_2\overline{X}_2 - \ldots - b_m\overline{X}_m$$

(يدل الرمز $\overline{Y}$ على متوسط Y ويساوي $\Sigma Y / n$ حيث n هي عدد الملاحظات. كذلك $\overline{X}_i = \Sigma X_i / n$ وهي متوسط لـ X_i).

الرمز $\hat{Y}$ هو القيمة المقدرة لـ Y من معادلة الانحدار. يمثل الفرق $Y - \hat{Y}$ الانحرافاً لقيمة ملاحظة عن تقديرها كما أن $\Sigma(Y - \hat{Y}) = 0$. إذا لم يساوي هذا المجموع صفراً (عدا عن أخطاء صغيرة بسبب التقريب) فإن خطأ قد حصل في الحسابات .

$$\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{\text{مجموع المربعات الكلي لـ } Y} = 1 - R^2$$

عندما نأخذ بنظر الاعتبار متغيرات أكثر تنشأ ثلاث صعوبات:

يزداد الحساب بمعدل أسي.

تصور العلاقات يصبح صعباً.

تحديد أفضل تسلسل لإضافة أو حذف المتغيرات تكون مسألة صعبة، ولا يوجد طريقة عملية لإيجاد أفضل طاقم من حجم معين بالنسبة إلى عدد كبير من المتغيرات.

الأسس وحواصل ضرب المتغيرات يمكن اعتبارها متغيرات إضافية. عندما تستعمل الأسس وحواصل الضرب لمتغيرين مستقلين في حساب معادلة الانحدار المتعدد فإنه يمكن رسم النتائج بشكل سطح استجابة ذو ثلاثة أبعاد.

الفصل السابع عشر

17

تحليل العدات

Analysis of Counts

- مربع كاي.
- تصحيح — ييتس للاستمرارية.
- دليل استعمال مربع كاي.
- تفسير النتائج.
- اختبار الاستقلالية.
- عدم التجانس.
- الخلاصة.

الفصل السابع عشر

تحليل العدات

Analysis of Counts

معظم المناقشة في هذا الكتاب تعاملت مع تحليل القياسات مثل الوزن، الحاصل، أو الطول، لكننا ليس دائما نقيس صفةٍ معينة للفرد. في بعض الأحيان يمكن ببساطة أن نصنف الأفراد إلى مجموعتين أو أكثر مثلا ميت أو حي، صحي أو مريض، ذكر أو أنثى، أحمر أو وردي أو أبيض، طالب في المرحلة الأولى أو الثانية أو الثالثة أو الرابعة، حتى في حالة الصفات التي يمكن قياسها يكون من المناسبِ أحيانا تصنيف الأفراد إلى مجموعات واسعة. فمثلا قد نرغب في إجراء دراسة تشمل قياسا لدخول الأفراد. كثير من الأفراد في العينة قد يستاؤون من السؤال عن مقدار دخلهم بالضبط، ولكن قد لا يترددون في الإجابة إذا كان السؤال عن وضعهم في واحدة من ثلاث أو أربع فئات للدخل وهذا التصنيف قد يكفي لأغراض الدراسة.

البيانات التي تعتمد على عدد الأفراد العائدين إلى كل من بضعة فئات تتطلب بصورة عامة نوعا مختلفا من التحليل الإحصائي عن ذلك المستعمل عادة للقياسات. خذ على سبيل المثال دراسة حول صفات البيض الذي يضعه قطيع من الدجاجات. يمكن أن نزن كل بيضة في عينة ونحدد متوسط الوزن لكل بيضة بأنه مثلا 21 غم. يمكننا أن نصنف كل بيضة أيضا بأنها مكسورة أو سليمة، ونجد أن 5٪ من البيض كان مكسورا. سوف لا يكون من المعقول القول بأن البيضة المتوسطة كانت 5٪ مكسورة. هذا المتوسط ينطبق على نسبة الوحدات في العينة التي تحمل هذه الصفة.

بينا في الفصل عن التحويلات كيف أن البيانات المعتمدة على الأعداد يمكن أحياناً تحويلها وتحليلها بصورة صحيحة وكأنها بيانات مقاسة. في هذا الفصل سوف نصف طريقة تعرف بمربع كاي — Chi square (والذي يرمز له بالرمز χ^2) لتحليل بيانات الأعداد.

قبل مناقشة هذه الطريقة يجب أن نأخذ بنظر الاعتبار ماذا نريد أن نعرف بتصنيف وعد الأفراد . الأهداف لجمع هذه البيانات بصورة عامة تقع ضمن هدف أو أكثر من الأهداف الثلاثة الآتية:

1- لاختبار فرضية أو أكثر غير مقترحة من قبل البيانات.

2- لتحديد ما إذا كانت صفات مختلفة ذات علاقة ببعضها.

3- لاختبار فيما إذا كانت العينات مأخوذة من مجتمعات مختلفة.

مربع كاي CHI – SQUARE

المعادلة العامة لمربع كاي المستعملة في حل جميع هذه المسائل هي:

$$\chi^2 = \frac{(Ob - EX)^2}{\Sigma X}$$

حيث Ob هي القيمة الملاحظة لكل من فئتين أو أكثر و EX هي القيمة المتوقعة المناظرة.

لإعطاء قيم لهذه المعادلة يجب أن نحدد أولاً القيمة المتوقعة لكل فئة من الأفراد حسب فرضيتنا بعد ذلك تطرح القيمة المتوقعة من القيمة الملاحظة ويربع الناتج ويقسم على القيمة المتوقعة. خوارج القسمة هذه تجمع لكل الفئات. ثم تتم مقارنة المجموع مع قيم في جدول χ^2 عند درجات الحرية المناسبة. يدلنا هذا على الاحتمال التقريبي للحصول على انحرافات عن التوقعات. تساوي أو أكثر من تلك الملاحظة. بالصدفة فقط.

الحساب بسيط نسبياً. ولحالات خاصة معينة يوجد طرق حسابية مختصرة. لكن هناك عدة أشياء يجب أن نأخذها بنظر الاعتبار حتى يمكن استعمال اختبارات مربع كاي بصورة صحيحة.

1- يجب أن نكون حذرين في اختيار الفرضية التي يتم اختبارها. يجب أن تكون هذه الفرضية معقولة ومعتمدة على حقائق أو أسس معروفة سابقا.

2- يجب معرفة حقيقة أن توزيع مربع كاي هو توزيع مستمر وهو في الحقيقة ذو علاقةٍ بالتوزيعِ الطبيعي. من الناحية الأخرى يكون توزيع العينات المعتمدة على الأعداد توزيعا منفصلا أو غير مستمر. إذا كان الأفراد مصنفين في إحدى فئتين فإننا نتعامل مع ما يعرف بالتوزيع ذو الحدين. التوزيعان الطبيعي وذو الحدين هما متشابهان ولكنهما ليسا مِتماثلين. هذا هو السبب لما ذكر أعلاه بأن استعمال جدول مربع كاي يعطي احتمالا تقريبا. نحتاج لمعرفة الحالات التي تؤدي إلى تقريب ضعيف حتى يمكننا إما تجنب هذه الحالات التي تؤدي إلى تقريب ضعيف حتى يمكننا إما تجنب هذه الحالات أو ربما عمل تعديلات للحصول على تقريب أفضل إلى الاحتمال الصحيح.

3- بوجود فرضية نحتاج معرفة كيفية حساب القيم المتوقعة لكل فئة بصورة صحيحة.

4- عدد درجات الحرية لدخول جدول مربع كاي لا يكون واضحاً دائماً. يجب أن نتعلم قواعد معينة لتحديد ذلك.

5- تفسير النتائج لاختبار مربع كاي يتطلب دائماً الحذر والحكم الصائب. حتى ولو كانت ملاحظاتنا لا تختلف معنِويا عن فرضيتنا فقد لا نكونٍ محقين في قبول الفرضية إذا كانت البيانات توفق أيضا فرضيات أخرى مقبولة منطقيا.

دعنا نوضح هذه النقاط المختلفة بمثال. افترض أننا نتعامل مع نبات ما ذو أفراد حمراء أو بيضاء الأزهار. ثم تضريب نباتات من خطوط نقية للصفتين وكان الجيل الأول كله أحمر الأزهار. زرع الجيل الثاني المتكون من ثمانية نباتات ووجد أن أربعة منها ذات أزهار حمراء وأربعة ذات أزهار بيضاء. على ضوء ما تعلمناه سابقا فإننا نشعر بثقة أن لون الأزهار الأحمر متغلب على الأبيض ونتوقع أيضا أنه محدد بجين واحد. معرفتنا بالوراثة تقودنا لتبني الفرضية بأن الجيل الثاني سوف ينعزل إلى نسبة 3: 1 من النباتات ذات الأزهار الحمراء إلى النباتات ذات الأزهار البيضاء.

على أساس هذه الفرضية فإننا نتوقع بالنسبة إلى ثمانية نباتات أن نحصل على ستة نباتات ذات أزهار حمراء أو اثنان ذو أزهار بيضاء، أي أن الأعداد الملاحظة انحرفت باثنين عن المتوقع. نسأل السؤال (ما هو الاحتمال في حصولنا على انحراف عن المتوقع مساويا أو أكبر مما لاحظنا، بمجرد الصدفة؟). إذا كان هذا الاحتمال صغيرا جدا فسوف نرفض الفرضية.

لمعرفتنا بأن مربع كاي يعطينا فقط تقريباً للاحتمال المطلوب فسوف نحسب الاحتمال المضبوط اعتمادا على توزيع ذو الحدين. لعمل ذلك سنقوم بحساب الاحتمال لكل نتيجة متوقعة وتجميع جميع الحالات التي تساوي أو تتجاوز الانحراف الملاحظة عن المتوقع.

أولاً يجب أن نعرف بعض الرموز. نجعل النسبة الفرضية بشكل $(r_1 : r_2)$. الاحتمال في أن يتبع الفرد إلى الفئة الأولى يدعى P هو ويساوي $r_1 / (r_1 + r_2)$ الاحتمال في أن يتبع الفرد إلى الفئة الثانية هو q ويساوي$r_2 / (r_1 + r_2)$, أو $(1 - \rho)$ الأعداد الملاحظة في كل فئة هي n_1 و n_2 ويكون العدد الكلي في العينة $n_1 + n_2 = n$. الرمز $n!$ يعرف بمفكوك n ويحسب بأخذ حاصل الضرب لجميع الأعداد من 1 إلى n يعرف مفكوك الصفر بأنه 1.

في التوزيع ثنائي الحدين يكون الاحتمال للحصول على عينة ذات n_1 من الأفراد في الفئة الأولى و n_2 من الأفراد في الفئة الثانية هو:

$$\frac{\wp^{n1} q^{n2}!}{n_1 !\ n_2 !}$$

في المثال الذي عندنا:

$$r_1 = 3\ ,\ r_2 = 1,\ \wp = r_2 / (r_1 + r_2) = 1/4,\ q = r_1 / (r_1 + r_2) = 3/4,$$

يكون الاحتمال للحصول على عينة يكون فيها $n_1 = 4$ ، $n_2 = 4$ هو:

$$\frac{\wp^{n1} q^{n2}!}{n_1 !\ n_2 !}$$

$$= (\frac{3}{4})^4 . (\frac{1}{4})^4 . \frac{1.2.3.4.5.6.7.8}{1.2.3.4.1.2.3.4.}$$

$$= \frac{81}{256} \times \frac{1}{256} \times 70 = 0.0865$$

كذلك نتمكن من حساب الاحتمال لكل نتيجة أخرى وعمل الأعمدة الثلاثة الأولى لجدول 1.17.

جدول 1.17

النتيجة	الاحتمال	انحراف n_1 عن الموقع $(n_1 - 6)$	مدى الفئة	الاحتمال حسب المنحنى الطبيعي
8 : 0	.10010	2	>1.5	0.1104
7 : 1	.26700	1	1.5 إلى 0.5	0.2312
6 : 2	0.3115	0	0.5 إلى 0.5-	0.3168
5 : 3	0.2076	-1	1.5- إلى 0.5-	0.2312
4 : 4	0.0865	-2	2.5- إلى 1.5-	0.0897
3 : 5	0.0231	-3	3.5- إلى 2.5-	0.0186
2 : 6	0.0038	-4	4.5- إلى 3.5-	0.0020
1 : 7	0.0004	-5	5.5- إلى 4.5-	0.0001
0 : 8	0.0000	-6	< - 5.5	0.0000
المجموع	1.0000			

الاحتمال الأخير هو ليس بالفعلٍ صفراً وإنما أقل من 0.00005. لاحظ أن مجموع جميع الاحتمالات هو 1 وهذا يعطينا تحقيقا للحسابات. القيمة المتوقعة لـ n_1 هي $n\ p = 8 \times 3/4 = 6$ لذلك نعمل عمودا ثالثا في الجدول يبين الفروق بين القيم الملاحظة لـ n_1 وهذه القيمة المتوقعة.

نستطيع الآن الإجابة عن سؤالنا الأصلي. احتمال الحصول على انحراف مقداره اثنين أو أكثر عن المتوقع هو مجموع الاحتمالات للحالة الأولى والحالات الخمس الأخيرة من الحالات التسع في الجدول. هذا المجموع هو:

$$0.1001 + 0.0865 + 0.0231 + 0.0038 + 0.0004 + 0.0000 = 0.2139$$

دعنا نرى كيف تقارن هذه النتيجة مع اختبار مربع كاي. المعادلة هي:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(Ob - EX)^2}{EX} = \frac{(4-6)^2}{6} + \frac{(4-2)^2}{2}$$

$$= \frac{4}{6} + \frac{4}{2} = 0.67 + 2 = 2.67$$

بالبحث عن هذه القيمة في جدولٍ مربع كاي A6. تحت درجة واحدة من الحرية نجد أن قيمة مربع كاي الملاحظة قريبة جدا من القيمة 2.706 الموجودة على مستوى 10٪ مما يدل

علـى أن الاحتمـال هـم 0.10 للحصول علـى انحـراف مساوي أو أكبر ممـا لاحظنـا نتيجـة الصدفة. (القيمة الأدق من جداول أوسع هـي 0.1025). هـذه هـي أوطأ بكثير مـن الاحتمـال المضبوط 0.2139 الذي وجدناه.

تصحيح بيتس للاستمرارية Yates Correction for Continuity

يوجد تصحيح يعرف بتصحيح بيتس للاستمرارية الذي يقلل الفرق بين الطريقتين بدرجة كبيرة. افترض أننا استعملنا التوزيع الطبيعي للحصول على تقدير للاحتمال لكل نتيجة. لعمل هـذا يجب أن نجـد أولاً التبـاين والانحـراف القياسـي للتوزيـع. يمكـن إيجـاد ذلـك بتربيـع الانحراف عن المتوسط (القيمة المتوقعة) لكل نتيجة وبالضرب بالاحتمال المناظر يتم جمع حواصل الضرب لكل النتائج:

التباين = $(2)^2 \times 0.1001 + (1)^2 \times 0.2670 + \ldots (5)^2 \times 0.0004 = 1.4997$

بالنظر إلى أننا نتعامل مع التوزيع ذو الحدين فهناك معادلة أبسط للحصول على التبـاين هـي: $\delta^2 = n \rho \wp$. لذلك في هذا المثال:

$$\delta^2 = 8 \times 3/4 \times 1/4 = 1.5$$

$\delta = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{1.5} = 1.225$ الانحراف القياسي.

يمكـن الآن التعبير عـن مديات الفئـات علـى أسـاس قيم z بقسمة الحـدود لكل فئـة علـى الانحراف القياسي. المساحة تحت المنحنى الطبيعي لكل مدى يمكن إيجادهـا عندئذ بـالرجوع إلى جدول دوال الاحتمال الذي يوجد في معظم الكتب للجد اول الرياضية.

هـذه التقـديرات وضـعت في جـدول 1.17 لبيـان كيفيـة اخـتلاف التـوزيعين الطبيعـي وذو الحدين. بالنظر إلى أن التوزيع الطبيعي هو توزيع مستمر يجب علينا أن نجمع معاً الجـزء مـن المنحنى الطبيعي من $n_1 - E_x = -1.5$ إلى $n_1 - E_x = -2.5$ وتعيين المساحة لهذا الجـزء لإيجـاد الاحتمال لـ $n_1 - E_x = -2$. كذلك فإن الاحتمال لـ $n_1 - E_x = 2$ هـي المساحة تحت المنحى الطبيعي من $n_1 - E_x = 1.5$ إلى ما لا نهاية. لذلك فإن سؤالنا عـن الاحتمـال للحصول علـى انحـراف مقـداره اثـنين أو أكثـر عـن المتوقـع عنـد اسـتعمال المنحنـى الطبيعـي يجـب أن تعـاد صياغته للسؤال عـن (مـا هـو الاحتمـال بـأن الانحـراف عـن المتوقـع سـوف يزيـد عـن 1.5؟).

تصحيح بيتس يأخذ هذا بنظر الاعتبار وهـو ببساطة عبـاة عـن طـرح 0.5 مـن القيمـة المطلقـة (بغض النظر عن الإشارة) للفروق بين الملاحظ والمتوقع.

باستعمال هذا التصحيح نحسب مربع كاي المعدل كالآتي:

$$\chi^2 = \frac{(|Ob - \text{EX}| - 0.5)^2}{\text{EX}} = \frac{(2-0.5)^2}{6} + \frac{(2-0.5)^2}{2}$$
$$= \frac{(1.5)^2}{6} + \frac{(1.5)^2}{2} = 0.375 + 1.125 = 1.50$$

(ملاحظة: يعني الرمز $|X|$ القيمة المطلقة لـ X).

البحث عن هذه القيمة في جدول مربع كاي (جدول A6.) يبين أن الاحتمال هو بين 0.10 و 0.50 لكنه أعلى بكثير مما كان سابقا. جداول أوسع تعطي قيمة للاحتمال مقدارها 0.2207 وهي قريبة جدا من الاحتمال الدقيق المحسوب وهو 0.2208. الاحتمال المبني على التوزيع الطبيعي يمكن الحصول عليه أيضا بنفس الطريقة كما في التوزيع ذو الحدين وذلك بإضافة الاحتمالات للسطر الأول وللسطر الخمسة الأخيرة في جدول 1.17. يعطي هذا 0.2208 وهو كما يجب أن يكون مساويا (ضمن أخطاء التقريب) إلى النتيجة المستحصلة باختبار مربع كاي.

دليل استعمال مربع كاي Guides for Using CHI – SQUARE

لقد رأينا أنه حتى بعينة صغيرة حجمها ثمانية فإن الفرق بين التوزيع الطبيعي الذي يعتمد عليه مربع كاي وبين التوزيع ذو الحدين الدقيق ليس كبيرا جدا. القواعد الآتية سوف تساعد على تقرير ما إذا كان مربع كاي سوف يعطي تقريبا جيدا للجواب الصحيح:

1- كلما كان حجم العينة أكبر كان التوافق أفضل بين التوزيعين.

2- كلما كانت النسبة أكبر r_1 و r_2 في فرضيتنا كلما كان الفرق أكبر بين التوزيعين لحجم عينة معين. لذلك إذا كان الفرضية هي نسبة 1: 1 فإن التوافق يكون أفضل حتى للعينات الصغيرة بينما إذا كانت الفرضية هي نسبة 1: 15 فإن حجم العينة المطلوب يكون أكبر بكثير.

3- قاعدة جيدة وبسيطة هي تجنب استعمال مربع كاي إذا كانت أصغر مئة متوقعة تقل عن خمسة. إذا كان لدينا أكثر من فئتين فيمكن تجميع الفئات التي تكون القيم المتوقعة لها أقل من خمسة. زيادة حجم العينة أيضا يمكن أن تستعمل لزيادة حجم أقل قيمة متوقعة.

4- استعمل دائماً تصحيح بيتس لتعيين مربع كاي بدرجة واحدة فقط من التجربة، لا تستعمله أبدا للمسائل التي يكون فيها أكثر من درجة واحدة من الحرية.

يمكن تعريف درجات الحرية بصورة عامة بأنها عدد الفئات التي يمكن أن تعطي قيمة كيفية. لذلك إذا كان لدينا فئتين كما في المثال الذي كنا نستعمله فيمكن أن نعطي أية قيمة لـ n_1 بينما n_2 تصبح ثابتة لأنها يجب أن تشمل الأعداد المتبقية من العينة حيث $n_2 = n - n_1$. لذلك كان لمربع كاي درجة واحدة من الحرية. في اختبار أية فرضية حول البيانات فإن درجات الحرية تكون دائما واحدا أقل من عدد الفئات. الحالات الأخرى سوف تناقش فيما بعد.

تفسير النتائج Interpreting Results

التفسير هو آخر وأهم خطوة في تحليلنا للبيانات لقد رأينا أن الفرق بين الملاحظ والمتوقع يمكن أن ينتج بسهولة عن الصدفة فقط. لذلك لا يوجد لدينا دليل لرفض فرضيتنا. هل يعني هذا أنه لدينا دليل قوي لإسناد فرضيتنا؟ ليس بالضرورة. وهذه نقطة يساء فهمها غالباً. انظر إليها بالطريقة الآتية. هناك عدة فرضيات أخرى يمكن أن نضعها والتي لا تنحرف عنها هذه العينة معنوياً. إذا كان لدينا دليلاً قوياً بأن لون الأزهار الأحمر والأبيض يتحدد بزوج واحد من الجينات فإن نسبة 1 : 3 هي الفرضية المعقولة أكثر ويمكن اعتبار أن العينة تعطي دليل إسناد جيد. من جهة أخرى قد يكون الدليل الموجود لدينا لفرض زوج واحد من الجينات ضعيفاً جداً. عندئذ يجب أن نأخذ بنظر الاعتبار إمكانات مثل زوجين من الجينات تعطي نسبة 7 : 9 أو 3 : 1. العينة الملاحظة من 4 أحمر : 4 أبيض يمكن أن تعطي توفيقاً جيداً لأي من هاتين النسبتين.

اختبارات أخرى أو عينات أكبر بكثير من الجيل الثاني يجب أن تستعمل للتمييز بين الفرضيات المختلفة المقبولة.

يبين جدول 2.17 أحجام العينة المطلوبة للتمييز بين نسب شائعة مختلفة. مثلاً يبين الجدول أن عينة من 105 تكون ضرورية لضمان رفض إحدى النسبتين 1 : 3 أو 7: 9 على مستوى 5٪. القيمة للرفض في جدول مربع كاي هي 3.89. إذا لاحظنا نسبة 35 : 70 فإن قيمة مربع كاي في اختبار فرضية 1: 3 ستكون 3.46 أي أنها غير كافية للرفض على مستوى 5٪. الاختبار على أساس فرضية 7 : 9 يعطي قيمة مربع كاي 4.22 وهي كافية لرفض الفرضية على مستوى 5٪. من ناحية أخرى إذا كانت النسبة الملاحظة 69.36 فإنها تعطي قيمة مربع كاي 4.34 أو 3.45 للفرضيتين 1: 3 أو 7: 9 على التناظر. لذلك نرفض فرضية 1 3. تحقيق هذه القيم لمربع كاي متروك كتمرين. تأكد من استعمال التصحيح للاستمرارية.

جدول 2.17 حجم العينة لضمان أنه على الأقل واحدة من فرضيتين بديلتين سوف ترفض (الرقم الأعلى على مستوى 5٪ والأسفل على مستوى 1٪)

	15: 1	7: 1	13: 3	3: 1	11 : 5	5: 3	9: 7
1: 1	16	24	38	62	112	254	1008
	24	38	61	101	186	428	1718
9: 7	20	33	56	105	243	977	
	31	53	92	174	407	1664	
5: 3	27	49	94	223	915		
	42	79	155	374	1558		
11 : 5	39	80	195	823			
	61	130	326	1398			
3 : 1	60	159	699				
	97	264	1184				
13: 3	114	543					
	186	915					
7: 1	354						
	589						

اختبار الاستقلالية Testing for Independence

أحد الأشياء التي غالباً ما نريد تعلمها عن البيانات المعدودة هو هل أن متغيرين مرتبطان مثلا أحد المتغيرين المستعمل لتصنيف الأفراد يمكن أن يكون مستوى الثقافة والمتغير الآخر مستوى الدخل. يمكن أن نختبر وجود علاقة بين الثقافة والدخل.

يمكن أن نفرض عمداً مستويين من متغير كالتلقيح على مجموعتين فنعامل مجموعة ونترك الأخرى بدون معاملة. يمكن أن نصنف كل مجموعة بعدئذ إلى سليم ومريض بعد مدة معينةٍ من الزمن ونختبر وجود أي علاقة بين المعاملة وحدوث المرض. في البحوث الوراثية غالبا ما نرغب في معرفة ما إذا كانت صفتان تورثان بصورة مستقلة أو تعطيان دليلا على الارتباط الوراثي. كل هذه المسائل تناظر تحليل الارتباط بالنسبة إلى البيانات المقاسة.

عند التحليل لإيجاد علاقة بين متغيرين يكون من الملائم جداً وضع فرضية العدم بأنهما مستقلان. إذا كان الانحراف عن الاستقلالية أكبر بكثير مما نتوقع بالصدفة فإننا نرفض الفرضية بأن المتغيرين مستقلان ونقبل الفرضية البديلة بأنهما مرتبطان.

لإيجاد القيم المتوقعة لتطبيق معادلة مربع كاي نستعمل قاعدة في نظرية الاحتمال تنص على: إذا كان حدثان مستقلين فإن احتمال حدوثهما في نفس الوقت هو حاصل ضرب الاحتمالين لحدوث كل منهما بمفرده. دعنا نوضح هذه القاعدة بمثال ونبين كيفية إجراء اختبار مربع كاي.

تمت معاملة مِائة حيوان بمضاد حيوي واختبرت بعد مدة من الزمن بالنسبة لأعراض المرض. وجد أن 88 حيوانا كانت سليمة و 12 أبدت إعراض المرض. مجموعة أخرى من 200 حيوان لم تعطي المضاد الحيوي وعندما فحصت فيما بعد وجد أن 143 كانت سليمة و 57 سليمة. يمكن تلخيص هذه النتائج في جدول يعرف بجدول الاستقلالية (2×2) وهو جدول 3.17.

جدول **3.17**. حدوث المرض في الماشية المعاملة وغير المعاملة

المعاملة	الفئة المرضية		المجموع
	سليمة	مريضة	
معاملة	88	12	100
المتوقع للمعاملة	(77)	(23)	
غير معاملة	143	57	200
المتوقع لغير معاملة	(154)	(46)	
المجاميع	231	69	300

سوف نختبر الفرضية بعدم وجود علاقة بين المعاملة بالمضاد الحيوي وحدوث المرض. إذا كان هذا المتغيران مستقلين فإن النسبة المتوقعة من الحيوانات المعاملة السليمة سوف تكون النسبة للسليمة مضروبة في النسبة للمعاملة. هذه هي:

$$231 \ / \ 300 \times 100 \ / \ 300 = 77 \ / \ 300$$

وبالنظر إلى أن عدد الحيوانات الكلي هو 300 فإن $77 = 300 \times 300 \ / \ 77$ هو عدد الحيوانات التي يتوقع أن تكون معاملة وسليمة. يمكن اختصار الحسابات كثيرا بملاحظة أن المجموع الكلي يظهر كمقام لكلا الكسرين اللذان يضربان لإعطاء الاحتمال المشترك. النسبة الناتجة ضربت بعد ذلك بالمجموع الكلي للحصول على العدد المتوقع. يمكن أن نحذف أحد المجموعين الكليين في حساباتنا وإيجاد العدد المتوقع من $77 = 300 \ / \ (231 \times 100)$.

بالكلمات يمكن القول بأن: العدد المتوقع للحيوانات السليمة المعاملة هو العدد الكلي للسليمة مضروبا بالعدد الكلي للمعاملة ومقسوما على المجموع الكلي. بنفس الطريقة يمكن

حساب كل فئة أخرى متوقعة. في الحقيقة بالنسبة إلى جدول 2 × 2 فقط قيمة متوقعة واحدة يجب حسابها.

بالنظر إلى أننا نتوقع أن 77 حيواناً معاملاً سوف يكون سليماً فإننا نتوقع الـ 23 حيواناً الباقية مريضة. كذلك إذا توقعنا أن 77 من الحيوانات السليمة في الفئة المعاملة فإننا نتوقع الباقي من الـ 231 حيوانا سليمة (أي 154 حيوانا) في الفئة غير المعاملة. ثم بالنسبة للـ 200 حيوان غير المعامل إذا كنا نتوقع 154 حيوانا سليما فإننا نتوقع الـ 46 الباقية مريضة. لاحظ بمجرد تخصيص عدد إلى إحدى الفئات فإن الفئات الثلاث الباقية تتحدد. لذلك يوجد عندنا درجة واحدة من الحرية في جدول 2 × 2. القاعدة العامة لجدول استقلالية r x c (حيث r هي عدد السطور و c هي عدد الأعمدة) هي أن عدد درجات الحرية يساوي (1 – r) x (1 – c).

إحدى الصفات التي يجب ملاحظتها لجدول 2 × 2 هي أن الفرق بين الملاحظ والمتوقع يكون نفسه لكل خلية من الجدول عدا أن اثنين من الفروق يكونان موجبين والاثنين الآخرين سالبين. هذا الفرق المتشابه في مثالنا هو 11 (مثلاً 11 = 77 — 88) وبالنظر إلى أننا نتعامل مع درجة واحدة من الحرية لذلك يجب أن نطبق تصحيح بيتس ونعتبر أن الفروق هي 11.5.

باستعمال معادلة مربع كاي نحصل:

$$\chi 2 = \frac{(|Ob - \mathrm{EX}| - 0.5)^2}{\mathrm{EX}}$$
$$= \frac{(10.5)^2}{77} + \frac{(10.5)^2}{23} + \frac{(10.5)^2}{154} + \frac{(10.5)^2}{46}$$
$$= 9.34$$

بالرجوع إلى جدول مربع كاي A6. تحت درجة واحدة من الحرية نجد أننا نتوقع قيمة لمربع كاي مقدارها 6.635 لـ 1٪ من الوقت بالصدفة وحدها وقيمة مقدارها 10.827 لـ 0.1٪ من الوقت. لذلك يمكن أن نقول أن الاحتمال للحصول على قيمة لمربع كاي مقدارها 9.34 هو أكثر بقليل من 1 في 1000 لذلك نرفض فرضية الاستقلالية ونقول أن هناك علاقة بين المضاد الحيوي وحصول المرض.

لبيان كيف يستعمل مربع كاي لاختبار الاستقلالية بين زوجين من الجينات سوف نحلل بعض البيانات من نسل كبير للأقحوان في حالة انعزال وراثي لعاملين هما التكبير والاخضرار (نقص خفيف في الكلوروفيل) كان معروفا أن التكبير متنحي بالنسبة إلى النشوء المتأخر ويتم تحديده في هذه المادة الوراثية بزوج واحد من الجينات. الاخضرار متنحي بالنسبة للطبيعي ومسيطر عليه أيضا بزوج واحد من الجينات يجب الإجابة على ثلاثة أسئلة. هل أن نسبة

المتأخر إلى المبكر توافق نسبة 3 إلى 1؟ هل أن نسبة الطبيعي إلى المخضر توافق نسبة 3 إلى 1؟ هل أن نسبة الطبيعي إلى المخضر توافق نسبة 3 إلى 1؟ هل أن الزوجين من الصفات يورثان بصورة مستقلة أم هناك دليلا على الارتباط الوراثي؟ البيانات المرتبة في جدول الاستقلالية 4.17 كانت كالآتي:

جدول **4.17**. الانعزال الوراثي لصفتين في نسل للأقحوان

	طبيعي	مخضر	المجموع	(3 : 1) المتوقع
متأخر	3470	910	4380	4275
المتوقع	(3457.9)	(922.1)		
مبكر	1030	290	1320	1425
المتوقع	(1042.1)	(277.9)		
المجاميع	4500	1200	5700	
المتوقع (1 : 3)	4275	1425		

للإجابة على السؤال الأول حول نسبة المتأخر إلى المبكر نحسب مربع كاي:

$$\chi 2=\frac{(|4380-4275|-0.5)^2}{4275}+\frac{(|1320-1425|-0.5)^2}{1425}$$
$$=\frac{(104.5)^2}{4275}+\frac{(104.5)^2}{1425}=10.22$$

هي هذه مساوية تقريباً إلى قيمة مربع كاي المطلوبة وهي 10.827 على مستوى 0.1٪ يعني هذا أنه لو كانت نسبة 1 : 3 النسبة الصحيحة فإن احتمال إيجاد انحراف بقدر الملاحظ سيكونٍ فقط حوالي واحد بالألف. لذلك نرفض الفرضية إِن 1 : 3 هي النسبة الصحيحة. فعليا لم ترفض الفرضية أن الأزهار المتأخر كان سائدا بصورة بسيطة على الأزهار المبكر لأنه لوحظ (كما هي الحالة في كثير من الصفات المتنحية) أن النباتات المبكرة كانت نوعا ما أضعف من النباتات المبكرة. الانحراف الصغير ولكنه معنوي عن نسبة 1 : 3ٍ قد عِزي لهذا السبب إلى معدلات البقاء المتمايزة. من المهم ملاحظة أن هذا كان نسلا كبيرا. لو أنه كان بمقدار العشر من هذا (570 نبات) وكانت نسبة المتأخر إلى المبكر نفس النسبة فإن قيمة مربع كاي في هذه الحالة تكون فقط 0.91 ولا تصل حد المعنوية.

السؤال عن نسبة الطبيعي إلى المخضر يجاب بنفس الطريقة وتكون قيمة مربع كاي 47.16 وهي أيضاً معنوية للغاية. النباتات المخضرة وهي ناقصة جزئيا في الكلوروفيل تبين خسارة أكبر في القوة مقارنة بالطبيعية مما في حالة مقارنة النباتات المبكرة بالمتأخرة.

لاختبار الاستقلالية نقبل النسب الملاحظة بدلاً من فرض نسبة 1 : 3 ونحسب القيم المتوقعة على فرض الاستقلالية. لذلك فإن العدد المتوقع من النباتات الطبيعية المتأخرة هي:

$$\frac{\text{المجموع للمتأخرة} \times \text{المجموع للطبيعية}}{\text{المجموع الكلي}}$$

$$= \frac{4500 \times 4380}{5700}$$
$$= 3457.9$$

القيم المتوقعة للخلايا الثلاث الباقية في جدول 4.17 يمكن حسابها بطريقة مشابهة أو تستحصل بالطرح من المجاميع الجانبية. استعمال كلا الطريقتين يعطي تحقيقاً على دقة الحسابات. لاحظ أن $(Ob - EX) = 12.1$ في الخليتين اليسرى العلوية واليمنى السفلية من الجدول وتساوي -12.1 في الخليتين الأخريتين. البسوط للحدود لتعيين مربع كاي ستكون نفسها لكل فئة. استعمال تصحيح بيتس لكل خلية من الجدول يعطي $(12.1 - 0.5)^2 = (11.6)^2$ لذلك يكون مربع كاي:

$$= \frac{(11.6)^2}{3456.9} + \frac{(11.6)^2}{922.1} + \frac{(11.6)^2}{1042.1} + \frac{(11.6)^2}{277.9} = 0.80$$

احتمال الحصول على قيمة بهذا المقدار بالصدفة فقط هي بين 10٪ و 50٪ لذلك لا يكون لدينا أي دليل لتبرير رفض فرضية الاستقلال.

مثال آخر سيبين كيفية حساب مربع كاي في حالة وجود أكثر من درجة واحدة من الحرية وكيف يمكن تقليص جدول الاستقلالية. ثلاث مجموعات من الأبقار أعطيت كل منها عليقة مختلفة. الحالة الصحية لكل حيوان قيست بعدد المرات التي عولج بها من المرض. تم الحصول على النتائج التي في جداول 5.17.

جدول 5.17. الحالة الصحية للأبقار التي أعطيت ثلاث علائق. القيم المتوقعة داخل أقواس

عدد مرات المعالجة	العليقة			المجموع
	1	2	3	
0	19(17.3)	16(17.3)	17(17.3)	52
1	1(0.3)	0(0.3)	0(0.3)	1
2	0(1.3)	3(1.3)	1(1.13)	4
3	7(5.7)	9(5.7)	1(5.7)	17
4	3(4.7)	5(4.7)	6(4.7)	14
5	4(3.3)	1(3.3)	5(3.3)	10
6	2(2.0)	1(2.0)	3(2.0)	6
7	0(1.3)	2(1.3)	2(1.3)	4
8	1(2.3)	2(2.3)	4(2.3)	7
10	2(0.7)	0(0.7)	0(0.7)	2
المجاميع	39	39	39	117

في هذه الحالة يكون من السهولة حساب القيم المتوقعة لأن ثلث العدد الكلي للأبقار بالضبط كان في كل فئة من فئات العليقة. هذا يعني أننا نتوقع ثلث الحيوانات في كل فئة تكرارية من فئات المعاملة يكون ضِمن كل فئة من فئات العليقة إذا كان المكررات للعليقة والمعاملة مستقلين. نلاحظ أن كثيرا من القيم المتوقعة هي أقل من خمسة لذلك فإننا غير محقين حقا في تطبيق معادلة مربع كاي إلى البيانات كما هي عليه. لكن سوف نجري الحسابات ونرى كيف نقارن النتائج مع تلك الناتجة من جدول مختزل.

$$\chi 2 = \Sigma \frac{(|Ob - \text{EX}|)^2}{\text{EX}}$$

$$= \frac{(19-17.3)^2}{17.3} + \frac{(16-17.3)^2}{17.3} + \ldots + \frac{(0-0.7)^2}{0.7}$$

$$= 24.5$$

عدد درجات الحرية $= (r-1)\ (c-1)$

$= (10 - 1)\ (3 - 1) = 18$

البحث عن قيمة مربع كاي المحسوبة وهي 24.5 في جدول A6. مقابل 18 درجة من الحرية يبين أن احتمال الحصول على النتائج الملاحظة بالصدفة وحدها يكون أكثر من 10٪ بقليل. لذلك لا يوجد لدينا دليل كافي لرفض الفرضية بأن صحة الحيوان ليس لها علاقة بالعليقة.

حتى يمكن الإيفاء بالقاعدة أن لا تكون أية قيمة متوقعة أقل من 5 يمكن إختزال الجدول بدمج الفئات التكرارية 1. 2. 3 و 4. 5 و 6. 7. 8. 10 يعطينا هذا جدولا جديدا جدول 6.17.

جدول **6.17**: صيغة مختزلة في جدول **5.17**

عدد مرات المعالجة	العليقة			المجموع
	1	2	3	
0	19(17.3)	16(17.3)	17(17.3)	52
-31	8(7.3)	12(7.3)	2(7.3)	22
-54	7(8.0)	6(8.0)	11(8.0)	24
-106	5(6.3)	5(6.3)	9(6.3)	19
المجاميع	39	39	39	117

حساب مربع كاي يعطينا قيمة 10.61 التي نبحث عنها في الجدول مقابل 6 درجات من الحرية. نجدها مساوية تقريبا إلى القيمة الجدولية على احتمال 10٪. لذلك فإن استنتاجاتنا ستكون نفسها التي توصلنا إليها من الجدول الأصلي ولو أن الحالة سوف لا تكون دائما مثل هذه. يكون أكثر أمانا دائما اختزال الجدول لتجنب الفئات ذات القيم المتوقعة الصغيرة. كذلك فإنها تختزل عدد الحسابات المطلوبة لإيجاد مربع كاي. لاحظ أن التصحيح للاستمرارية لم يستعمل في هذا المثال لأننا كنا نتعامل مع أكثر من درجة واحدة من الحرية.

عدم التجانس Heterogeneity

الاستعمال الثالث والأخير الذي سوف نأخذه بالنسبة إلى مربع كاي هو اختبار ما إذا كانت مجموعة من العينات مسحوبة من نفس المجتمع. لاحظ ثمانية أنسال من الأقحوان كل منها في حالة انعزال وراثي بالنسبة إلى صفة الطبيعي والمخضر كما في جدول 7.17.

جدول 7.17. الأقحوان الطبيعي والمخضر في ثمانية أنسال

النسل	طبيعي	مخضر	$\chi^2(3:1)$	$\chi^2(3106:854)$
1	315	85	3.00	0.023
2	602	170	3.65	0.094
3	868	252	3.73	0.578
4	174	42	3.56	0.575
5	192	48	3.20	0.348
6	165	39	3.76	0.723
7	161	43	1.67	0.028
8	629	175	4.48	0.019
المجاميع			27.05	2.388
التجميعي	3105	854	24.91	0.000
عدم التجانس			2.41	2.388

سوف نجري نوعين من التحاليل. أولاً سنقوم باختبار كل نسل ومن ثم البيانات التجميعية لكل الأنسال للانحراف عن النسبة النظرية 1: 3.

مربع كاي المحسوب لكل نسل يوجد في العمود الرابع من الجدول. تم حساب هذه القيم بدون التصحيح للاستمرارية لأننا نرغب في جمعها وأن قيم مربع كاي التي يمكن جمعها هي فقط غير المصححة. لاحظ أن واحدة فقط من هذه القيم تتجاوز القيمة المطلوبة للمعنوية على مستوى 5٪ وهي 3.84. لذلك يوجد لدينا دليل ضعيف جداً من الأنسال المنفردة لرفض فرضيتنا. مع هذا ليس لدينا التبرير الكافي بالرغم من أن سبعة من الأنسال الثمانية أعطت توفيقا جيدا (أي أنها لن تنحرف معنويا عن النسبة 1 : 3 للاستنتاج بأن هناك دليل قاطع لإسناد فرضيتنا، يجب التمعن في التحليل. إضافة قيم مربع كاي المنفردة بدرجة حريرة واحدة لكل منها يعطي قيمة 27.05 لمجموع مربع كاي بثمان درجات من الحرية. هذه القيمة تتجاوز قيمة مربع كاي الجدولية على مستوى 0.001. بمعنى آخر أن الاحتمال هو أقل من 1 في 1000 في الحصول على هذه القيمة الكبيرة بمجرد الصدفة. يمكن إجراء اختبار آخر إلى المجموع 3106 طبيعي و 854 مخضر. الأرقام المتوقعة هي:

$$3960 \times 3/4 = 2970$$

$$3960 \times 4/4 = 930$$

لذلك:

$$\chi^2 = \frac{(3106-2970)^2}{2970} + \frac{(854-990)^2}{990}$$
$$= 24.91$$

هذه القيمة تتجاوز بكثير قيمة مربع كاي الجدولية لدرجة واحدة من الحرية على مستوى 0.001 لذلك نرفض الآن بالتأكيد الفرضية بأن جميع الأنسال هي عينات من مجتمع ذو نسبة 1: 3. لا زلنا نرغب في معرفة ما إذا كانت جميع هذه الأنسال يمكن أن تمثل عينات من مجتمع واحد.

لاختبار هذه الفرضية نحسب ما يعرف بمربع كاي لعدم التجانس:

Heterogneity chi – square = total chi – square- pooled chi – square

(مربع كاي التجميعي) (مربع كاي المجموع) (مربع كاي لعدم التجانس)

لما كان مجموع مربع كاي هو 27.05 ومربع كاي التجميعي هو 24.91 فإن مربع كاي لعدم التجانس هو 2.14 بسبع درجات من الحرية. بمراجعة الجدول نجد هذه حتى أقل من 2.167 المطلوبة على مستوى 0.95. الاحتما ل هو حوالي 95٪ بأن قيمة لمربع كاي مساوية أو أكبر من هذه يمكن أن تأتي من مجموعة متجانسة من العينات بمجرد الصدفة. يمكن تلخيص جميع هذه الاختبارات في جدول مشابه لجدول تحليل التباين (جدول 8.17).

جدول 8.17 خلاصة البيانات من ثمانية أنسال للأقحوان على أساس نسبة 1 : 3

المصدر	درجات الحرية	مربع كاي
المجموع	8	27.05***
التجميعي	1	24.91***
عدم التجانس	7	2.14 غ م

بدلاً من اختبار كل نسل مقابل نسبة فرضية يمكن أن نختبر النسبة الملاحظة للمجاميع. تم إجراء هذا في العمود الأخير من جدول 7.17. تكون قيمة مربع كاي التجميعي بالطبع صفرا لأن النسبة الملاحظة هي التي نختبرها. جدول مشابه للجدول أعلاه هو الجدول 9.17.

جدول 9.17. خلاصة بيانات الأقحوان المعتمدة على المجاميع الملاحظة

المصدر	درجات الحرية	مربع كاي
المجموع	8	2.388
التجميعي	1	0.000
عدم التجانس	7	2.388

لم نزل بدون دليل على عدم التجانس ونستنتج بأننا نتعامل مع مجموعة متجانسة من الأنسال وأن أحسن تقدير لدينا للنسبة الصحيحة هي 854 : 3106. لاحظ في هذا الاختبار الأخير أن الحسابات كانت بالضبط كما في اختبار الاستقلالية. بمعنى آخر عند اختبار كل عينة مقابل النسبة الكلية للملاحظة فإن مربع كاي لعدم التجانس يساوي مربع كاي للاستقلالية. فقط عند اختبار العينات والمجاميع مقابل نسبة فرضية نحتاج إلى تجزئة المجموع لمربع كاي إلى مكونين.

يبين جدول 10.17 كيفية ظهور التحليل لو أن الأنسال الأربعة الأولى أظهرت نفس الانحراف عن نسبة 1: 3 ولكن في الاتجاه المعاكس

النسل	طبيعي	مخضر	$\chi^2\,(3:1)$	$\chi^2\,(2950:1010)$
1	285	115	3.00	2.05
2	556	216	3.65	2.49
3	812	308	3.73	2.35
4	150	66	3.56	02.9
5	192	48	3.20	3.82
6	165	39	3.76	4.38
7	161	43	1.67	2.10
8	629	175	4.48	5.92
المجاميع			27.05	26.01
التجميعي	2950	1010	0.54	0.00
عدم التجانس			26.51	26.01

لاحظ أن البياناتٍ التجميعية اقتربت جداً من توفيق نسبة 1: 3 ولكن مربع كاي لعدم التجانس معنوي جدا. مرة أخرى نرفض الفرضية بأن جميع الأنسال هي عينات من مجتمع تكون فيه النسبة 3 طبيعية إلى 1 مخضر. سبب الرفض في هذه الحالة هو لوجود دٍليل قوي بأن العينات هي ليست مجموعة متجانسة لذلك فإن تجميع البيانات لا يكون مبررا. خلال هذه المناقشة استعملنا معادلة منفردة هي:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(Ob - \text{EX})^2}{\text{EX}}$$

مع تحوير طفيف واحد فقط للحالاٍت التي تحتاج إلى تصحيح للاستمرارية هناك تحويرات كثيرة لهذهٍ المعادلةٍ تعطٍي طرقا حسابية مختصرة لحالات خاصة. الشخص الذي يجب أن يحسب عددا كبيرا جدا من مربعات كاي يفضل له الٍرجوع إلى كتاٍب متقدم أكثر للمعادلة المختصرة الملائمة. بالنسبة للقارئ الذي يواجه أحيانا فقط مسائلا تتطلب تحليل مربع كاي من المفضل تعلم هذه المعادلة الأساسية المنفردة.

الخلاصة Summary

المعادلة العامة لحساب مربع كاي هي:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(Ob - \text{EX})^2}{\text{EX}}$$

الأفراد المصنفة بطريقة واحدة إلى فئتين أو أكثر يمكن أن تقارن مع نسبة فرضية. درجات الحرية هي واحد أقل من عدد الفئات.

بمقارنة مربع كاي المحسوب مع الجدول يمكن أن نجد احتمال حصول انحراف لا يقل عن ذلك الملاحظ بالصدفة لوحدها.

الأفراد المصنفة بطريقتين أي فئات r و c يمكن اختبارها بالنسبة للاستقلالية بين أساس التصنيف تكون درجات الحرية $(r - 1) \times (c - 1)$.

إذا تم اختبار كل من عينتين أو أكثر مقابل نسبة فرضية فإن مجموع مربعات كاي الناتجة يمكن تجزئته إلى مكونين كالآتي:

درجات الحرية	المصدر
$r\ (c - 1)$	المجموع
$(c - 1)$	التجميعي
$(r - 1)\ (c - 1)$	عدم التجانس

حيث c هو عدد الفئات التي تصنف إليها كل عينة و r هو عدد العينات.

الفصل الثامن عشر

18

تحسين الدقة

Improving Precision

- زيادة المكررات.
- اختيار المعاملات.
- تحسين التقنية.
- اختيار المادة التجريبية.
- اختيار الوحدة التجريبية.
- أخذ قياسات إضافية — التباين المرافق.
- تعديل أكثر من مصدر واحد للتباين.
- تعديل متوسطات المعاملات.
- مقارنة المتوسطين المعدلين لمعاملتين.
- تفسير تحليل التباين المترافق.
- التوزيع المخطط للوحدات التجريبية — التصميم.
- الخلاصة.

الفصل الثامن عشر

تحسين الدقة

Improving Precision

الدقة للتجربة تتعلق بقابليتها لاكتشاف تأثيرات حقيقية للمعاملة. بصورة عامة كلما كانت التجربة أكثر دقة كلما كان الفرق في المعاملة الذي تتمكن التجربة من اكتشافه أصغر. كلما كان الاختلاف أكبر بين الوحدات التجريبية المتشابهة في المعاملة سوف يكون الخطأ المرتبط بالفرق بين معدلين أكبر وكلما كانت التجربة أقل دقة في اكتشاف فروق ناتجة عن المعاملات. الخطأ القياسي للفرق بين معدلين يتناقص بتناقص الانحراف القياسي (S) وبزيادة (n):

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{2\ S / n}$$

حيث (n) هي عدد المكررات، لذلك فإن الطرق لزيادة الدقة للتجربة تكون مصممة؟؟ الاختلاف غير المعلل لكل لوح أو لزيادة ؟؟ الفعال للمكررات.

يمكن تحسين الدقة عن طريق:

1- زيادة المكررات.

2- الاختيار الدقيق للمعاملات.

3- تحسين التقنية.

4- اختيار المادة التجريبية.

5- اختيار الوحدة التجريبية.

6- أخذ قياسات إضافية.

7- التصنيف المخطط للوحدات التجريبية.

زيادة المكررات Increased Replication

يمكن دائماً زيادة الدقة للتجربة بمكررات إضافية لكن درجة التحسن تتناقص سريعاً بزيادة عدد المكررات. مثلا بالمقارنة مع تجربة ذات أربعة مكررات فإن مضاعفة درجة الدقة التي يمكن بوساطتها فصل متوسطين يتطلب 16 مكرر. يرجع هذا إلى التأثير لعدد المكررات (n) على الفرق المطلوب لفصل متوسطين على مستوى معين من المعنوية:

$$LSD = t\sqrt{2\ S^2\ /\ n}$$

هذه ليست بالضبط كذلك لأنه بزيادة (n) فإن (t) تصبح أصغر قليلاً لكنها قريبة بدرجة كافية لاستعمالها كقاعدة بسيطة.

بصورة عامة في بحوث المحاصيل الحقلية والخضروات نحتاج من أربعة إلى ثمانية مكررات لدقة مقبولة في تخطيط التجربة يجب أن تكون متأكدا بدرجة معقولة بأنك سوف تتمكن من اكتشاف فرق حقيقي بالمقدار الذي ترغبه. إذا كان الاحتمال ضعيفا لإنجازك هدفك بعدد المكررات الذي ترغب في استخدامه ولا يوجد طرق أخرى مقبولة لتحسين الدقة فإنه من الأفضل عدم قيامك بالتجربة أو على الأقل تأجيلها حتى يكون لديك مصادر كافية لإجرائها بطريقة ذات احتمال جيد لتحقيق هدفك.

جدول 1.2 في كتاب Cochran and Cox (1964) يكون مناسباً لتقدير عدد المكررات المطلوبة لاكتشاف فرق محدد. يعتمد جدولهما على المعادلة:

$$r \geq 2\left[(CV)^2 / D^2\right](t_1 + t_2)^2$$

حيث CV هو معامل الاختلاف أي $CV = S(100)/\bar{Y}$ و D هو الفرق الذي ترغب في اكتشافه معبرا عنه كنسبة مئوية من متوسط التجربة و t_1 هي قيمة t ودرجات الحرية للخطأ التجربي و t_2 هي قيمة t الجدولية لدرجات الحرية للخطأ التجربي واحتمال مقداره 2(1-P) حيث P هي احتمال اكتشاف نتيجة معنوية في تنفيذ معين للتجربة. إذا كان P = 0.80 فإن 0.402 = (1-P) وهي مساحة على الطرفين لتوزيع r المعتمد على درجات الحرية للخطأ التجربي.

لاستعمال المعادلة ابدأ بتحديد عدد المكررات التي تعتقد أنها ضرورية ثم حل المعادلة لتقدير r باستعمال هذا التقدير لـ r حل المعادلة مرة أخرى ومن ثم خذ القيمة الأعلى التالية لـ r على أنها عدد المكررات المطلوبة.

مثلاً افترض أننا نرغب في إجراء تجربة تتضمن ست معاملات في تصميم القطاعات الكاملة العشوائية. نرغب في احتمال 80٪ لاكشتاف فوق في المتوسط بمقدار 10٪ من المتوسط التجربي على مستوى معنوية 5٪. تجارب أخرى على الوحدات التجريبية التي سوف نستعملها تدل على أن التجربة الجيدة الإنجاز يجب أن يكون معامل الاختلاف لها حوالي 5٪.

نعتقد أن ستة مكررات يمكن أن تكون كافية، لذلك لأول حل للمعادلة 6 = r. المعاملات = 6 أي(6 = n)، درجات الحرية للخطأ التجربي، $t_2 = 0.856$ $25 = (r-1)(n-1)$ ، $t_1 = 2.060$ (انظر جدول A2.)، لذلك:

$$r \geq 2\,(5/10)^2\,(2.060 + 0.856)^2 = 4.25$$

اجعل الآن r = 5, أي أن درجات الحرية للخطأ التجريبي (5-1) , $t_1 = 2.086$, $t_2 = 0.860$
20 = (6-1). الحل مرة أخرى لـ r يعطي:

$$r \geq 2(5/10)^2\,(2.086+0.860)^2 = 4.34$$

لذلك نأخذ 5 كتقدير لعدد المكررات المطلوبة. عندما نجري التجربة سوف يكون لدينا احتمال 80٪ لاكتشاف فرق 10٪ على مستوى 5٪ باستعمال خمسة مكررات إلا إذا تبين أن معامل الاختلاف كان أكبر مما هو متوقع.

اختيار المعاملات Selection of Treatments

الاختيار الدقيق للمعاملات ليس مهماً فقط في تحقيق أهداف الباحث ولكن يمكن أيضاً أن يزيد من دقة التجربة. مثلا في دراسة تأثير مبيد أدغال أو مبيد فطريات أو سماد أو مبيد حشرات يكون من المفيد أكثر تحديد كيفية استجابة الوحدات التجريبية لزيادة الجرع من مادة المعاملة من معرفة ما إذا كانت جرعتان متتابعتان مختلفتين معنويا. لذلك فإن سلسلة مناسبة من الجرع تجعل من الممكن تخطيط اختبارات للمعنوية أكثر حساسية من مجرد مقارنة متوسطات متجاورة في نسق. كما ذكرنا سابقا فإن جرع بزيادات متساوية تغطي مدى الاستجابة المتوقع تكون الأكثر كفاءة في وضع منحنى الاستجابة — الجرعة وتسهل حساب مجموعات المربعات ومعادلات الاستجابة. كذلك كما بينا في الفصل الثالث فإن التجارب العاملية حيث يتم اختبار طرازين أو أكثر من المعاملات في آن واحد يمكن أن تعطي تحسينا كبيرا في دقة المقارنات للعوامل الرئيسية.

تحسين التقنية Refinement of Technique

التقنية الخطأ يمكن أن تزيد الخطأ التجريبي وتسبب تحيزاً في تأثيرات المعاملات. التقنية الجيدة يجب:

(1) تطبق المعاملات بصورة متجانسة.

(2) تصمم قياساً ملائماً وغير متحيز لتأثيرات المعاملات.

(3) تمنع الأخطاء الجسيمة.

(4) تسيطر على التأثيرات الخارجية بحيث أن جميع المعاملات تتأثر بصورة متشابهة.

اختيار المادة التجريبية Selection of Experimental Material

لأنواع معينة من الدراسات يكون من المرغوب أن تكون المادة منتقاة بعناية ومتجانسة. لكن في اختيار المادة التجريبية يجب تذكر المجتمع المطلوب عمل استنتاجات عنه. لذلك فإنه لمعظم

البحث التطبيقي في الزراعة يكون من المهم استعمال الأنواع من المواد التجريبية التي سوف تستعمل في الإنتاج الفعلي.

اختيار الوحدة التجريبية Selection of The Experimental Unit

حجم وشكل اللوح الحقلي يؤثران على الدقة. بصورة عامة يتنافس الاختلاف بزيادة حجم اللوح ولكن بمجرد الوصول إلى حجم معين فإن الزيادة في الدقة تتناقص سريعا بالأحجام الأكبر. لتعيين الحاصل هناك عادة كسب قليل في الدقة باستعمال أنواع أكبر من 0.1 ايكر. لمعظم المحاصيل تعطي المساحات المحصورة من 0.01 إلى 0.02 ايكر دقة جيدة. يناقش Le Clerg وجماعته (1962) حجم وشكل الألواح الحقلية لمحاصيل مختلفة ويذكرون عدة مصادر مفيدة. الألواح المستطيلة تكون الأكثر كفاءة في التغلب على عدم التجانس في التربة عندما تكون محاورها الطويلة في اتجاه الاختلاف الأكبر في التربة.

زيادة عدد الحيوانات أو عدد الأشجار لكل وحدة تجريبية تزيد أيضاً الدقة. لكن إذا كان بالإمكان التعامل مع الحيوانات أو الأشجار بصورة منفردة فإنه يمكن زيادة الدقة أكثر باستعمال الأفراد كوحدات تجريبية واستعمال مكررات أكثر بدلا من استعمال نفس العدد من الحيوانات أو الأشجار بأكثر من حيوان أو شجرة لكل وحدة تجريبية.

أخذ قياسات إضافية – التباين المترافق

Taking Additional Measurements – Covariance

إحدى التقنيات لاختزال الخطأ في تجربة هو إزالة الاختلاف في Y المتعلق بمتغير مستقل هو X. هذه التقنية تعرف بالتباين المترافق.

افترض أنه في تجربة على محصول كان هناك كمية كبيرة من التغاير في عدد النباتات من لوح إلى آخر. إذا استطعنا عمل تقدير مقبول لما تكون عليه كميات الحاصل للوح في حالة وجود نفس العدد من النباتات في جميع الألواح فإن الدقة التي نقيس بها تأثيرات المعاملة سوف تتحسن. التقدير الذي يعتمد على الإفتراض بأن الحاصل يتناسب طرديا مع عدد النباتات باللوح لا يكون مقبولا مثلا لأنه دائما تقريبا يسبب تحيزا يؤدي إلى تفضيل الألواح ذات العدد القليل من النباتات.

مثال آخر لفائدة تحليل التباين المترافق هو تجارب تغذية الحيوان التي يوجد فيها تغاير في الأوزان الأولية للحيوانات. إذا وجد أن الزيادة في الوزن متعلقة بالأوزان الأولية فيمكن عمل تعديلات لزيادة الدقة في قياس تأثيرات المعاملة .

موضوع التباين المترافق ككل هو معقد نوعاً ما سواء من ناحية الحسابات المطلوبة أو في تفسير النتائج. كثير من الكتب في قائمة المصادر تتعامل مع التباين المترافق بتفصيل كبير. في خبرتنا عدد قليل من الباحثين الزراعيين يدخلون في تحليل التباين المترافق عدا عن ناحية ثانوية بحيث أن مناقشة لكل التفصيلات قد لا تكون مثمرة جداً. لذلك سوف نصف فقط الطريقة العامة للتحليل وبعض النواحي الأبسط للتفسير.

جدول 1.18 يتألف من بعض البيانات الفرضية الموضوعة لتسهيل الحسابات وتوضيح الطرق في تحليل التباين المترافق. يمكن أن تعتبر X و Y على أنهما عدد النباتات والحاصل أو الوزن الأولي والزيادة في الوزن أو أي زوج آخر من المتغيرات التي قد تواجهك.

جدول 1.18 بيانات فرضية تمثل قيم متغيرين X و Y في تجربة بقطاعات كاملة عشوائية ذات أربعة مكررات وخمس معاملات

القطاع / المعاملة	X					Y				
	1	2	3	4	المجموع	1	2	3	4	المجموع
1	8	6	7	7	28	7	5	6	6	24
2	8	4	12	12	36	9	5	9	9	32
3	4	10	10	8	32	6	12	10	12	40
4	1	7	4	12	24	9	11	10	18	48
5	9	8	12	11	40	14	7	15	20	56
المجاميع	30	35	45	50	160	45	40	50	65	200

التحليل الاعتيادي لكل من X و Y يمكن أن يجري بالطريقة الاعتيادية والنتائج مبينة في جدول 2.18.

جدول **2.18**. تحليلان منفصلان للتباين بالنسبة إلى X و Y من جدول **1.18**

مصدر التباين	درجات الحرية df	مجموع المربعات SSX	متوسط المربعات MSX	F	مجموع المربعات SSY	متوسط المربعات MSY	F
المجموع	19	186			334		
القطاعات	3	50	16.67		70	23.33	
المعاملات	4	40	10.00	1.25	160	40.00	4.62*
الخطأ	12	96	8.00		104	8.67	

نلاحظ أن المعاملات لم يكن لها تأثيراً معنوياً على المتغير X ولكن تأثيرها على Y كان معنويا على مستوى 5%.

لإجراء تحليل التباين المترافق نحتاج بالإضافة إلى مجاميع المربعات لكل من X و Y مجاميع حواصل الضرب التي سنرمز لها SSY. أولا نحتاج إلى حد تصحيح هو:

$$C = \frac{(\Sigma X)\,(\Sigma Y)}{rn} = \frac{(160)\,(200)}{20} = 1600$$

مجموع حواصل الضرب للقطاعات هو:

$$SXYB = \frac{\Sigma T_{bx} T_{by}}{n} - C$$

$$= \frac{(30)\,(45) + \ldots + (50)\,(65)}{5} - 1600$$

$$= 50$$

مجموع حواصل الضرب للمعاملات هو:

$$SXYT = \frac{\Sigma T_{tx}\ T_{by}}{b} - C$$

$$= \frac{(28)\,(24) + \ldots + (40)\,(56)}{4} - 1600$$

$$= 24$$

مجموع حواصل الضرب الكلي هو:

$$SXY = \Sigma XY - C$$

$$(8)(7) + \ldots + (11)(20) - 1600 = 142$$

مجموع حواصل الضرب للخطأ يمكن الحصول عليه بالطرح:

$$SXYE = SXY - SXYB - SXYT$$

$$= 142 - 50 - 24 = 68$$

لبيان من أين يأتي مجموعات المربعات ومجموع حواصل الضرب للخطأ وكيف نتوصل في النهاية إلى معادلة الانحدار نزيل تأثيرات القطاع والمعاملة والمعدل العام من كل قيمة متغيرة ونترك فقط مكونات الخطأ المتبقية كما فعلنا في الفصل الخامس (جدول 3.18).

جدول 3.18. مكونات الخطأ بالنسبة إلى X و Y بعد إزالة تأثيرات القطاع والمعاملة والمعدل العام

القطاع المعاملات	X					Y				المجموع
	1	2	3	4	المجموع	1	2	3	4	
1	3	0	-1	-2	0	2	1	0	-3	0
2	1	-4	2	1	0	2	-1	1	-2	0
3	-2	3	1	-2	0	-3	4	0	-1	0
4	-3	2	-3	4	0	-2	1	-2	3	0
5	1	-1	1	-1	0	1	-5	1	3	0
المجاميع	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

من السهولة التحقق بأن مجموعي المربعات لهذه المكونات هما نفسهما مجموعات المربعات للخطأ في تحليلي التباين في جدول 2.18. كذلك فإن مجموع حواصل الضرب للمكونات المتناظرة لـ X و Y وهو بنفس قيمة SXYE التي حصلنا عليها بصورة غير مباشرة بالطرح في أعلاه. هذه العشرون زوجا من مكونات الخطأ هي التي تستعمل لحساب انحدار Y و X بدون تأثيرات المعاملة والقطاع.

تعلمنا في الفصل الخاص بالانحدار والارتباط الخطي بأن مجموع المربعات للانحراف عن الانحدار يمكن حسابه بإيجاد المقدار $SSY\,(1 - r^2)$. يمكن إعادة كتابة هذا بالشكل الآتي:

$$(1-r^2)\ SSY=\left[1-\frac{(SXY)^2}{(SSX)\ (SSY)}\right] SSY$$

$$= SSY - \frac{(SXY)^2}{SSX}$$

هذا المجموع للمربعات للانحراف عن الانحدار يمكن اعتباره كمجموع مربعات لـ Y بعد إزالة تأثير X على Y. لذلك فإنه يسمى Y المعدلة بالنسبة لـ X.

عندنا الآن جميع المعلومات التي نحتاجها لعمل جدول كامل لتحليل التباين المترافق (جدول 4.18).

جدول 4.18. جدول تحليل التباين المترافق للبيانات من جدول 2.18

مصدر الاختلاف	مجاميع المربعات وحواصل الضرب				Y المعدلة بالنسبة لـ X			
	df	SSX	SXY	SSY	df	SS	MS	F
المجموع	19	186	142	334				
القطاعات	3	50	50	70				
المعاملات	4	40	24	160				
الخطأ	12	96	68	104	11	55.833	5.076	
المعاملات + الخطأ	16	136	92	264	15	201.765		
المعاملات المعدلة					4	145.932	36.483	7.19**

مجموع المربعات للخطأ لـ Y المعدلة بالنسبة لـ X هو:

$$SSY - \frac{(SXY)^2}{SSX} = 104 - \frac{(68)^2}{96} = 55.833$$

يكون لهذا 11 درجة من الحرية أي واحدة أقل من 12 للخطأ غير المعدل.

درجات الحرية ومجاميع المربعات وحواصل الضرب في السطر المؤشر (المعاملات + الخطأ) يتم الحصول عليها ببساطة بإضافة الأعداد في سطر المعاملات إلى تلك في سطر الخطأ. بعد ذلك نحصل على مجموع المربعات لـ Y المعدلة بالنسبة لـ X بنفس الطريقة لهذا السطر كما فعلنا بالنسبة للخطأ:

$$264-\frac{(92)^2}{136}=201.765$$ مجموع المربعات المعدل لـ (المعاملة + الخطأ)

مجموع المربعات للمعاملات لـ Y المعدلة بالنسبة إلى X يمكن حسابه الآن بالطرح:

$$.765-55.833=145.932201$$

من المهم ملاحظة أن مجموع المربعات المعدل للمعاملات لا يمكن الحصول عليه مباشرة باستعمال المعادلة $SSY-(SXY)^2\,/\,SSX$ لسطر المعاملات. في هذه الحالة نحصل:

$$160-\frac{(24)^2}{40}=145.6$$

كون هذه قريبة بدرجة لا بأس بها من القيمة الصحيحة هو مجرد صدفة. عامة سوف لا تكون القيمتان بهذ التقارب.

معامل الانحدار يتم إيجاده من سطر الخطأ بالعلاقة الاعتيادية:

$$b=\frac{SXY}{SSX}=\frac{68}{96}=0.70833$$

من المفيد رؤية ما يحدث عندما نعدل حدود الخطأ لـ Y في جدول 3.18 بالنسبة لحدود الخطأ المناظرة من X. يمكن إجراء ذلك باستعمال المعادلة:

$$Y_{ij}\ \text{المعادلة} = Y_{ij}-b\,X_{ij}$$

لكل قيمة من قيم Y في الجدول وكما مبين في جدول 5.18.

جدول **5.18**. حدود الخطأ لـ Y المعدلة بالنسبة لـ X

القطاع	1	2	3	4
المعاملة				
1	-0.12500	1.00000	0.70833	-1.58333
2	1.29167	1.83333	-0.41667	-2.70833
3	-1.58333	1.87500	-0.70833	0.41667
4	0.12500	-0.41667	0.12500	0.16667
5	0.29167	-4.29167	0.29167	3.70833

ليس فقط المجاميع للقطاعات والمعاملات لا زالت صفراً كما يجب أن تكون ولكن أيضاً مجموع المربعات لحدود الخطأ المعدلة هذه يكون 55.833 وهو نفسه بالضبط كما في تحليل التباين المترافق.

تعديل أكثر من مصدر واحد للتباين Adjusting More than One Source of Variation

بغض النظر عن تصميم التجربة أو عدد العوامل المدروسة فإنه يمكن اتباع النمط العام لجدول تحليل التباين المترافق (جدول 4.18). النقطة المهمة التي يجب تذكرها هي أنه لكل مصدر تغاير يتم تعديله يجب إضافة مجموعي المربعات ومجموع حواصل الضرب لذلك المصدر إلى مجموعي المربعات ومجموع حواصل الضرب للخطأ المناظرة لها. السطر الناتج (المصدر + الخطأ) يستعمل لحساب مجموع المربعات لـ Y المعدلة بالنسبة لـ X ومن هذه نطرح مجموع المربعات المعدل للخطأ لإيجاد مجموع المربعات لمصدر التغاير المدروس. نوضح هذه الطريقة بتجزئة مجموع المربعات للمعاملات في مثالنا إلى أربعة مصادر أو مكونات للتغاير كل منها ذو درجة واحدة من الحرية:

المكون	Coefficients المعاملات					$\Sigma(c_i T_i)x$	$\Sigma(c_i T_i)y$	$\Sigma c^2 i$
1	4	-1	-1	-1	-1	-20	-80	20
11	0	3	-1	-1	-1	12	-48	12
111	0	0	2	-1	-1	0	-24	6
IV	0	0	0	1	-1	-16	-8	2

مجموع المربعات لكل مكون يتم الحصول عليه بالمعادلة الاعتيادية:

$$[\Sigma (C_i T_i)]^2 / r (\Sigma C_i^2)$$

مجموع حواصل الضرب يتطلب تحويراً طفيفاً لهذه المعادلة:

$$\Sigma XY = \Sigma(C_i T_i)_x \; \Sigma(C_i T_i)_y / r (\Sigma C_i^2)$$

تحليل التباين المترافق للتأثيرات المجزأة للمعاملات موجودة في جدول 6.18.

جدول 6.18. تحليل التباين المترافق للتأثيرات المجزأة للمعاملات

مصدر التباين	مجاميع المربعات وحواصل الضرب				Y المعدلة بالنسبة لـ X			
	df	SSX	SXY	SSY	df	SS	MS	F
المجموع	19	186	142	334				
القطاعات	3	50	50	70				
المعاملات	4	40	24	160				
المكون 1	1	5	20	80				
المكون 11	1	3	-12	48				
المكون 111	1	0	0	24				
المكون IV	1	32	16	8				
الخطأ	12	96	68	104	11	55.833	5.076	
المكون 1 + الخطأ	13	101	88	148	12	107.327		
المكون 1 المعدل					1	51.494	51.494	10.14**
المكون 11 + الخطأ	13	99	56	152	12	120.232		
المكون 11 المعدل					1	64.490	64.490	12.70**
المكون 111 + الخطأ	13	96	68	128	12	79.83		
المكون 111 المعدل					1	24.000	24.000	غ م 4.73
المكون IV + الخطأ	13	128	84	112	12	56.875		
المكون IV المعدل					1	1.042	1.042	غ م 0.21
المجموع لأربعة مكونات						141.026		

هناك صفة مهمة لهذا الجدول يجب ملاحظتها. تكون مجاميع المربعات وحواصل الضرب غير المعدلة قابلة للجمع. أي أن المجاميع للمكونات الأربعة تساوي مجاميع المربعات وحواصل الضرب الكلية للمعاملات من ناحية أخرى تكون مجاميع المربعات المعدلة غير قابلة للجمع. المجموع للمكونات الأربعة هو 141.026 بالمقارنة مع القيمة 145.932 لمجموع المربعات الكلي المعدل للمعاملات. يعني هذا أننا لا نتمكن من إيجاد مجموع معدل لمكون بطرح جميع المكونات الأخرى من مجموع المربعات الكلي المعدل للمعاملات.

تعديل متوسطات المعاملات Adjusting the Treatemnt Means

من المرغوب به غالباً تقدير ما تكون عليه متوسطات المعاملات للمتغير التابع لو أن متوسطات المتغير المستقل كانت نفسها لجميع المعاملات. هذه المتوسطات المعدلة يمكن إيجادها من المعادلة:

$$\hat{Y}_i = \overline{Y}_i - b(\overline{X}_i - \overline{X})$$

حيث:

b = SXY للخطأ / SSX للخطأ

في مثالنا:

$$b = 68 / 96 = 0.7083$$

وتكون المتوسطات المعدلة كالآتي:

$\overline{Y}i$	$(\overline{X}i - \overline{X})$	$b(\overline{X}i - \overline{X})$	$\hat{\overline{Y}}$
6	-1	-0.7083	6.7083
8	1	0.7083	7.2917
10	0	0.0000	10.0000
12	-2	-1.4166	13.4166
14	2	1.4166	12.5834

قد يتوقع الشخص أن مجموع المربعات المعدل للمعاملات يمكن إيجاده مباشرة من المتوسطات المعدلة للمعاملات. في الحقيقة أن هذا يقترح أحياناً كطريقة تقريبية لتحليل التباين المترافق عندما لا يوجد تأثير معنوي للمعاملة على X (المتغير المستقل). لكن هناك حقيقة نادرا ما تذكر صراحة في كتب الإحصاء: مجموع المربعات للمتوسطات المعدلة للمعاملات يكون دائماً أكبر من مجموع المربعات المعدل للمعاملات. الفرق هو:

$$\frac{[SSXE\,(SXYT) - SXYE\,(SXXT)]^2}{(SSXE)^2\,(SXXT + SXXE)}$$

في مثالنا يكون هذا:

$$\frac{[96\,(24)\ -\ 68\,(40)]^2}{(96)\,(40+96)} = 0.1381$$

مجموع المربعات للمعاملات المعدلة هو:

$$4[(6.7083)^2 + ... + (12.5834)^2] - \frac{(200)^2}{20}$$
$$= 146.0694$$

(لاحظ أنه بالنظر إلى أننا نتعامل مع المتوسطات فنضرب بدلاً من أن نقسم بعدد المكررات قبل طرح حد التصحيح). مجموع المربعات المعدل للمعاملات من تحليل التباين المترافق هو 145.932 والفرق بين هذين المجموعين للمربعات هو 0.1374 أي نفس ذلك المحسوب من المعادلة عدا التقريب.

بالنظر إلى أن مجموع المربعات للمعاملات المستحصل من المتوسطات المعدلة للمعاملات هو دائما أكبر من مجموع المربعات الصحيح فإن قيم F الناتجة تكون أيضا أعلى. لذلك إذا استعمل الشخص الطريقة التقريبية ووجد قيم F التي هي أعلى بقليل من مستوى المعنوية فإن الطريقة المضبوطة يجب أن تستعمل. من ناحية أخرى إذا كانت قيم F التي وجدت بالطريقة التقريبية غير معنوية يمكن أن نكون متأكدين بأنها سوف لا تكون معنوية بالطريقة المضبوطة.

مقارنة المتوسطين المعدلين لمعاملتين

Comparing Two Adjusted Treatment Means

بالنظر إلى أن التباين للمتوسطات المعدلة للمعاملات يكون أكبر من متوسط المربعات المعدل الصحيح للمعاملات فإن الأقل فرق معنوي (LSD) الاعتيادي لا يكون مناسبا لمقارنة متوسطين معدلين لمعاملتين. فنيا يجب حساب خط قياسي للفرق مختلف لكل زوج من المتوسطات. المعادلة هي:

$$S_{\bar{d}}^2 = \text{EMS} \quad \text{المعدل} \qquad \left[\frac{2}{r} + \frac{(\bar{X}\wp - \bar{X}\wp)^2}{SSXE}\right]$$

إذا كانت درجات الحرية للخطأ 20 أو أكثر وإذا لم يكن هناك تأثيراً معنوياً للمعاملة على X فإن تقريبا يمكن أن يستعمل لجميع أزواج المتوسطات هو:

$$S_{\bar{d}}^2 = \text{EMS} \quad \text{المعدل} \qquad \left[\frac{2}{r} + \frac{2\,SSXT}{r\,(t-1)\,SSXE}\right]$$

تفسير تحليل التباين المترافق Interpretation of Covariance Analysis

متوسط المربعات للخطأ يختزل على الأغلب بدرجة كبيرة بتحليل التباين المترافق وكذلك متوسط المربعات المعدل للمعاملات يختزل أيضا عادة لذلك فإن قيمة F للمعاملات بعد التعديل يمكن أن تكون أكبر أو أقل مما قبل التعديل. التفسير للنتائج يعتمد على ما إذا كان هناك تأثيرا معنويا على X أي المتغير المستقل.

إذا لم يكن هناك تأثيراً معنوياً للمعاملة على X وكانت تأثيرات المعاملات على Y معنوية قبل وليس بعد التعديل فإن هذا يدل على أن التأثيرات الظاهرية للمعاملات على Y كانت مضخمة بالتغاير الصدفي في X ويجب أن تفسر بحذر شديد.

إذا كانت X غير معنوية وتأثيرات المعاملات على Y معنوية بعد وليس قبل التعديل فإنه من المحتمل أن التأثيرات الصحيحة للمعاملات كانت محجوبة بالتغاير في X.

إذا كان للمعاملة تأثيراً معنوياً على X فإن قيمة F بعد التعديل تكون عادة أقل مما قبل التعديل. فإذا بقيت معنوية فإننا نستنتج أن المعاملات كان لها تأثيرا معنويا على Y إضافة إلى ذلك المرتبط بالتغاير في X.

لقد رأينا أن التقنيات لتحليل التباين المترافق أكثر إجهاداً بكثير من تحليل التباين الاعتيادي ويكون تفسير النتائج غالبا صعبا.

أفضل نتيجة لنا هو تجنب التوزيع العشوائي لمتغير مستقل معروف إن أمكن. يمكن إجراء ذلك بالتجميع الدقيق للوحدات التجريبية في قطاعات وبذلك يصبح من الممكن إزالة معظم الاختلاف في X مع تأثيرات القطاعات.

التوزيع المخطط للوحدات التجريبية – التصميم

Planned Grouping of Experimental Units Design

لقد خصصنا جزءاً كبيراً من هذا الكتاب لمناقشة التصاميم التجريبية ودورها في تحسين الدقة. هناك تصاميم أخرى كثيرة لم نناقشها. لكن في خبرتنا فإن التصاميم المقدمة هنا هي المستعملة في معظم التجارب الزراعية. القارئ المهتم في تصاميم أخرى يجب أن يراجع كتبا متقدمة أكثر مثل كتاب: Cochran and Cox (1964).

الخلاصة Summary

الدقة هي قابلية التجربة لاكتشاف تأثير حقيقي للمعاملة. يمكن تحسينها بزيادة المكررات، اختيار المعاملات، التقنية المحسنة لتقليل الاختلاف بين الوحدات المتشابهة في

المعاملة، زيادة حجم الوحدات التجريبية (ضمن حدود). استعمال التباين المترافق، واستخدام تصميم تجريبي أكثر كفاءة.

APPENDIX TABLES

Table A 1. Random Numbers.

To randomize any set of ten items or less, begin at a random point on the table and follow either rows, columns or diagonals in either direction. Write down the numbers in the order they appear, disregarding those which are higher than the number being randomized and those which have appeared before in the series. If you wish to randomize more than ten numbers, pairs of columns or rows can be combined to form two digit numbers and the same process followed as that described above.

8	2	0	3	1	4	5	8	2	1	7	2	7	3	8	3	5	2	9	0	6	3	1	6	4
0	8	7	3	3	1	9	7	5	2	5	7	6	9	8	0	3	6	2	5	1	2	7	5	2
9	3	3	8	6	1	4	2	4	0	2	6	1	8	9	5	2	6	9	8	3	4	0	[illegible]	0
4	7	5	5	6	3	0	7	7	1	9	[illegible]	6	1	7	4	1	7	1	3	7	9	3	3	7
1	9	3	9	5	3	4	9	5	5	2	7	5	8	0	3	4	8	8	1	2	7	5	3	4
2	8	7	8	1	4	1	4	9	4	2	4	1	5	2	9	4	6	2	1	5	2	8	[illegible]	9
8	4	8	5	1	3	9	6	6	0	7	2	1	9	0	2	0	6	7	0	6	0	1	3	0
0	3	8	8	4	7	5	1	5	1	7	3	4	5	2	0	7	4	7	9	6	6	7	7	4
3	5	3	1	9	3	7	4	9	5	0	2	0	1	4	5	2	5	4	5	5	5	0	9	2
3	4	5	9	5	2	7	9	8	9	0	5	5	8	5	1	7	7	3	5	5	4	7	7	2
4	1	5	3	0	9	1	3	7	2	5	8	7	7	1	3	6	3	9	7	8	7	9	[illegible]	7
7	2	9	5	6	7	8	5	4	5	3	4	5	4	1	9	8	6	7	5	7	9	3	1	8
5	9	2	8	9	8	6	4	4	1	5	3	7	7	0	9	0	2	5	6	0	6	1	2	0
1	3	3	3	9	0	5	2	8	7	4	0	9	0	3	7	3	1	7	9	4	5	5	2	8
4	6	0	1	0	8	6	2	1	0	0	5	0	3	1	5	4	9	0	3	7	4	7	0	1
7	7	0	6	6	3	2	8	8	5	8	9	5	6	4	0	5	9	1	8	0	5	4	9	4
3	3	8	5	7	5	7	4	3	4	5	7	9	6	9	5	0	7	7	6	6	8	8	5	9
9	1	7	1	3	6	9	2	9	1	9	4	2	3	3	0	8	1	8	7	7	6	4	7	2
6	2	2	8	0	9	4	5	3	7	2	5	4	6	6	5	6	6	5	0	4	6	5	6	8
1	7	5	9	0	0	2	0	5	6	5	8	5	1	9	5	3	3	7	4	0	5	8	2	4
0	3	9	6	9	4	7	3	5	7	0	6	5	4	7	1	1	8	5	3	2	8	0	9	8
3	0	8	2	8	1	4	4	1	6	7	6	6	9	9	9	7	5	8	9	6	4	5	9	0
9	4	9	1	2	2	0	1	3	2	4	6	7	9	1	8	8	2	9	8	3	2	6	2	9
7	2	5	1	4	4	9	6	5	2	8	5	5	1	0	8	2	6	2	0	6	9	2	2	3
9	9	2	5	7	4	3	1	2	3	6	4	1	5	2	4	0	4	2	2	8	7	1	8	2
2	0	9	1	8	9	4	4	6	1	4	8	6	7	9	2	5	0	6	9	1	3	0	1	2
6	5	2	6	1	2	1	7	7	1	4	7	8	1	4	2	7	3	7	4	0	0	1	2	9
1	2	9	9	6	4	2	5	3	2	7	4	3	2	3	3	8	5	3	3	6	5	5	3	2
3	2	8	3	7	9	6	0	4	8	6	0	5	4	1	1	4	9	0	5	0	9	4	4	1
0	9	3	4	1	1	9	5	8	3	2	4	6	7	3	4	4	9	2	3	7	2	5	7	8
6	7	5	3	4	2	1	5	5	0	1	2	4	7	5	5	2	6	8	7	8	2	8	0	3
9	6	0	1	3	0	5	3	6	6	2	9	6	0	3	4	7	6	1	1	9	1	6	5	3
4	6	9	9	6	7	8	5	8	1	2	9	2	6	2	4	4	9	0	5	5	4	5	2	0
9	7	7	1	9	2	6	5	6	3	3	6	3	6	8	3	9	9	8	7	7	2	7	9	7
7	5	3	3	3	3	7	3	7	6	7	3	9	1	1	2	3	9	0	9	5	9	6	5	7
2	8	1	3	1	3	4	2	1	0	3	1	2	3	2	0	2	3	9	7	7	5	0	6	9
5	0	9	4	8	8	5	5	3	7	9	0	0	0	0	1	9	2	0	6	1	5	8	4	2
3	5	9	0	7	7	0	1	8	1	2	9	3	4	6	9	2	8	9	8	9	8	6	5	5
4	4	8	1	1	7	4	4	7	4	4	4	1	6	5	9	3	6	5	9	8	3	2	4	3
6	3	9	7	0	6	2	5	3	3	2	6	0	5	1	2	4	3	7	1	0	7	8	2	1

TABLE A.2.
Distribution of t

Degrees of Freedom	Probability of Obtaining a Value as Large or Larger					
	0.400	0.200	0.100	0.050	0.010	0.001
1	1.376	3.078	6.314	12.706	63.657	
2	1.061	1.886	2.920	4.303	9.925	31.598
3	0.978	1.638	2.353	3.182	5.841	12.941
4	0.941	1.533	2.132	2.776	4.604	8.610
5	0.920	1.476	2.015	2.571	4.032	6.859
6	0.906	1.440	1.943	2.447	3.707	5.959
7	0.896	1.415	1.895	2.365	3.499	5.405
8	0.889	1.397	1.860	2.306	3.355	5.041
9	0.883	1.383	1.833	2.262	3.250	4.781
10	0.879	1.372	1.812	2.228	3.169	4.587
11	0.876	1.363	1.796	2.201	3.106	4.437
12	0.873	1.356	1.782	2.179	3.055	4.318
13	0.870	1.350	1.771	2.160	3.012	4.221
14	0.868	1.345	1.761	2.145	2.977	4.140
15	0.866	1.341	1.753	2.131	2.947	4.073
16	0.865	1.337	1.746	2.120	2.921	4.015
17	0.863	1.333	1.740	2.110	2.898	3.965
18	0.862	1.330	1.734	2.101	2.878	3.922
19	0.861	1.328	1.729	2.093	2.861	3.883
20	0.860	1.325	1.725	2.086	2.845	3.850
21	0.859	1.323	1.721	2.080	2.831	3.819
22	0.858	1.321	1.717	2.074	2.819	3.792
23	0.858	1.319	1.714	2.069	2.807	3.767
24	0.857	1.318	1.711	2.064	2.797	3.745
25	0.856	1.316	1.708	2.060	2.787	3.725
26	0.856	1.315	1.706	2.056	2.779	3.707
27	0.855	1.314	1.703	2.052	2.771	3.690
28	0.855	1.313	1.701	2.048	2.763	3.674
29	0.854	1.311	1.699	2.045	2.756	3.659
30	0.854	1.310	1.697	2.042	2.750	3.646

Degrees of Freedom	Probability of Obtanining a Value as Large or Larger					
	0.400	0.200	0.100	0.050	0.010	0.001
35	0.852	1.306	1.690	2.030	2.724	3.591
40	0.851	1.303	1.684	2.021	2.704	3.551
45	0.850	1.301	1.680	2.014	2.690	3.520
50	0.849	1.299	1.676	2.008	2.678	3.496
55	0.849	1.297	1.673	2.004	2.669	3.476
60	0.848	1.296	1.671	2.000	2.666	3.460
70	0.847	1.294	1.667	1.994	2.648	3.435
80	0.847	1.293	1.665	1.989	2.638	3.416
90	0.846	1.291	1.662	1.986	2.631	3.402
100	0.846	1.290	1.661	1.982	2.625	3.390
120	0.845	1.289	1.658	1.980	2.617	3.373
∞	0.8416	1.2816	1.6448	1.9600	2.5758	3.2905

[a]Parts of this table are taken from Table III of Fisher and Yates: *Statistical Tables for Biological*, Agricultural, and Medical Research, published by Longman Group Ltd., London (previously published by Oliver & Boyd, Edinburgh), by permission of the authors and publishers. Other parts were calculated following Chen and Makowsky (see footnote to Table A.3).

TABLE A.3
10%, 5% and 1% points for the F distribution.*

DF For Denom	P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
		Degrees of Freedom for Numerator (Greater Mean Square)																			
1	.10	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19	60.47	60.71	60.90	61.07	61.22	61.35	61.46	61.57	61.66	61.74
	.05	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246	246	247	247	248	248
	.01	4,052	4,999	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,981	6,022	6,056	6,083	6,106	6,126	6,143	6,157	6,170	6,181	6,191	6,201	6,209
2	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41	9.41	9.42	9.42	9.43	9.43	9.44	9.44	9.44
	.05	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.42	19.42	19.43	19.43	19.44	19.44	19.44	19.45
	.01	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.41	99.42	99.42	99.43	99.43	99.44	99.44	99.44	99.45	99.45
3	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22	5.21	5.20	5.20	5.20	5.19	5.19	5.19	5.18
	.05	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.69	8.68	8.67	8.67	8.66
	.01	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.13	27.05	26.98	26.92	26.87	26.83	26.79	26.75	26.72	26.69
4	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90	3.89	3.88	3.87	3.86	3.86	3.85	3.85	3.84
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80
	.01	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.45	14.37	14.31	14.25	14.20	14.15	14.11	14.08	14.05	14.02
5	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27	3.26	3.25	3.24	3.23	3.22	3.22	3.21	3.21
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56
	.01	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72	9.68	9.64	9.61	9.58	9.55
6	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90	2.89	2.88	2.87	2.86	2.85	2.85	2.84	2.84
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.88	3.87
	.01	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56	7.52	7.48	7.45	7.42	7.40

*The points of this table were calculated from Hubert J. Chen and A. B. Makowsky, "On Approximations to the F-Distribution and Its Inverse," Report 78-3, Memphis State University, Department of Mathematical Sciences (1978).

TABLE A.3.
Continued.

DF For Denom	P	Degrees of Freedom for Numerator (Greater Mean Square) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67	2.65	2.64	2.63	2.62	2.61	2.61	2.60	2.59
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44
	.01	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31	6.28	6.24	9.21	6.18	6.16
8	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.58	2.54	2.52	2.50	2.49	2.48	2.46	2.45	2.45	2.44	2.43	2.42
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15
	.01	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52	5.48	5.44	5.41	5.38	5.36
9	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.33	2.32	2.31	2.30	2.30
	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94
	.01	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.01	4.96	4.92	4.89	4.86	4.83	4.81
10	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28	2.27	2.26	2.24	2.23	2.22	2.22	2.21	2.20
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.83	2.81	2.80	2.79	2.77
	.01	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56	4.52	4.49	4.46	4.43	4.41
11	.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21	2.19	2.18	2.17	2.16	2.15	2.14	2.13	2.12
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25	4.21	4.18	4.15	4.12	4.10
12	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15	2.13	2.12	2.10	2.09	2.08	2.08	2.07	2.06
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01	3.97	3.94	3.91	3.88	3.86

13	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10	2.08	2.07	2.05	2.04	2.03	2.02	2.01	2.01
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82	3.78	3.75	3.72	3.69	3.66
14	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	2.00	1.99	1.98	1.97	1.96
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51
15	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99	1.97	1.96	1.95	1.94	1.93	1.92
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.57	3.49	3.45	3.42	3.40	3.37
16	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.95	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	1.89
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28
	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.76	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45	3.41	3.37	3.34	3.31	3.28	3.26
17	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.93	1.91	1.90	1.89	1.88	1.87	1.86
	.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31	3.27	3.24	3.21	3.19	3.16
18	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92	1.90	1.89	1.87	1.86	1.85	1.84	1.84
	.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23	3.19	3.16	3.13	3.10	3.08
19	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.93	1.91	1.89	1.88	1.86	1.85	1.84	1.83	1.82	1.81
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00
20	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.84	1.83	1.82	1.81	1.80	1.79
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12
	.10	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09	3.05	3.02	2.99	2.96	2.94

TABLE A.3.
Continued.

DF For Denom	P	Degrees of Freedom for Numerator (Greater Mean Square) 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	.10	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.90	1.87	1.86	1.84	1.83	1.81	1.80	1.79	1.78	1.78
	.05	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.11	2.10
	.01	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.12	3.07	3.03	2.99	2.96	2.93	2.90	2.88
22	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86	1.84	1.83	1.81	1.80	1.79	1.78	1.77	1.76
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.20	2.17	2.15	2.13	2.11	2.10	2.08	2.07
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.88	2.85	2.83
23	.10	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.84	1.83	1.81	1.80	1.78	1.77	1.76	1.75	1.74
	.05	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.08	2.06	2.05
	.01	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	3.02	2.97	2.93	2.89	2.86	2.83	2.80	2.78
24	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.77	1.76	1.75	1.74	1.73
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74
25	.10	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.84	1.82	1.80	1.79	1.77	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72
	.05	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.14	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01
	.01	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.06	2.99	2.94	2.89	2.85	2.81	2.78	2.75	2.72	2.70
26	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.83	1.81	1.79	1.77	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.71
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.12	2.09	2.07	2.05	2.03	2.02	2.00	1.99
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96	2.90	2.86	2.81	2.78	2.75	2.72	2.69	2.66

27	.10	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.74	1.72	1.71	1.70	1.70
	.05	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.10	2.08	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99	1.97
	.01	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.99	2.93	2.87	2.82	2.78	2.75	2.71	2.68	2.66	2.63
28	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79	1.77	1.75	1.74	1.73	1.71	1.70	1.69	1.69
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99	1.97	1.96
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.84	2.79	2.75	2.72	2.68	2.65	2.63	2.60
29	.10	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.80	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.68	1.68
	.05	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.08	2.05	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94
	.01	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.93	2.87	2.81	2.77	2.73	2.69	2.66	2.63	2.60	2.57
30	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.74	1.72	1.71	1.70	1.69	1.68	1.67
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70	2.66	2.63	2.60	2.57	2.55
32	.10	2.87	2.48	2.26	2.13	2.04	1.97	1.91	1.87	1.83	1.81	1.78	1.76	1.74	1.72	1.71	1.69	1.68	1.67	1.66	1.65
	.05	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.10	2.07	2.04	2.01	1.99	1.97	1.95	1.94	1.92	1.91
	.01	7.50	5.34	4.46	3.97	3.65	3.43	3.26	3.13	3.02	2.93	2.86	2.80	2.74	2.70	2.65	2.62	2.58	2.55	2.53	2.50
34	.10	2.86	2.47	2.25	2.12	2.02	1.96	1.90	1.86	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.68	1.67	1.66	1.65	1.64
	.05	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.02	1.99	1.97	1.95	1.93	1.92	1.90	1.89
	.01	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.39	3.22	3.09	2.98	2.89	2.82	2.76	2.70	2.66	2.61	2.58	2.54	2.51	2.49	2.46
36	.10	2.85	2.46	2.24	2.11	2.01	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.68	1.67	1.66	1.65	1.64	1.63
	.05	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92	1.90	1.88	1.87
	.01	7.40	5.25	4.38	3.89	3.57	3.35	3.15	3.05	2.95	2.86	2.79	2.72	2.67	2.62	2.58	2.54	2.51	2.48	2.45	2.43
38	.10	2.84	2.45	2.23	2.10	2.01	1.94	1.88	1.84	1.80	1.77	1.75	1.72	1.70	1.69	1.67	1.66	1.65	1.63	1.62	1.61
	.05	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.99	1.96	1.94	1.92	1.90	1.88	1.87	1.85
	.01	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.32	3.15	3.02	2.92	2.83	2.75	2.69	2.64	2.59	2.55	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40

TABLE A.1.
Continued.

DF For Denom	P	Degrees of Freedom for Numerator (Greater Mean Square)																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
40	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.68	1.66	1.65	1.64	1.62	1.61	1.61
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52	2.48	2.45	2.42	2.39	2.37
42	.10	2.83	2.43	2.22	2.08	1.99	1.92	1.86	1.82	1.78	1.75	1.73	1.71	1.69	1.67	1.66	1.64	1.63	1.62	1.61	1.60
	.05	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.03	1.99	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.84	1.83
	.01	7.28	5.15	4.29	3.80	3.49	3.27	3.10	2.97	2.86	2.78	2.70	2.64	2.59	2.54	2.50	2.46	2.43	2.40	2.37	2.34
44	.10	2.82	2.43	2.21	2.08	1.98	1.91	1.86	1.81	1.78	1.75	1.72	1.70	1.68	1.66	1.65	1.63	1.62	1.61	1.60	1.59
	.05	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98	1.95	1.92	1.90	1.88	1.86	1.84	1.83	1.81
	.01	7.25	5.12	4.26	3.78	3.47	3.24	3.08	2.95	2.84	2.75	2.68	2.62	2.56	2.52	2.47	2.44	2.40	2.37	2.35	2.32
46	.10	2.82	2.42	2.21	2.07	1.98	1.91	1.85	1.81	1.77	1.74	1.71	1.69	1.67	1.65	1.64	1.63	1.61	1.60	1.59	1.58
	.05	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.15	2.09	2.04	2.00	1.97	1.94	1.91	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.80
	.01	7.22	5.10	4.24	3.76	3.44	3.22	3.06	2.93	2.82	2.73	2.66	2.60	2.54	2.50	2.45	2.42	2.38	2.35	2.33	2.30
48	.10	2.81	2.42	2.20	2.07	1.97	1.90	1.85	1.80	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	1.63	1.62	1.61	1.59	1.58	1.57
	.05	4.04	3.19	2.80	2.57	2.41	2.29	2.21	2.14	2.08	2.03	1.99	1.96	1.93	1.90	1.88	1.86	1.84	1.82	1.81	1.79
	.01	7.19	5.08	4.22	3.74	3.43	3.20	3.04	2.91	2.80	2.71	2.64	2.58	2.53	2.48	2.44	2.40	2.37	2.33	2.31	2.28
50	.10	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76	1.73	1.70	1.68	1.66	1.64	1.63	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57
	.05	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78
	.01	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42	2.38	2.35	2.32	2.29	2.27

55	.10	2.80	2.40	2.19	2.05	1.95	1.88	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.65	1.63	1.61	1.60	1.59	1.58	1.56	1.55
	.05	4.02	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.85	1.83	1.81	1.79	1.78	1.76
	.01	7.12	5.01	4.16	3.68	3.37	3.15	2.98	2.85	2.75	2.66	2.59	2.53	2.47	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.25	2.23
60	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66	1.64	1.62	1.60	1.59	1.58	1.56	1.55	1.54
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20
65	.10	2.78	2.39	2.17	2.03	1.94	1.87	1.81	1.77	1.73	1.70	1.67	1.65	1.63	1.61	1.59	1.58	1.57	1.55	1.54	1.53
	.05	3.99	3.14	2.75	2.51	2.36	2.24	2.15	2.08	2.03	1.98	1.94	1.90	1.87	1.85	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.73
	.01	7.04	4.95	4.10	3.62	3.31	3.09	2.93	2.80	2.69	2.61	2.53	2.47	2.42	2.37	2.33	2.29	2.26	2.23	2.20	2.17
70	.10	2.78	2.38	2.16	2.03	1.93	1.86	1.80	1.76	1.72	1.69	1.66	1.64	1.62	1.60	1.59	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53
	.05	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.93	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.77	1.75	1.74	1.72
	.01	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.91	2.78	2.67	2.59	2.51	2.45	2.40	2.35	2.31	2.27	2.23	2.20	2.18	2.15
80	.10	2.77	2.37	2.15	2.02	1.92	1.85	1.79	1.75	1.71	1.68	1.65	1.63	1.61	1.59	1.57	1.56	1.55	1.53	1.52	1.51
	.05	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70
	.01	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27	2.23	2.20	2.17	2.14	2.12
100	.10	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.57	1.56	1.54	1.53	1.52	1.50	1.49
	.05	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	7.88	1.68
	.01	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.27	2.22	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07
120	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.63	1.60	1.58	1.56	1.55	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.78	1.75	1.73	1.71	1.69	1.67	1.66
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.09	2.06	2.03
150	.10	2.74	2.34	2.12	1.98	1.89	1.81	1.76	1.71	1.67	1.64	1.61	1.59	1.57	1.55	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	1.47
	.05	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73	1.71	1.69	1.67	1.66	1.64
	.01	6.81	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.31	2.25	2.20	2.16	2.12	2.08	2.06	2.03	2.00

TABLE A.3.
Continued.

DF For Denom	P	Degrees of Freedom for Numerator (Greater Mean Square)																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
200	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.58	1.56	1.54	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46
	.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.64	1.62
	.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13	2.09	2.06	2.03	2.00	1.97
400	.10	2.72	2.32	2.10	1.96	1.86	1.79	1.73	1.69	1.65	1.61	1.59	1.56	1.54	1.52	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44
	.05	3.86	3.02	2.63	2.39	2.24	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.51	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.65	1.63	1.61	1.60
	.01	6.70	4.66	3.83	3.37	3.06	2.85	2.68	2.56	2.45	2.37	2.29	2.23	2.17	2.13	2.08	2.05	2.01	1.98	1.95	1.92
1000	.10	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64	1.61	1.58	1.55	1.53	1.51	1.49	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43
	.05	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.80	1.76	1.73	1.70	1.68	1.65	1.63	1.61	1.60	1.58
	.01	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.27	2.20	2.15	2.10	2.06	2.02	1.98	1.95	1.92	1.90
∞	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55	1.52	1.50	1.49	1.47	1.45	1.44	1.43	1.42
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.64	1.62	1.60	1.58	1.57
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.13	2.08	2.04	1.99	1.96	1.93	1.90	1.88

TABLE A.4.
Significant studentized factors (R) to multiply by LSD for testing means at various ranges (p), 5% level; n = degrees of freedom for "error."

n	p: 2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	50	100
4	1.00	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02
5	1.00	1.03	1.04	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05
6	1.00	1.03	1.05	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06
7	1.00	1.04	1.06	1.07	1.07	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08	1.08
8	1.00	1.04	1.06	1.08	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09
9	1.00	1.04	1.07	1.08	1.09	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10
10	1.00	1.05	1.07	1.09	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10
11	1.00	1.05	1.08	1.09	1.10	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.12	1.12	1.12	1.12
12	1.00	1.05	1.08	1.09	1.10	1.11	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.13	1.13	1.13	1.13
13	1.00	1.05	1.08	1.09	1.10	1.11	1.12	1.12	1.12	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13	1.13
14	1.00	1.05	1.08	1.10	1.11	1.12	1.13	1.13	1.13	1.14	1.14	1.14	1.14	1.15	1.15	1.15
15	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.12	1.13	1.14	1.14	1.14	1.14	1.15	1.15	1.15	1.15	1.15
16	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.12	1.13	1.14	1.14	1.14	1.15	1.15	1.16	1.16	1.16	1.16
17	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.13	1.13	1.14	1.14	1.15	1.15	1.16	1.16	1.16	1.16	1.16
18	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.13	1.13	1.14	1.14	1.15	1.15	1.16	1.16	1.17	1.17	1.17
19	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.13	1.14	1.15	1.15	1.15	1.16	1.16	1.17	1.17	1.17	1.17
20	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.13	1.14	1.15	1.15	1.15	1.16	1.17	1.17	1.17	1.18	1.18
22	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.13	1.14	1.15	1.15	1.16	1.17	1.18	1.18	1.18	1.18	1.18
24	1.00	1.05	1.09	1.10	1.12	1.13	1.14	1.15	1.15	1.16	1.17	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19
26	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.13	1.15	1.15	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.19	1.19	1.19
28	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.14	1.15	1.16	1.16	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.20	1.20
30	1.00	1.05	1.08	1.11	1.12	1.14	1.15	1.16	1.16	1.17	1.18	1.19	1.19	1.20	1.20	1.20
40	1.00	1.05	1.08	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16	1.16	1.17	1.18	1.20	1.20	1.21	1.21	1.21
60	1.00	1.05	1.09	1.11	1.13	1.14	1.16	1.17	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.23
100	1.00	1.05	1.09	1.11	1.14	1.15	1.16	1.18	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.26
∞	1.00	1.05	1.09	1.12	1.14	1.15	1.17	1.18	1.18	1.19	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.30	1.32

TABLE A.5.
Significant studentized factors (R) to multiply by LSD for testing means at various ranges (p), 1% level; n = degrees of freedom for "error."

n	p: 2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	50	100
3	1.00	1.03	1.04	1.05	1.07	1.08	1.08	1.09	1.09	1.09	1.10	1.11	1.13	1.13	1.13	1.13
4	1.00	1.04	1.06	1.08	1.09	1.09	1.11	1.11	1.12	1.12	1.14	1.14	1.15	1.15	1.15	1.15
5	1.00	1.05	1.07	1.08	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.16	1.16	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19
6	1.00	1.05	1.08	1.09	1.11	1.12	1.14	1.15	1.15	1.16	1.18	1.18	1.20	1.20	1.20	1.20
7	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.13	1.15	1.16	1.17	1.17	1.19	1.19	1.21	1.21	1.21	1.21
8	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.20	1.20	1.22	1.22	1.22	1.23
9	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.14	1.16	1.17	1.17	1.20	1.20	1.22	1.24	1.24	1.24	1.24
10	1.00	1.05	1.09	1.11	1.13	1.15	1.16	1.17	1.18	1.20	1.21	1.22	1.24	1.24	1.24	1.24
11	1.00	1.05	1.09	1.11	1.13	1.14	1.15	1.17	1.17	1.19	1.20	1.22	1.23	1.23	1.23	1.23
12	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.20	1.21	1.21	1.22	1.22	1.22
13	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.21	1.21	1.21
14	1.00	1.05	1.08	1.10	1.12	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.20	1.20	1.20	1.20
15	1.00	1.05	1.08	1.10	1.11	1.13	1.14	1.16	1.16	1.18	1.18	1.19	1.20	1.20	1.20	1.20
16	1.00	1.05	1.08	1.10	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.19	1.20	1.20	1.20
17	1.00	1.05	1.08	1.10	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.19	1.19	1.19	1.19
18	1.00	1.05	1.08	1.10	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19	1.19
19	1.00	1.05	1.07	1.09	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19
20	1.00	1.05	1.07	1.09	1.11	1.13	1.14	1.15	1.15	1.17	1.18	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19
22	1.00	1.05	1.07	1.09	1.11	1.12	1.14	1.15	1.15	1.17	1.17	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19
24	1.00	1.05	1.07	1.09	1.11	1.12	1.13	1.15	1.15	1.17	1.17	1.18	1.19	1.19	1.20	1.20
26	1.00	1.05	1.07	1.09	1.11	1.12	1.13	1.15	1.15	1.17	1.18	1.18	1.19	1.19	1.20	1.20
28	1.00	1.04	1.07	1.09	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.17	1.18	1.18	1.19	1.19	1.21	1.21
30	1.00	1.04	1.07	1.09	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.17	1.18	1.19	1.19	1.20	1.21	1.21
40	1.00	1.04	1.07	1.09	1.11	1.12	1.14	1.14	1.15	1.17	1.18	1.19	1.20	1.20	1.22	1.23
60	1.00	1.04	1.07	1.09	1.11	1.12	1.14	1.15	1.15	1.17	1.18	1.19	1.20	1.20	1.24	1.24
100	1.00	1.04	1.07	1.09	1.11	1.12	1.14	1.15	1.15	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.25	1.25
∞	1.00	1.04	1.07	1.09	1.11	1.12	1.14	1.15	1.15	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.26	1.26

TABLE A.6.
Distribution of χ^2 (Chi-Square)*

Degrees of Freedom	Probability of Obtaining a Value as Large or Larger							
	.99	.95	.90	.50	.10	.05	.01	.001
1	.0002	.00393	.0158	.455	2.706	3.841	6.635	10.827
2	.0201	.103	.211	1.386	4.605	5.991	9.210	13.815
3	.115	.352	.584	2.366	6.251	7.815	11.345	16.268
4	.297	.711	1.064	3.357	7.779	9.488	13.277	18.465
5	.554	1.145	1.610	4.351	9.236	11.070	15.086	20.517
6	.872	1.635	2.204	5.348	10.645	12.592	16.812	22.457
7	1.239	2.167	2.833	6.346	12.017	14.067	18.475	24.322
8	1.646	2.733	3.490	7.344	13.362	15.507	20.090	26.125
9	2.088	3.325	4.168	8.343	14.684	16.919	21.666	27.877
10	2.558	3.940	4.865	9.342	15.987	18.307	23.209	29.588
11	3.053	4.575	5.578	10.341	17.275	19.675	24.725	31.264
12	3.571	5.226	6.304	11.340	18.549	21.026	26.217	32.909
13	4.107	5.892	7.042	12.340	19.812	22.362	27.688	34.528
14	4.660	6.571	7.790	13.339	21.064	23.685	29.141	36.123
15	5.229	7.261	8.547	14.339	22.307	24.996	30.578	37.697
16	5.812	7.962	9.312	15.338	23.542	26.296	32.000	29.252
17	6.408	8.672	10.085	16.338	24.769	27.587	33.409	40.790
18	7.015	9.390	10.865	17.338	25.989	28.869	34.805	42.312
19	7.633	10.117	11.651	18.338	27.204	30.144	36.191	43.820
20	8.260	10.851	12.443	19.337	28.412	31.410	37.566	45.315
21	8.897	11.591	13.240	20.337	29.615	32.671	38.932	46.797
22	9.542	12.338	14.041	21.337	30.813	33.924	40.289	48.268
23	10.196	13.091	14.848	22.337	32.007	35.172	41.638	49.728
24	10.856	13.848	15.659	23.337	33.196	36.415	42.980	51.179
25	11.524	14.611	16.473	24.337	34.382	37.652	44.314	52.620
26	12.198	15.379	17.292	25.336	35.563	38.885	45.642	54.052
27	12.879	16.151	18.114	26.336	36.741	40.113	46.963	55.476
28	13.565	16.928	18.939	27.336	37.916	41.337	48.278	56.893
29	14.256	17.708	19.768	28.336	39.087	42.557	49.588	58.302
30	14.953	18.493	20.599	29.336	40.256	43.773	50.892	59.703

*Table A.6 is abridged from Table IV of Fisher and Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*, published by Longman Group Ltd., London (previously published by Oliver and Boyd, Edinburgh), by permission of the authors and publishers.

TABLE A.7.
Values of the correlation coefficient, r, for certain levels of significance.*

Degrees of Freedom	Probability of Obtaining a Value as Large or Larger .1	.05	.01	.001
1	.9879	.9969	.9999	1.0000
2	.9000	.9500	.9900	.9990
3	.8054	.8783	.9587	.9912
4	.7293	.8114	.9172	.9741
5	.6694	.7545	.8745	.9507
6	.6215	.7067	.8343	.9249
7	.5822	.6664	.7977	.8982
8	.5494	.6319	.7646	.8721
9	.5214	.6021	.7348	.8471
10	.4973	.5760	.7079	.8233
11	.4762	.5529	.6835	.8010
12	.4575	.5324	.6614	.7800
13	.4409	.5139	.6411	.7603
14	.4259	.4973	.6226	.7420
15	.4124	.4821	.6055	.7246
16	.4000	.4683	.5897	.7084
17	.3887	.4555	.5751	.6932
18	.3783	.4438	.5614	.6787
19	.3687	.4329	.5487	.6652
20	.3598	.4227	.5368	.6524
25	.3233	.3809	.4869	.5974
30	.2960	.3494	.4487	.5541
35	.2746	.3246	.4182	.5189
40	.2573	.3044	.3932	.4896
45	.2428	.2875	.3721	.4648
50	.2306	.2732	.3541	.4433
60	.2108	.2500	.3248	.4078
70	.1954	.2319	.3017	.3799
80	.1829	.2172	.2830	.3568
90	.1726	.2050	.2673	.3375
100	.1638	.1946	.2540	.3211

*Table A.7 is abridged from Table VI of Fisher and Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*, published by Longman Group Ltd., London (previously published by Oliver and Boyd, Edinburgh), by permission of the authors and publishers.

TABLE A.8.
The angular transformation of percentages to degrees[a]

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	5.7	8.1	10.0	11.5	12.9	14.2	15.3	16.4	17.5
10	18.4	19.4	20.3	21.1	22.0	22.8	23.6	24.4	25.1	25.8
20	26.6	27.3	28.0	28.7	29.3	30.0	30.7	31.3	31.9	32.6
30	33.2	33.8	34.4	35.1	35.7	36.3	36.9	37.5	38.1	38.6
40	39.2	39.8	40.4	41.0	41.6	42.1	42.7	43.3	43.9	44.4
50	45.0	45.6	46.1	46.7	47.3	47.9	48.4	49.0	49.6	50.2
60	50.8	51.4	51.9	52.5	53.1	53.7	54.3	54.9	55.6	56.2
70	56.8	57.4	58.1	58.7	59.3	60.0	60.7	61.3	62.0	62.7
80	63.4	64.2	64.9	65.6	66.4	67.2	68.0	68.9	69.7	70.6
90	71.6	72.5	73.6	74.7	75.8	77.1	78.5	80.0	81.9	84.3
100	90.0	—	—	—	—	—	—	—	—	—

[a]Table A.8 is abridged from Table X of Fisher and Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*, published by Longman Group Ltd., London (previously published by Oliver and Boyd, Edinburgh), by permission of the authors and publishers.

TABLE A.9.
Logarithms.

Natural Numbers	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Proportional Parts								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13

30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

TABLE A.9
Continued.

Natural Numbers	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Proportional Parts 1	2	2	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7400	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7979	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
63	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5

75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

TABLE A.10.
Squares and square roots.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
1.00	1.0000	1.00000	3.16228	1.30	1.6900	1.14018	3.60555
1.01	1.0201	1.00499	3.17805	1.31	1.7161	1.14455	3.61939
1.02	1.0404	1.00995	3.19374	1.32	1.7424	1.14891	3.63318
1.03	1.0609	1.01489	3.20936	1.33	1.7689	1.15326	3.64692
1.04	1.0816	1.01980	3.22490	1.34	1.7956	1.15758	3.66060
1.05	1.1025	1.02470	3.24037	1.35	1.8225	1.16190	3.67423
1.06	1.1236	1.02956	3.25576	1.36	1.8496	1.16619	3.68782
1.07	1.1449	1.03441	3.27109	1.37	1.8769	1.17047	3.70135
1.08	1.1664	1.03923	3.28634	1.38	1.9044	1.17473	3.71484
1.09	1.1881	1.04403	3.30151	1.39	1.9321	1.17898	3.72827
1.10	1.2100	1.04881	3.31662	1.40	1.9600	1.18322	3.74166
1.11	1.2321	1.05357	3.33167	1.41	1.9881	1.18743	3.75500
1.12	1.2544	1.05830	3.34664	1.42	2.0164	1.19164	3.76829
1.13	1.2769	1.06301	3.36155	1.43	2.0449	1.19583	3.78153
1.14	1.2996	1.06771	3.37639	1.44	2.0736	1.20000	3.79473
1.15	1.3225	1.07238	3.39116	1.45	2.1025	1.20416	3.80789
1.16	1.3456	1.07703	3.40588	1.46	2.1316	1.20830	3.82099
1.17	1.3689	1.08167	3.42053	1.47	2.1609	1.21244	3.83406
1.18	1.3924	1.08628	3.43511	1.48	2.1904	1.21655	3.84708
1.19	1.4161	1.09087	3.44964	1.49	2.2201	1.22066	3.86005
1.20	1.4400	1.09545	3.46410	1.50	2.2500	1.22474	3.87298
1.21	1.4641	1.10000	3.47851	1.51	2.2801	1.22882	3.88587
1.22	1.4884	1.10454	3.49285	1.52	2.3104	1.23288	3.89872
1.23	1.5129	1.10905	3.50714	1.53	2.3409	1.23693	3.91152
1.24	1.5376	1.11355	3.52136	1.54	2.3716	1.24097	3.92428
1.25	1.5625	1.11803	3.53553	1.55	2.4025	1.24499	3.93700
1.26	1.5876	1.12250	3.54965	1.56	2.4336	1.24900	3.94968
1.27	1.6129	1.12694	3.56371	1.57	2.4649	1.25300	3.96232
1.28	1.6384	1.13137	3.57771	1.58	2.4964	1.25698	3.97492
1.29	1.6641	1.13578	3.59166	1.59	2.5281	1.26095	3.98748

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
1.60	2.5600	1.26491	4.00000	1.90	3.6100	1.37840	4.35890
1.61	2.5921	1.26886	4.01248	1.91	3.6481	1.38203	4.37035
1.62	2.6244	1.27279	4.02492	1.92	3.6864	1.38564	4.38178
1.63	2.6569	1.27671	4.03733	1.93	3.7249	1.38924	4.39318
1.64	2.6896	1.28062	4.04969	1.94	3.7636	1.39284	4.40454
1.65	2.7225	1.28452	4.06202	1.95	3.8025	1.39642	4.41588
1.66	2.7556	1.28841	4.07431	1.96	3.8416	1.40000	4.42719
1.67	2.7889	1.29228	4.08656	1.97	3.8809	1.40357	4.43847
1.68	2.8224	1.29615	4.09878	1.98	3.9204	1.40712	4.44972
1.69	2.8561	1.30000	4.11096	1.99	3.9601	1.41067	4.46094
1.70	2.8900	1.30384	4.12311	2.00	4.0000	1.41421	4.47214
1.71	2.9241	1.30767	4.13521	2.01	4.0401	1.41774	4.48330
1.72	2.9584	1.31149	4.14729	2.02	4.0804	1.42127	4.49444
1.73	2.9929	1.31529	4.15933	2.03	4.1209	1.42478	4.50555
1.74	3.0276	1.31909	4.17133	2.04	4.1616	1.42829	4.51664
1.75	3.0625	1.32288	4.18330	2.05	4.2025	1.43178	4.52769
1.76	3.0976	1.32665	4.19524	2.06	4.2436	1.43527	4.53872
1.77	3.1329	1.33041	4.20714	2.07	4.2849	1.43875	4.54973
1.78	3.1684	1.33417	4.21900	2.08	4.3264	1.44222	4.56070
1.79	3.2041	1.33791	4.23084	2.09	4.3681	1.44568	4.57165
1.80	3.2400	1.34164	4.24264	2.10	4.4100	1.44914	4.58258
1.81	3.2761	1.34536	4.25441	2.11	4.4521	1.45258	4.59347
1.82	3.3124	1.34907	4.26615	2.12	4.4944	1.45602	4.60435
1.83	3.3489	1.35277	4.27785	2.13	4.5369	1.45945	4.61519
1.84	3.3856	1.35647	4.28952	2.14	4.5796	1.46287	4.62601
1.85	3.4225	1.36015	4.30116	2.15	4.6225	1.46629	4.63681
1.86	3.4596	1.36382	4.31277	2.16	4.6656	1.46969	4.64758
1.87	3.4969	1.36748	4.32435	2.17	4.7089	1.47309	4.65833
1.88	3.5344	1.37113	4.33590	2.18	4.7524	1.47648	4.66905
1.89	3.5721	1.37477	4.34741	2.19	4.7961	1.47986	4.67974

TABLE A.10.
[illegible]

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
2.20	4.8400	1.48324	4.69042	2.50	6.2500	1.58114	5.00000
2.21	4.8841	1.48661	4.70106	2.51	6.3001	1.58430	5.00999
2.22	4.9284	1.48997	4.71169	2.52	6.3504	1.58745	5.01996
2.23	4.9729	1.49332	4.72229	2.53	6.4009	1.59060	5.02991
2.24	5.0176	1.49666	4.73286	2.54	6.4516	1.59374	5.03984
2.25	5.0625	1.50000	4.74342	2.55	6.5025	1.59687	5.04975
2.26	5.1076	1.50333	4.75395	2.56	6.5536	1.60000	5.05964
2.27	5.1529	1.50665	4.76445	2.57	6.6049	1.60312	5.06952
2.28	5.1984	1.50997	4.77493	2.58	6.6564	1.60624	5.07937
2.29	5.2441	1.51327	4.78539	2.59	6.7081	1.60935	5.08920
2.30	5.2900	1.51658	4.79583	2.60	6.7600	1.61245	5.09902
2.31	5.3361	1.51987	4.80625	2.61	6.8121	1.61555	5.10882
2.32	5.3824	1.52315	4.81664	2.62	6.8644	1.61864	5.11859
2.33	5.4289	1.52643	4.82701	2.63	6.9169	1.62173	5.12835
2.34	5.4756	1.52971	4.83735	2.64	6.9696	1.62481	5.13809
2.35	5.5225	1.53297	4.84768	2.65	7.0225	1.62788	5.14782
2.36	5.5696	1.53623	4.85798	2.66	7.0756	1.63095	5.15752
2.37	5.6169	1.53948	4.86826	2.67	7.1289	1.63401	5.16720
2.38	5.6644	1.54272	4.87852	2.68	7.1824	1.63707	5.17687
2.39	5.7121	1.54596	4.88876	2.69	7.2361	1.64012	5.18652
2.40	5.7600	1.54919	4.89898	2.70	7.2900	1.64317	5.19615
2.41	5.8081	1.55242	4.90918	2.71	7.3441	1.64621	5.20577
2.42	5.8564	1.55563	4.91935	2.72	7.3984	1.64924	5.21536
2.43	5.9049	1.55885	4.92950	2.73	7.4529	1.65227	5.22494
2.44	5.9536	1.56205	4.93964	2.74	7.5076	1.65529	5.23450
2.45	6.0025	1.56525	4.94975	2.75	7.5625	1.65831	5.24404
2.46	6.0516	1.56844	4.95984	2.76	7.6176	1.66132	5.25357
2.47	6.1009	1.57162	4.96991	2.77	7.6729	1.66433	5.26308
2.48	6.1504	1.57480	4.97996	2.78	7.7284	1.66733	5.27257
2.49	6.2001	1.57797	4.98999	2.79	7.7841	1.67033	5.28205

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
2.80	7.8400	1.67332	5.29150	3.10	9.6100	1.76068	5.56776
2.81	7.8961	1.67631	5.30094	3.11	9.6721	1.76352	5.57674
2.82	7.9524	1.67929	5.31037	3.12	9.7344	1.76635	5.58570
2.83	8.0089	1.68226	5.31977	3.13	9.7969	1.76918	5.59464
2.84	8.0656	1.68523	5.32917	3.14	9.8596	1.77200	5.60357
2.85	8.1225	1.68819	5.33854	3.15	9.9225	1.77482	5.61249
2.86	8.1796	1.69115	5.34790	3.16	9.9856	1.77764	5.62139
2.87	8.2369	1.69411	5.35724	3.17	10.0489	1.78045	5.63028
2.88	8.2944	1.69706	5.36656	3.18	10.1124	1.78326	5.63915
2.89	8.3521	1.70000	5.37587	3.19	10.1761	1.78606	5.64801
2.90	8.4100	1.70294	5.38516	3.20	10.2400	1.78885	5.65685
2.91	8.4681	1.70587	5.39444	3.21	10.3041	1.79165	5.66569
2.92	8.5264	1.70880	5.40370	3.22	10.3684	1.79444	5.67450
2.93	8.5849	1.71172	5.41295	3.23	10.4329	1.79722	5.68331
2.94	8.6436	1.71464	5.42218	3.24	10.4976	1.80000	5.69210
2.95	8.7025	1.71756	5.43139	3.25	10.5625	1.80278	5.70088
2.96	8.7616	1.72047	5.44059	3.26	10.6276	1.80555	5.70964
2.97	8.8209	1.72337	5.44977	3.27	10.6929	1.80831	5.71839
2.98	8.8804	1.72627	5.45894	3.28	10.7584	1.81108	5.72713
2.99	8.9401	1.72916	5.46809	3.29	10.8241	1.81384	5.73585
3.00	9.0000	1.73205	5.47723	3.30	10.8900	1.81659	5.74456
3.01	9.0601	1.73494	5.48635	3.31	10.9561	1.81934	5.75326
3.02	9.1204	1.73781	5.49545	3.32	11.0224	1.82209	5.76194
3.03	9.1809	1.74069	5.50454	3.33	11.0889	1.82483	5.77062
3.04	9.2416	1.74356	5.51362	3.34	11.1556	1.82757	5.77927
3.05	9.3025	1.74642	5.52268	3.35	11.2225	1.83030	5.78792
3.06	9.3636	1.74929	5.53173	3.36	11.2896	1.83303	5.79655
3.07	9.4249	1.75214	5.54076	3.37	11.3569	1.83576	5.80517
3.08	9.4864	1.75499	5.54977	3.38	11.4244	1.83848	5.81378
3.09	9.5481	1.75784	5.55878	3.39	11.4921	1.84120	5.82237

TABLE A.10.
Continued

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
3.40	11.5600	1.84391	5.83095	3.70	13.6900	1.92354	6.08276
3.41	11.6281	1.84662	5.83952	3.71	13.7641	1.92614	6.09098
3.42	11.6964	1.84932	5.84808	3.72	13.8384	1.92873	6.09918
3.43	11.7649	1.85203	5.85662	3.73	13.9129	1.93132	6.10737
3.44	11.8336	1.85472	5.86515	3.74	13.9876	1.93391	6.11555
3.45	11.9025	1.85742	5.87367	3.75	14.0625	1.93649	6.12372
3.46	11.9716	1.86011	5.88218	3.76	14.1376	1.93907	6.13188
3.47	12.0409	1.86279	5.89067	3.77	14.2129	1.94165	6.14003
3.48	12.1104	1.86548	5.89915	3.78	14.2884	1.94422	6.14817
3.49	12.1801	1.86815	5.90762	3.79	14.3641	1.94679	6.15630
3.50	12.2500	1.87083	5.91608	3.80	14.4400	1.94936	6.16441
3.51	12.3201	1.87350	5.92453	3.81	14.5161	1.95192	6.17252
3.52	12.3904	1.87617	5.93296	3.82	14.5924	1.95448	6.18061
3.53	12.4609	1.87883	5.94138	3.83	14.6689	1.95704	6.18870
3.54	12.5316	1.88149	5.94979	3.84	14.7456	1.95959	6.19677
3.55	12.6025	1.88414	5.95819	3.85	14.8225	1.96214	6.20484
3.56	12.6736	1.88680	5.96657	3.86	14.8996	1.96469	6.21289
3.57	12.7449	1.88944	5.97495	3.87	14.9769	1.96723	6.22093
3.58	12.8164	1.89209	5.98331	3.88	15.0544	1.96977	6.22896
3.59	12.8881	1.89473	5.99166	3.89	15.1321	1.97231	6.23699
3.60	12.9600	1.89737	6.00000	3.90	15.2100	1.97484	6.24500
3.61	13.0321	1.90000	6.00833	3.91	15.2881	1.97737	6.25300
3.62	13.1044	1.90263	6.01664	3.92	15.3664	1.97990	6.26099
3.63	13.1769	1.90526	6.02495	3.93	15.4449	1.98242	6.26897
3.64	13.2496	1.90788	6.03324	3.94	15.5236	1.98494	6.27694
3.65	13.3225	1.91050	6.04152	3.95	15.6025	1.98746	6.28490
3.66	13.3956	1.91311	6.04979	3.96	15.6816	1.98997	6.29285
3.67	13.4689	1.91572	6.05805	3.97	15.7609	1.99249	6.30079
3.68	13.5424	1.91833	6.06630	3.98	15.8404	1.99499	6.30872
3.69	13.6161	1.92094	6.07454	3.99	15.9201	1.99750	6.31664

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
4.00	16.0000	2.00000	6.32456	4.30	18.4900	2.07364	6.55744
4.01	16.0801	2.00250	6.33246	4.31	18.5761	2.07605	6.56506
4.02	16.1604	2.00499	6.34035	4.32	18.6624	2.07846	6.57267
4.03	16.2409	2.00749	6.34823	4.33	18.7489	2.08087	6.58027
4.04	16.3216	2.00998	6.35610	4.34	18.8356	2.08327	6.58787
4.05	16.4025	2.01246	6.36396	4.35	18.9225	2.08567	6.59545
4.06	16.4836	2.01494	6.37181	4.36	19.0096	2.08806	6.60303
4.07	16.5649	2.01742	6.37966	4.37	19.0969	2.09045	6.61060
4.08	16.6464	2.01990	6.38749	4.38	19.1844	2.09284	6.61816
4.09	16.7281	2.02237	6.39531	4.39	19.2721	2.09523	6.62571
4.10	16.8100	2.02485	6.40312	4.40	19.3600	2.09762	6.63325
4.11	16.8921	2.02731	6.41093	4.41	19.4481	2.10000	6.64078
4.12	16.9744	2.02978	6.41872	4.42	19.5364	2.10238	6.64831
4.13	17.0569	2.03224	6.42651	4.43	19.6249	2.10476	6.65582
4.14	17.1396	2.03470	6.43428	4.44	19.7136	2.10713	6.66333
4.15	17.2225	2.03715	6.44205	4.45	19.8025	2.10950	6.67083
4.16	17.3056	2.03961	6.44981	4.46	19.8916	2.11187	6.67832
4.17	17.3889	2.04206	6.45755	4.47	19.9809	2.11424	6.68581
4.18	17.4724	2.04450	6.46529	4.48	20.0704	2.11660	6.69328
4.19	17.5561	2.04695	6.47302	4.49	20.1601	2.11896	6.70075
4.20	17.6400	2.04939	6.48074	4.50	20.2500	2.12132	6.70820
4.21	17.7241	2.05183	6.48845	4.51	20.3401	2.12368	6.71565
4.22	17.8084	2.05426	6.49615	4.52	20.4304	2.12603	6.72309
4.23	17.8929	2.05670	6.50385	4.53	20.5209	2.12838	6.73053
4.24	17.9776	2.05913	6.51153	4.54	20.6116	2.13073	6.73795
4.25	18.0625	2.06155	6.51920	4.55	20.7025	2.13307	6.74537
4.26	18.1476	2.06398	6.52687	4.56	20.7936	2.13542	6.75278
4.27	18.2329	2.06640	6.53452	4.57	20.8849	2.13776	6.76018
4.28	18.3184	2.06882	6.54217	4.58	20.9764	2.14009	6.76757
4.29	18.4041	2.07123	6.54981	4.59	21.0681	2.14243	6.77495

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
4.00	16.0000	2.00000	6.32456	4.30	18.4900	2.07364	6.55744
4.01	16.0801	2.00250	6.33246	4.31	18.5761	2.07605	6.56506
4.02	16.1604	2.00499	6.34035	4.32	18.6624	2.07846	6.57267
4.03	16.2409	2.00749	6.34823	4.33	18.7489	2.08087	6.58027
4.04	16.3216	2.00998	6.35610	4.34	18.8356	2.08327	6.58787
4.05	16.4025	2.01246	6.36396	4.35	18.9225	2.08567	6.59545
4.06	16.4836	2.01494	6.37181	4.36	19.0096	2.08806	6.60303
4.07	16.5649	2.01742	6.37966	4.37	19.0969	2.09045	6.61060
4.08	16.6464	2.01990	6.38749	4.38	19.1844	2.09284	6.61816
4.09	16.7281	2.02237	6.39531	4.39	19.2721	2.09523	6.62571
4.10	16.8100	2.02485	6.40312	4.40	19.3600	2.09762	6.63325
4.11	16.8921	2.02731	6.41093	4.41	19.4481	2.10000	6.64078
4.12	16.9744	2.02978	6.41872	4.42	19.5364	2.10238	6.64831
4.13	17.0569	2.03224	6.42651	4.43	19.6249	2.10476	6.65582
4.14	17.1396	2.03470	6.43428	4.44	19.7136	2.10713	6.66333
4.15	17.2225	2.03715	6.44205	4.45	19.8025	2.10950	6.67083
4.16	17.3056	2.03961	6.44981	4.46	19.8916	2.11187	6.67832
4.17	17.3889	2.04206	6.45755	4.47	19.9809	2.11424	6.68581
4.18	17.4724	2.04450	6.46529	4.48	20.0704	2.11660	6.69328
4.19	17.5561	2.04695	6.47302	4.49	20.1601	2.11896	6.70075
4.20	17.6400	2.04939	6.48074	4.50	20.2500	2.12132	6.70820
4.21	17.7241	2.05183	6.48845	4.51	20.3401	2.12368	6.71565
4.22	17.8084	2.05426	6.49615	4.52	20.4304	2.12603	6.72309
4.23	17.8929	2.05670	6.50385	4.53	20.5209	2.12838	6.73053
4.24	17.9776	2.05913	6.51153	4.54	20.6116	2.13073	6.73795
4.25	18.0625	2.06155	6.51920	4.55	20.7025	2.13307	6.74537
4.26	18.1476	2.06398	6.52687	4.56	20.7936	2.13542	6.75278
4.27	18.2329	2.06640	6.53452	4.57	20.8849	2.13776	6.76018
4.28	18.3184	2.06882	6.54217	4.58	20.9764	2.14009	6.76757
4.29	18.4041	2.07123	6.54981	4.59	21.0681	2.14243	6.77495

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
5.20	27.0400	2.28035	7.21110	5.50	30.2500	2.34521	7.41620
5.21	27.1441	2.28254	7.21803	5.51	30.3601	2.34734	7.42294
5.22	27.2484	2.28473	7.22496	5.52	30.4704	2.34947	7.42967
5.23	27.3529	2.28692	7.23187	5.53	30.5809	2.35160	7.43640
5.24	27.4576	2.28910	7.23878	5.54	30.6916	2.35372	7.44312
5.25	27.5625	2.29129	7.24569	5.55	30.8025	2.35584	7.44983
5.26	27.6676	2.29347	7.25259	5.56	30.9136	2.35797	7.45654
5.27	27.7729	2.29565	7.25948	5.57	31.0249	2.36008	7.46324
5.28	27.8784	2.29783	7.26636	5.58	31.1364	2.36220	7.46994
5.29	27.9841	2.30000	7.27324	5.59	31.2481	2.36432	7.47663
5.30	28.0900	2.30217	7.28011	5.60	31.3600	2.36643	7.48331
5.31	28.1961	2.30434	7.28697	5.61	31.4721	2.36854	7.48999
5.32	28.3024	2.30651	7.29383	5.62	31.5844	2.37065	7.49667
5.33	28.4089	2.30868	7.30068	5.63	31.6969	2.37276	7.50333
5.34	28.5156	2.31084	7.30753	5.64	31.8096	2.37487	7.50999
5.35	28.6225	2.31301	7.31437	5.65	31.9225	2.37697	7.51665
5.36	28.7296	2.31517	7.32120	5.66	32.0356	2.37908	7.52330
5.37	28.8369	2.31733	7.32803	5.67	32.1489	2.38118	7.52994
5.38	28.9444	2.31948	7.33485	5.68	32.2624	2.38328	7.53658
5.39	29.0521	2.32164	7.34166	5.69	32.3761	2.38537	7.54321
5.40	29.1600	2.32379	7.34847	5.70	32.4900	2.38747	7.54983
5.41	29.2681	2.32594	7.35527	5.71	32.6041	2.38956	7.55645
5.42	29.3764	2.32809	7.36206	5.72	32.7184	2.39165	7.56307
5.43	29.4849	2.33024	7.36885	5.73	32.8329	2.39374	7.56968
5.44	29.5936	2.33238	7.37564	5.74	32.9476	2.39583	7.57628
5.45	29.7025	2.33452	7.38241	5.75	33.0625	2.39792	7.58288
5.46	29.8116	2.33666	7.38918	5.76	33.1776	2.40000	7.58947
5.47	29.9209	2.33880	7.39594	5.77	33.2929	2.40208	7.59605
5.48	30.0304	2.34094	7.40270	5.78	33.4084	2.40416	7.60263
5.49	30.1401	2.34307	7.40945	5.79	33.5241	2.40624	7.60920

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
5.80	33.6400	2.40832	7.61577	6.10	37.2100	2.46982	7.81025
5.81	33.7561	2.41039	7.62234	6.11	37.3321	2.47184	7.81665
5.82	33.8724	2.41247	7.62889	6.12	37.4544	2.47386	7.82304
5.83	33.9889	2.41454	7.63544	6.13	37.5769	2.47588	7.82943
5.84	34.1056	2.41661	7.64199	6.14	37.6996	2.47790	7.83582
5.85	34.2225	2.41868	7.64853	6.15	37.8225	2.47992	7.84219
5.86	34.3396	2.42074	7.65506	6.16	37.9456	2.48193	7.84857
5.87	34.4569	2.42281	7.66159	6.17	38.0689	2.48395	7.85493
5.88	34.5744	2.42487	7.66812	6.18	38.1924	2.48596	7.86130
5.89	34.6921	2.42693	7.67463	6.19	38.3161	2.48797	7.86766
5.90	34.8100	2.42899	7.68115	6.20	38.4400	2.48998	7.87401
5.91	34.9281	2.43105	7.68765	6.21	38.5641	2.49199	7.88036
5.92	35.0464	2.43311	7.69415	6.22	38.6884	2.49399	7.88670
5.93	35.1649	2.43516	7.70065	6.23	38.8129	2.49600	7.89303
5.94	35.2836	2.43721	7.70714	6.24	38.9376	2.49800	7.89937
5.95	35.4025	2.43926	7.71362	6.25	39.0625	2.50000	7.90569
5.96	35.5216	2.44131	7.72010	6.26	39.1876	2.50200	7.91202
5.97	35.6409	2.44336	7.72658	6.27	39.3129	2.50400	7.91833
5.98	35.7604	2.44540	7.73305	6.28	39.4384	2.50599	7.92465
5.99	35.8801	2.44745	7.73951	6.29	39.5641	2.50799	7.93095
6.00	36.0000	2.44949	7.74597	6.30	39.6900	2.50998	7.93725
6.01	36.1201	2.45153	7.75242	6.31	39.8161	2.51197	7.94355
6.02	36.2404	2.45357	7.75887	6.32	39.9424	2.51396	7.94984
6.03	36.3609	2.45561	7.76531	6.33	40.0689	2.51595	7.95613
6.04	36.4816	2.45764	7.77174	6.34	40.1956	2.51794	7.96241
6.05	36.6025	2.45967	7.77817	6.35	40.3225	2.51992	7.96869
6.06	36.7236	2.46171	7.78460	6.36	40.4496	2.52190	7.97496
6.07	36.8449	2.46374	7.79102	6.37	40.5769	2.52389	7.98123
6.08	36.9664	2.46577	7.79744	6.38	40.7044	2.52587	7.98749
6.09	37.0881	2.46779	7.80385	6.39	40.8321	2.52784	7.99375

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
6.40	40.9600	2.52982	8.00000	6.70	44.8900	2.58844	8.18535
6.41	41.0881	2.53180	8.00625	6.71	45.0241	2.59037	8.19146
6.42	41.2164	2.53377	8.01249	6.72	45.1584	2.59230	8.19756
6.43	41.3449	2.53574	8.01873	6.73	45.2929	2.59422	8.20366
6.44	41.4736	2.53772	8.02496	6.74	45.4276	2.59615	8.20975
6.45	41.6025	2.53969	8.03119	6.75	45.5625	2.59808	8.21584
6.46	41.7316	2.54165	8.03741	6.76	45.6976	2.60000	8.22192
6.47	41.8609	2.54362	8.04363	6.77	45.8329	2.60192	8.22800
6.48	41.9904	2.54558	8.04984	6.78	45.9684	2.60384	8.23408
6.49	42.1201	2.54755	8.05605	6.79	46.1041	2.60576	8.24015
6.50	42.2500	2.54951	8.06226	6.80	46.2400	2.60768	8.24621
6.51	42.3801	2.55147	8.06846	6.81	46.3761	2.60960	8.25227
6.52	42.5104	2.55343	8.07465	6.82	46.5124	2.61151	8.25833
6.53	42.6409	2.55539	8.08084	6.83	46.6489	2.61343	8.26438
6.54	42.7716	2.55734	8.08703	6.84	46.7856	2.61534	8.27043
6.55	42.9025	2.55930	8.09321	6.85	46.9225	2.61725	8.27647
6.56	43.0336	2.56125	8.09938	6.86	47.0596	2.61916	8.28251
6.57	43.1649	2.56320	8.10555	6.87	47.1969	2.62107	8.28855
6.58	43.2964	2.56515	8.11172	6.88	47.3344	2.62298	8.29458
6.59	43.4281	2.56710	8.11788	6.89	47.4721	2.62488	8.30060
6.60	43.5600	2.56905	8.12404	6.90	47.6100	2.62679	8.30662
6.61	43.6921	2.57099	8.13019	6.91	47.7481	2.62869	8.31264
6.62	43.8244	2.57294	8.13634	6.92	47.8864	2.63059	8.31865
6.63	43.9569	2.57488	8.14248	6.93	48.0249	2.63249	8.32466
6.64	44.0896	2.57682	8.14862	6.94	48.1636	2.63439	8.33067
6.65	44.2225	2.57876	8.15475	6.95	48.3025	2.63629	8.33667
6.66	44.3556	2.58070	8.16088	6.96	48.4416	2.63818	8.34266
6.67	44.4889	2.58263	8.16701	6.97	48.5809	2.64008	8.34865
6.68	44.6224	2.58457	8.17313	6.98	48.7204	2.64197	8.35464
6.69	44.7561	2.58650	8.17924	6.99	48.8601	2.64386	8.36062

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
7.00	49.0000	2.64575	8.36660	7.30	53.2900	2.70185	8.54400
7.01	49.1401	2.64764	8.37257	7.31	53.4361	2.70370	8.54985
7.02	49.2804	2.64953	8.37854	7.32	53.5824	2.70555	8.55570
7.03	49.4209	2.65141	8.38451	7.33	53.7289	2.70740	8.56154
7.04	49.5616	2.65330	8.39047	7.34	53.8756	2.70924	8.56738
7.05	49.7025	2.65518	8.39643	7.35	54.0225	2.71109	8.57321
7.06	49.8436	2.65707	8.40238	7.36	54.1696	2.71293	8.57904
7.07	49.9849	2.65895	8.40833	7.37	54.3169	2.71477	8.58487
7.08	50.1264	2.66083	8.41427	7.38	54.4644	2.71662	8.59069
7.09	50.2681	2.66271	8.42021	7.39	54.6121	2.71846	8.59651
7.10	50.4100	2.66458	8.42615	7.40	54.7600	2.72029	8.60233
7.11	50.5521	2.66646	8.43208	7.41	54.9081	2.72213	8.60814
7.12	50.6944	2.66833	8.43801	7.42	55.0564	2.72397	8.61394
7.13	50.8369	2.67021	8.44393	7.43	55.2049	2.72580	8.61974
7.14	50.9796	2.67208	8.44985	7.44	55.3536	2.72764	8.62554
7.15	51.1225	2.67395	8.45577	7.45	55.5025	2.72947	8.63134
7.16	51.2656	2.67582	8.46168	7.46	55.6516	2.73130	8.63713
7.17	51.4089	2.67769	8.46759	7.47	55.8009	2.73313	8.64292
7.18	51.5524	2.67955	8.47349	7.48	55.9504	2.73496	8.64870
7.19	51.6961	2.68142	8.47939	7.49	56.1001	2.73679	8.65448
7.20	51.8400	2.68328	8.48528	7.50	56.2500	2.73861	8.66025
7.21	51.9841	2.68514	8.49117	7.51	56.4001	2.74044	8.66603
7.22	52.1284	2.68701	8.49706	7.52	56.5504	2.74226	8.67179
7.23	52.2729	2.68887	8.50294	7.53	56.7009	2.74408	8.67756
7.24	52.4176	2.69072	8.50882	7.54	56.8516	2.74591	8.68332
7.25	52.5625	2.69258	8.51469	7.55	57.0025	2.74773	8.68907
7.26	52.7076	2.69444	8.52056	7.56	57.1536	2.74955	8.69483
7.27	52.8529	2.69629	8.52643	7.57	57.3049	2.75136	8.70057
7.28	52.9984	2.69815	8.53229	7.58	57.4564	2.75318	8.70632
7.29	53.1441	2.70000	8.53815	7.59	57.6081	2.75500	8.71206

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
7.60	57.7600	2.75681	8.71780	7.90	62.4100	2.81069	8.88819
7.61	57.9121	2.75862	8.72353	7.91	62.5681	2.81247	8.89382
7.62	58.0644	2.76043	8.72926	7.92	62.7264	2.81425	8.89944
7.63	58.2169	2.76225	8.73499	7.93	62.8849	2.81603	8.90505
7.64	58.3696	2.76405	8.74071	7.94	63.0436	2.81780	8.91067
7.65	58.5225	2.76586	8.74643	7.95	63.2025	2.81957	8.91628
7.66	58.6756	2.76767	8.75214	7.96	63.3616	2.82135	8.92188
7.67	58.8289	2.76948	8.75785	7.97	63.5209	2.82312	8.92749
7.68	58.9824	2.77128	8.76356	7.98	63.6804	2.82489	8.93308
7.69	59.1361	2.77308	8.76926	7.99	63.8401	2.82666	8.93868
7.70	59.2900	2.77489	8.77496	8.00	64.0000	2.82843	8.94427
7.71	59.4441	2.77669	8.78066	8.01	64.1601	2.83019	8.94986
7.72	59.5984	2.77849	8.78635	8.02	64.3204	2.83196	8.95545
7.73	59.7529	2.78029	8.79204	8.03	64.4809	2.83373	8.96103
7.74	59.9076	2.78209	8.79773	8.04	64.6416	2.83549	8.96660
7.75	60.0625	2.78388	8.80341	8.05	64.8025	2.83725	8.97218
7.76	60.2176	2.78568	8.80909	8.06	64.9636	2.83901	8.97775
7.77	60.3729	2.78747	8.81476	8.07	65.1249	2.84077	8.98332
7.78	60.5284	2.78927	8.82043	8.08	65.2864	2.84253	8.98888
7.79	60.6841	2.79106	8.82610	8.09	65.4481	2.84429	8.99444
7.80	60.8400	2.79285	8.83176	8.10	65.6100	2.84605	9.00000
7.81	60.9961	2.79464	8.83742	8.11	65.7721	2.84781	9.00555
7.82	61.1524	2.79643	8.84308	8.12	65.9344	2.84956	9.01110
7.83	61.3089	2.79821	8.84873	8.13	66.0969	2.85132	9.01665
7.84	61.4656	2.80000	8.85438	8.14	66.2596	2.85307	9.02219
7.85	61.6225	2.80179	8.86002	8.15	66.4225	2.85482	9.02774
7.86	61.7796	2.80357	8.86566	8.16	66.5856	2.85657	9.03327
7.87	61.9369	2.80535	8.87130	8.17	66.7489	2.85832	9.03881
7.88	62.0944	2.80713	8.87694	8.18	66.9124	2.86007	9.04434
7.89	62.2521	2.80891	8.88257	8.19	67.0761	2.86182	9.04986

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
8.20	67.2400	2.86356	9.05539	8.50	72.2500	2.91548	9.21954
8.21	67.4041	2.86531	9.06091	8.51	72.4201	2.91719	9.22497
8.22	67.5684	2.86705	9.06642	8.52	72.5904	2.91890	9.23038
8.23	67.7329	2.86880	9.07193	8.53	72.7609	2.92062	9.23580
8.24	67.8976	2.87054	9.07744	8.54	72.9316	2.92233	9.24121
8.25	68.0625	2.87228	9.08295	8.55	73.1025	2.92404	9.24662
8.26	68.2276	2.87402	9.08845	8.56	73.2736	2.92575	9.25203
8.27	68.3929	2.87576	9.09395	8.57	73.4449	2.92746	9.25743
8.28	68.5584	2.87750	9.09945	8.58	73.6164	2.92916	9.26283
8.29	68.7241	2.87924	9.10494	8.59	73.7881	2.93087	9.26823
8.30	68.8900	2.88097	9.11043	8.60	73.9600	2.93258	9.27362
8.31	69.0561	2.88271	9.11592	8.61	74.1321	2.93428	9.27901
8.32	69.2224	2.88444	9.12140	8.62	74.3044	2.93598	9.28440
8.33	69.3889	2.88617	9.12688	8.63	74.4769	2.93769	9.28978
8.34	69.5556	2.88791	9.13236	8.64	74.6496	2.93939	9.29516
8.35	69.7225	2.88964	9.13783	8.65	74.8225	2.94109	9.30054
8.36	69.8896	2.89137	9.14330	8.66	74.9956	2.94279	9.30591
8.37	70.0569	2.89310	9.14877	8.67	75.1689	2.94449	9.31128
8.38	70.2244	2.89482	9.15423	8.68	75.3424	2.94618	9.31665
8.39	70.3921	2.89655	9.15969	8.69	75.5161	2.94788	9.32202
8.40	70.5600	2.89828	9.16515	8.70	75.6900	2.94958	9.32738
8.41	70.7281	2.90000	9.17061	8.71	75.8641	2.95127	9.33274
8.42	70.8964	2.90172	9.17606	8.72	76.0384	2.95296	9.33809
8.43	71.0649	2.90345	9.18150	8.73	76.2129	2.95466	9.34345
8.44	71.2336	2.90517	9.18695	8.74	76.3876	2.95635	9.34880
8.45	71.4025	2.90689	9.19239	8.75	76.5625	2.95804	9.35414
8.46	71.5716	2.90861	9.19783	8.76	76.7376	2.95973	9.35949
8.47	71.7409	2.91033	9.20326	8.77	76.9129	2.96142	9.36483
8.48	71.9104	2.91204	9.20869	8.78	77.0884	2.96311	9.37017
8.49	72.0801	2.91376	9.21412	8.79	77.2641	2.96479	9.37550

TABLE A.10.
Continued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
8.80	77.4400	2.96648	9.38083	9.10	82.8100	3.01662	9.53939
8.81	77.6161	2.96816	9.38616	9.11	82.9921	3.01828	9.54463
8.82	77.7924	2.96985	9.39149	9.12	83.1744	3.01993	9.54987
8.83	77.9689	2.97153	9.39681	9.13	83.3569	3.02159	9.55510
8.84	78.1456	2.97321	9.40213	9.14	83.5396	3.02324	9.56033
8.85	78.3225	2.97489	9.40744	9.15	83.7225	3.02490	9.56556
8.86	78.4996	2.97658	9.41276	9.16	83.9056	3.02655	9.57079
8.87	78.6769	2.97825	9.41807	9.17	84.0889	3.02820	9.57601
8.88	78.8544	2.97993	9.42338	9.18	84.2724	3.02985	9.58123
8.89	79.0321	2.98161	9.42868	9.19	84.4561	3.03150	9.58645
8.90	79.2100	2.98329	9.43398	9.20	84.6400	3.03315	9.59166
8.91	79.3881	2.98496	9.43928	9.21	84.8241	3.03480	9.59687
8.92	79.5664	2.98664	9.44458	9.22	85.0084	3.03645	9.60208
8.93	79.7449	2.98831	9.44987	9.23	85.1929	3.03809	9.60729
8.94	79.9236	2.98998	9.45516	9.24	85.3776	3.03974	9.61249
8.95	80.1025	2.99166	9.46044	9.25	85.5625	3.04138	9.61769
8.96	80.2816	2.99333	9.46573	9.26	85.7476	3.04302	9.62289
8.97	80.4609	2.99500	9.47101	9.27	85.9329	3.04467	9.62808
8.98	80.6404	2.99666	9.47629	9.28	86.1184	3.04631	9.63328
8.99	80.8201	2.99833	9.48156	9.29	86.3041	3.04795	9.63846
9.00	81.0000	3.00000	9.48683	9.30	86.4900	3.04959	9.64365
9.01	81.1801	3.00167	9.49210	9.31	86.6761	3.05123	9.64883
9.02	81.3604	3.00333	9.49737	9.32	86.8624	3.05287	9.65401
9.03	81.5409	3.00500	9.50263	9.33	87.0489	3.05450	9.65919
9.04	81.7216	3.00666	9.50789	9.34	87.2356	3.05614	9.66437
9.05	81.9025	3.00832	9.51315	9.35	87.4225	3.05778	9.66954
9.06	82.0836	3.00998	9.51840	9.36	87.6096	3.05941	9.67471
9.07	82.2649	3.01164	9.52365	9.37	87.7969	3.06105	9.67988
9.08	82.4464	3.01330	9.52890	9.38	87.9844	3.06268	9.68504
9.09	82.6281	3.01496	9.53415	9.39	88.1721	3.06431	9.69020

BLE A.10.
ntinued.

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$	N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
9.40	88.3600	3.06594	9.69536	9.70	94.0900	3.11448	9.84886
9.41	88.5481	3.06757	9.70052	9.71	94.2841	3.11609	9.85393
9.42	88.7364	3.06920	9.70567	9.72	94.4784	3.11769	9.85901
9.43	88.9249	3.07083	9.71082	9.73	94.6729	3.11929	9.86408
9.44	89.1136	3.07246	9.71597	9.74	94.8676	3.12090	9.86914
9.45	89.3025	3.07409	9.72111	9.75	95.0625	3.12250	9.87421
9.46	89.4916	3.07571	9.72625	9.76	95.2576	3.12410	9.87927
9.47	89.6809	3.07734	9.73139	9.77	95.4529	3.12570	9.88433
9.48	89.8704	3.07896	9.73653	9.78	95.6484	3.12730	9.88939
9.49	90.0601	3.08058	9.74166	9.79	95.8441	3.12890	9.89444
9.50	90.2500	3.08221	9.74679	9.80	96.0400	3.13050	9.89949
9.51	90.4401	3.08383	9.75192	9.81	96.2361	3.13209	9.90454
9.52	90.6304	3.08545	9.75705	9.82	96.4324	3.13369	9.90959
9.53	90.8209	3.08707	9.76217	9.83	96.6289	3.13528	9.91464
9.54	91.0116	3.08869	9.76729	9.84	96.8256	3.13688	9.91968
9.55	91.2025	3.09031	9.77241	9.85	97.0225	3.13847	9.92472
9.56	91.3936	3.09192	9.77753	9.86	97.2196	3.14006	9.92975
9.57	91.5849	3.09354	9.78264	9.57	97.4169	3.14166	9.93479
9.58	91.7764	3.09516	9.78775	9.88	97.6144	3.14325	9.93982
9.59	91.9681	3.09677	9.79285	9.89	97.8121	3.14484	9.94485
9.60	92.1600	3.09839	9.79796	9.90	98.0100	3.14643	9.94987
9.61	92.3521	3.10000	9.80306	9.91	98.2081	3.14802	9.95490
9.62	92.5444	3.10161	9.80816	9.92	98.4064	3.14960	9.95992
9.63	92.7369	3.10322	9.81326	9.93	98.6049	3.15119	9.96494
9.64	92.9296	3.10483	9.81835	9.94	98.8036	3.15278	9.96995
9.65	93.1225	3.10644	9.82344	9.95	99.0025	3.15436	9.97497
9.66	93.3156	3.10805	9.82853	9.96	99.2016	3.15595	9.97998
9.67	93.5089	3.10966	9.83362	9.97	99.4009	3.15753	9.98499
9.68	93.7024	3.11127	9.83870	9.98	99.6004	3.15911	9.98999
9.69	93.8961	3.11288	9.84378	9.99	99.8001	3.16070	9.99500

TABLE A.11.
Coefficients, divisors, and K values for fitting up to quartic curves to equally spaced data, and partitioning the sum of squares.

n:	3		4			5				6			
	c_1	c_2	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_4	c_1	c_2	c_3	c_4
	−1	1	−3	1	−1	−2	2	−1	1	−5	5	−5	1
	0	−2	−1	−1	3	−1	−1	2	−4	−3	−1	7	−3
	1	1	1	−1	−3	0	−2	0	6	−1	−4	4	2
			3	1	1	1	−1	−2	−4	1	−4	−4	2
						2	2	1	1	3	−1	−7	−3
										5	5	5	1
Divisors													
	2	6	20	4	20	10	14	10	70	70	84	180	28
K_1		1/3			5/16				1/7				5/96
K_2		1/2			1/20				1/10				1/70
K_3					41/240				17/60				101/4320
K_4		1/2			1/16				1/14				1/224
K_5					1/48				1/12				1/864
K_6									1/24				1/768
K_7									31/168				95/2688
K_8									3/35				27/256

TABLE A.11.
Continued.

	n: 7				8				9			
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_1	c_2	c_3	c_4	c_1	c_2	c_3	c_4
	−3	5	−1	3	−7	7	−7	7	−4	28	−14	14
	−2	0	1	−7	−5	1	5	−13	−3	7	7	−21
	−1	−3	1	1	−3	−3	7	−3	2	8	13	−11
	0	−4	0	6	−1	−5	3	9	−1	−17	9	9
	1	−3	−1	1	1	−5	−3	9	0	−20	0	18
	2	0	−1	−7	3	−3	−7	−3	1	−17	−9	9
	3	5	1	3	5	1	−5	−13	2	−8	−13	−11
					7	7	7	7	3	7	−7	−21
									4	28	14	14
Divisors	28	84	6	154	168	168	264	616	60	2772	990	2002
K_1				1/21				1/32				5/693
K_2				1/28				1/68				1.60
K_3				7/36				37/3168				59/5940
K_4				1/84				1/672				1/924
K_5				1/36				1/3168				1/1188
K_6				1/264				1/16896				1/3432
K_7				67/1848				179/59136				115/24024
K_8				3/77				9/512				9/1001

TABLE A.11.
Continued.

	n: 10				11			
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_1	c_2	c_3	c_4
	−9	6	42	18	−5	15	−30	6
	−7	2	14	−22	−4	6	6	−6
	−5	−1	35	−17	−3	−1	22	−6
	−3	−3	31	3	−2	−6	23	−1
	−1	−4	12	18	−1	−9	14	4
	1	4	−12	18	0	−10	0	6
	3	−3	−31	3	1	−9	−14	4
	5	−1	−35	−17	2	−6	−23	−1
	7	2	−14	−22	3	−1	−22	−6
	9	6	42	18	4	6	−6	6
					5	15	30	6
Divisors	330	132	8580	2880	110	858	4290	286
K_1				1/32			5/429	
K_2				1/330			1/110	
K_3				293/205920			89/25740	
K_4				1/1056			1/858	
K_5				1/41184			1/5148	
K_6				1/109824			1/3432	
K_7				41/54912			25/3432	
K_8				9/1280			3/143	

3LE A.II.
.tinued.

n:	12			13			
c_1	c_2	c_3	c_4	c_1	c_2	c_3	c_4
−11	55	−33	33	−6	22	−11	99
−9	25	3	−27	−5	11	0	−66
−7	1	21	−33	−4	2	6	−96
−5	−17	25	−13	−3	−5	8	−54
−3	−29	19	12	−2	−10	7	11
−1	−35	7	28	−1	−13	4	64
1	−35	−7	28	0	−14	0	84
3	−29	−19	12	1	−13	−4	64
5	−17	−25	−13	2	−10	−7	11
7	1	−21	−33	3	−5	−8	−54
9	25	−3	−27	4	2	−6	−96
11	55	33	33	5	11	0	−66
				6	22	11	99
Divisors							
572	12012	5148	8008	182	2002	572	68068
K_1			1/338				1/143
K_2			1/572				1/182
K_3			55/61776				25/3432
K_4			1/16016				1/2002
K_5			1/61776				1/3432
K_6			1/439296				1/116688
K_7			419/1537536				19/62832
K_8			27/7168				3/2431

TABLE A.11.
Continued.

n:	14				15			
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_1	c_2	c_3	c_4
	−13	13	−143	143	−7	91	−91	1001
	−11	7	−11	−77	−6	52	−13	−429
	−9	2	66	−132	−5	19	35	−869
	−7	−2	98	−92	−4	−8	58	−704
	−5	−5	95	−13	−3	−29	61	−249
	−3	−7	63	63	−2	−44	49	251
	−1	−8	24	108	−1	−53	27	621
	1	−8	−24	108	0	−56	0	756
	3	−7	−63	63	1	−53	−27	621
	5	−5	−95	−13	2	−44	−49	251
	7	−2	−98	−92	3	−29	−61	−249
	9	2	−66	−132	4	−8	−58	−704
	11	7	11	−77	5	19	−35	−869
	13	13	143	143	6	52	13	−429
					7	91	91	1001
Divisors								
	910	728	97240	136136	280	37128	39780	6466460
K_1				5/448				1/663
K_2				1/910				1/280
K_3				581/2333760				167/238680
K_4				1/5824				1/12376
K_5				1/466752				1/47736
K_6				1/3734016				1/2217072
K_7				575/13069056				331/15510504
K_8				3/2584				27/230945

Table A 12. Coefficients for fitting periodic curves and partitioning sums of squares for data taken at equal time intervals throughout a complete cycle.

X values for n † 4	6	8	12	24	U_1	V_1	U_2	V_2	U_3	V_3	U_4	V_4
0	0	0	0	0	1.000	.000	1.000	.000	1.000	.000	1.000	.000
				1	.966	.259	.866	.500	.707	.707	.500	.866
			1	2	.866	.500	.500	.866	.000	1.000	−.500	.866
		1		3	.707	.707	.000	1.000	−.707	.707	−1.000	.000
	1		2	4	.500	.866	−.500	.866	−1.000	.000	−.500	−.866
				5	.259	.966	−.866	.500	−.707	−.707	.500	−.866
1		2	3	6	.000	1.000	−1.000	.000	.000	−1.000	1.000	.000
				7	−.259	.966	−.866	−.500	.707	−.707	.500	.866
	2		4	8	−.500	.866	−.500	−.866	1.000	.000	−.500	.866
		3		9	−.707	.707	.000	−1.000	.707	.707	−1.000	.000
			5	10	−.866	.500	.500	−.866	.000	1.000	−.500	−.866
				11	−.966	.259	.866	−.500	−.707	.707	.500	−.866
2	3	4	6	12	−1.000	.000	1.000	.000	−1.000	.000	1.000	.000
				13	−.966	−.259	.866	.500	−.707	−.707	.500	.866
			7	14	−.866	−.500	.500	.866	.000	−1.000	−.500	.866
		5		15	−.707	−.707	.000	1.000	.707	−.707	−1.000	.000
	4		8	16	−.500	−.866	−.500	.866	1.000	.000	−.500	−.866
				17	−.259	−.966	−.866	.500	.707	.707	.500	−.866
3		6	9	18	.000	−1.000	−1.000	.000	.000	1.000	1.000	.000
				19	.259	−.966	−.866	−.500	−.707	.707	.500	.866
	5		10	20	.500	−.866	−.500	−.866	−1.000	.000	−.500	.866
		7		21	.707	−.707	.000	−1.000	−.707	−.707	−1.000	.000
			11	22	.866	−.500	.500	−.866	.000	−1.000	−.500	−.866
				23	.966	−.259	.866	−.500	.707	−.707	.500	−.866

† For a given value of n, use only the lines of the table for which X values are given. When n = 4, use only columns to U_2. When n = 6, use only columns to U_3. When n = 8, use only columns to U_4.

X values for n = 7

	U_1	V_1	U_2	V_2	U_3	V_3
0	1.000	.000	1.000	.000	1.000	.000
1	.623	.782	−.223	.975	−.901	.434
2	−.223	.975	−.901	−.434	.623	−.782
3	−.901	.434	.623	−.782	−.223	.975
4	−.901	−.434	.623	.782	−.223	−.975
5	−.223	−.975	−.901	.434	.623	.782
6	.623	−.782	−.223	−.975	−.901	−.434

Table A 12. Continued.

X value for n = 52.								
	U_1	V_1	U_2	V_2	U_3	V_3	U_4	V_4
0	1.000	.000	1.000	.000	1.000	.000	1.000	.000
1	.993	.121	.971	.239	.935	.355	.885	.465
2	.971	.239	.885	.465	.749	.663	.568	.823
3	.935	.355	.749	.663	.465	.885	.121	.993
4	.885	.465	.568	.823	.121	.993	-.355	.935
5	.823	.568	.355	.935	-.239	.971	-.749	.663
6	.749	.663	.121	.993	-.568	.823	-.971	.239
7	.663	.749	-.121	.993	-.823	.568	-.971	-.239
8	.568	.823	-.355	.935	-.971	.239	-.749	-.663
9	.465	.885	-.568	.823	-.993	-.121	-.355	-.935
10	.335	.935	-.749	.885	-.885	-.465	.121	-.993
11	.239	.971	-.885	.465	-.663	-.749	.568	-.823
12	.121	.993	-.971	.239	-.355	-.935	.885	-.465
13	.000	1.000	1.000	.000	.000	-1.000	1.000	.000
14	-.121	.993	-.971	-.239	.355	-.935	.885	.465
15	-.239	.971	-.885	-.465	.663	-.749	.568	-.823
16	-.355	.935	-.749	-.663	.885	-.465	.121	.993
17	-.465	.885	-.568	.823	.993	-.121	-.355	.935
18	-.568	.823	-.355	-.935	.971	.239	-.749	.663
19	-.663	.749	.121	-.993	.823	.568	-.971	.239
20	-.749	.663	121	-.993	.568	.823	-.971	-.239
21	-.823	.568	.355	-.935	239	.971	-.749	-.568
22	-.885	.465	.568	-.823	-.121	.993	-.355	-.935
23	-.935	.355	.749	-.663	-.465	.885	.121	-.993
24	-.971	.239	.885	-.465	-.749	.663	.568	-.823
25	-.993	.121	.971	-.239	-.935	.355	.885	-.465
26	-1.000	.000	1.000	.000	-1.000	.000	1.000	.000
27	-.993	-.121	.971	.239	-.935	-.355	.885	.465
28	-.971	-.239	.885	.465	-.749	-.663	.568	.823
29	-.935	-.355	.749	.663	-.465	-.885	.121	.993
30	-.885	-.465	.568	.823	-.121	-.121	-.355	.935
31	-.823	-.568	.355	.935	.239	-.971	-.749	.663
32	-.749	-.663	.121	.993	.568	-.823	-.971	.239
33	-.663	-.749	-.121	.993	.823	-.568	-.971	-.239
34	-.568	-.823	-.355	.935	.971	-.239	-.749	-.663
35	-.465	-.885	-.568	.823	.993	.121	.355	-.935
36	-.355	.935	-.749	.663	.885	.465	.121	-.993
37	-.239	-.971	-.885	.465	.663	.749	.568	-.823
38	-.121	-.993	-.971	.239	.355	.935	.885	-.465
39	.000	-1.000	-1.000	.000	.000	1.000	1.000	.000
40	.121	-.993	-.971	-.239	-.355	.935	.885	.465

Table A 12. Continued.

X value for r = 52.

	U_1	V_1	U_2	V_2	U_3	V_3	U_4	V_4
41	.239	−.971	−.885	−.465	−.663	.749	.568	.823
42	.355	−.935	−.749	−.663	−.885	.465	.121	.993
43	.465	−.885	−.568	−.823	−.993	.121	−.355	.935
44	.568	−.823	−.355	−.935	−.971	−.239	−.749	.663
45	.663	−.749	−.121	−.993	−.823	−.568	−.971	.239
46	.749	−.663	.121	−.993	−.568	−.823	−.971	−.239
47	.823	−.568	.355	−.935	−.239	−.971	−.749	−.663
48	.885	−.465	.568	−.823	.121	−.993	−.355	−.935
49	.935	−.355	.749	−.663	.465	−.885	.121	−.993
50	.971	−.239	.885	−.465	.749	−.663	.568	−.823
51	.993	−.121	.971	−.239	.935	−.355	.885	−.465

مصادر منتخبة
SELECTED REFERENCES

1. Alder, H. L. and E. V. Roessler. 1968 5th Ed. Introduction to Prohability and Statistics W.H. Freeman & Co., San Fransisco. 333p.

2. Bancroft, T.A. 1968. Tropics in Intermediate Statistical Methods. Volume One.

   The lowa State University Press, Ames, lowa. 129p.

3. Cochran, W.G. and G.M. Cox. 1964, 2nd Ed. Experimental Design, John Wiley & Sons, Inc., New York. 617 p.

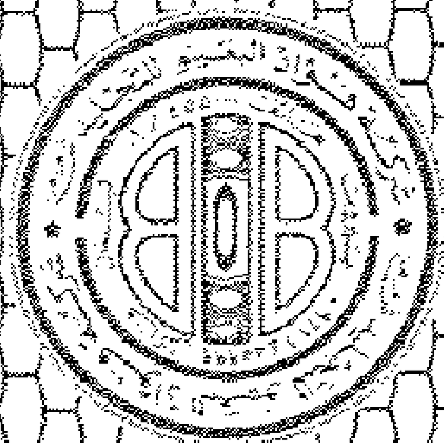
4. Finney, D.J. 1962, 2nd Ed. An Introduction to Statistical Science in Agricultrue. Munksgaard, Copenhagen. Denmark, and Oliver & Boyd Ltd. Edinburgh, Scotland. 216 p.

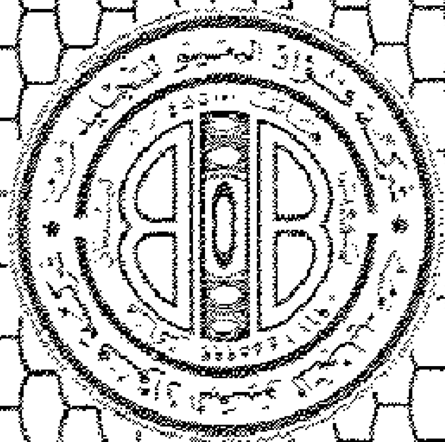
5. LeClerg, E. L., W. H. Leonard. and A. G. Clark 1962. 2nd Ed. Field Plot Technique. Burgess Publishing Co. Minneapohs, Minnesota. 373 p.

6. Snedecor, G. W. and W G. Coehran. 1967, 6th Ed. Statistical Methods. The lowa State University Press, Ames. Lowa. 593p.

7. Sokal, R. R. and R. J. Rohlf. 1969 Biometry. The Principles and Practice of Statistics in Biological Research. W. H. Freeman & Co., San Francisco. 776 p.

8. Steel, R. G. D. and J. F. Torrie. 1960 Principles and Procedures of Statistics with Special Reference to the Biological Sciences. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York. 481 p.





التجارب الزراعية





اليازوري
دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع
عمان - وسط البلد - شارع الملك حسين
هاتف: 4626626 6 962+ تلفاكس: 4614185 6 962+
ص.ب: 520646 الرمز البريدي: 11152
info@yazori.com www.yazori.com



9 789957 121655